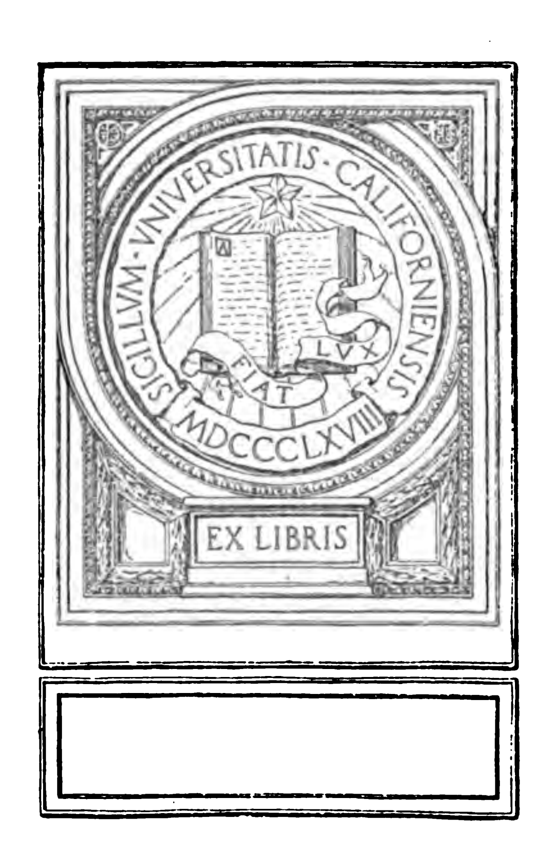
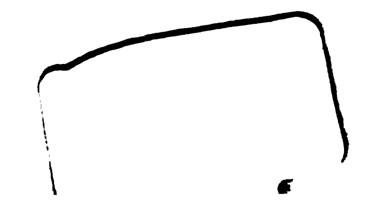
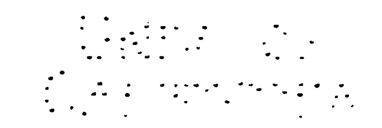

UC-NRLF
B 3 730 954


SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
FIAT LVX
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS





ANNALEN

DER

NATURPHILOSOPHIE

HERAUSGEGEBEN

VON

WILHELM OSTWALD

ZWEITER BAND

MIT FIGUREN



LEIPZIG

VERLAG VON VEIT & COMP.

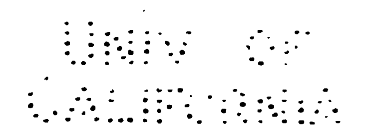
1903

Inhalt.

1) Abhandlungen.

2) Neue Bücher.

3) Nachrichten.



Wissenschaftliche Massenarbeit.

Von

W. Ostwald.

Inhalt: 1. Einleitung. Es ist ein ausgedehntes Bedürfniß nach wissenschaftlich ausgebildeten Menschen vorhanden; demgemäß muß der wissenschaftliche Unterricht entwickelt werden.

2. Hierdurch entstehen Unterrichtsschwierigkeiten, weil nicht nur die Anzahl der Schüler sich stark vermehrt hat, sondern auch jeder einzelne einen intensiveren Unterricht wegen des höheren Lehrzieles beansprucht.

3. Den Schwierigkeiten ist zunächst durch starke Vermehrung der Lehrkräfte zu begegnen. Einerseits geschieht dies durch die Theilung, bez. Neuschaffung von Ordinariaten, andererseits bilden sich höher gestellte Assistenzen heraus. Hier könnte die private Hilfe der Professoren oder außenstehender Freunde der Wissenschaft eingreifen.

4. Die Steigerung des Lehrzieles bedingt aber außerdem noch einen großen Verbrauch an wissenschaftlichen Problemen, deren Lösung für den Schüler erreichbar ist, und die der Lehrer liefern muß. Wie werden solche Doctoraufgaben beschafft? Aelteres Verfahren: die Betheiligung der Schüler an der eigenen Arbeit des Professors. Nachtheile desselben bei Vermehrung der Schülerzahl. Es entsteht die Nothwendigkeit, auch diese Seite des Unterrichtes methodisch einzurichten.

5. Erster Weg: Austheilung von Einzelproblemen aus einer großen gemeinsamen Aufgabe; seine Vortheile liegen auf Seiten des Professors und der Wissenschaft, seine Nachtheile auf Seiten des Schülers.

6. Zweiter Weg: Zahlreiche unabhängige Aufgaben oder Aufgabengruppen. Große Vortheile liegen auf Seiten des Schülers; für den Lehrer ist die Arbeit stark erschwert, da er umfassende Kentnisse und Erfahrungen beansprucht. Hier ist also Organisation und die aus solcher stammende Erleichterung nöthig. Hinweis auf einige Quellen neuer Probleme.

7. Versuch einer allgemeinen Theorie der wissenschaftlichen Arbeit, zunächst im Gebiete der messenden Naturwissenschaften, aber mit Hinblick auf weitere Anwendungen. Erstes Problem: Ermittelung der Größen, welche in die Grundgleichung eingehen, und der, welche dies nicht thun.

8. Zweites Problem: Ermittelung der Form der Beziehung zwischen den betheiligten Größen. Beispiel.

9. Besondere Fälle, in denen die Reihenfolge anders wird. Deductive Verallgemeinerungen liefern solche Fälle.

10. Ueber Arbeiten, welche „gehen" und solche, welche „nicht gehen".

11. Messende Arbeiten.

12. Schluß.

1. Als Berzelius in seinem Jahresbericht einmal über eine (von Joule und Playfair) ausgeführte Arbeit zu berichten hatte, in welcher die Ausführung einer großen Anzahl von Beobachtungen durch eine besonders förderliche »fabrikmäßige« Anordnung der Experimente ermöglicht war, sprach er sich über einen derartigen Massenbetrieb sehr mißbilligend aus und betonte, daß es viel wissenschaftlicher sei, jeden Fall individuell zu behandeln und lieber auf die Erlangung des reichlichen Materiales zu verzichten, als es durch ein schematisches Verfahren zu gewinnen.

Eine ähnliche Stimmung mag auch heute an vielen und beachtenswerthen Stellen vorhanden sein, zumal die wissenschaftliche Massenarbeit inzwischen eine außerordentlich weite Ausdehnung gewonnen hat. Nicht nur sind zahllose Methoden und Apparate erfunden worden, mit deren Hilfe jetzt Messungen in so viel Minuten erledigt werden, als sie früher Stunden, ja Tage beansprucht hatten, – auch die wichtigste Seite der Lehrthätigkeit des Gelehrten, die Ausbildung junger Forscher, hat einen entschieden fabrikativen Zug angenommen. Ist doch das häßliche Wort von der »Doctorenfabrik« ein getreuer Stimmungsausdruck für die Einschätzung dieses Gebietes der Thätigkeit mancher Facultäten, bez. Universitäten durch das Publikum.

Neben dieser negativen Seite hat indessen diese Angelegenheit auch eine positive. Die jungen Gelehrten werden nicht fabricirt, um nur dem (wissenschaftlichen oder pecuniären) Interesse der Professoren zu dienen. Ein solches einseitiges Unternehmen würde alsbald zu Grunde gehen, wenn nicht für das Erzeugniß, eben den jungen Doctor, ein großer und regelmäßiger Bedarf vorhanden wäre. Zum Theil handelt es sich hier allerdings um Aeußerlichkeiten. Dies liegt namentlich in den Fällen vor, wo durch anderweitige Prüfung und Betitelung seitens des Staates die erforderte wissenschaftlich-technische (d. h. fachmännische) Ausbildung bezeugt wird. In solchen Fächern indessen, wo eine derartige staatliche Aichung nicht vorgenommen wird, gilt die Erwerbung des Doctorgrades als vollgültiger und befriedigender Ersatz der staatlichen Garantie und für die Lehrthätigkeit

an der Universität ist sie eine unumgängliche Voraussetzung. Und selbst in jenen zuerst genannten äußerlichen Fällen erhält sich die Bedeutung des Doctortitels vermöge des Inhaltes, den er früher fast allgemein besaß und jetzt in den zu zweit genannten Fällen sicher noch besitzt: der Titel drückt die Thatsache aus, daß der also Betitelte sich während seiner Ausbildung mit der selbständigen Bearbeitung einer wissenschaftlichen Aufgabe erfolgreich beschäftigt hat, daß er also mit dem Verfahren vertraut ist, durch welches der Gesammtbestand des systematischen Wissens vermehrt wird.

Thatsächlich ist es also der ungemein stark angestiegene Bedarf nach wissenschaftlich ausgebildeten Menschen, welches den dauernden Bestand der Doctorfabriken in gutem Sinne, d. h. der Einrichtungen für die Ausbildung zahlreicher junger Gelehrter hervorgerufen hat und dauernd sichert. Ueberlegt man, daß z. B. die großen chemischen Fabriken in Deutschland jede zwischen ein- und zweihundert wissenschaftliche Chemiker beschäftigen, die in der Mehrzahl den Doctortitel rite erworben haben, daß vor einigen Jahren die Professoren der Physik große Mühe hatten, ihre Assistentenstellen zu besetzen, weil die Elektrotechnik die jungen Doctoren der Physik frisch aus dem Examen aufnahm und verwendete, – so gewinnt man eine Vorstellung davon, warum trotz allen Mißbrauches, der dieser alten Einrichtung anhaftete und vielfach auch noch heute anhaftet, sie sich lebensfähiger als je erweist. Haben doch die technischen Hochschulen seit Jahrzehnten in eifrigster Weise und mit allen Mitteln das nunmehr erreichte Ziel erstrebt, auch ihrerseits diesen vielbegehrten Titel verleihen zu dürfen, und dabei als unerläßliche Voraussetzung gleichfalls die Ausführung einer wissenschaftlichen Arbeit anerkannt.

2. Es liegt also unzweifelhaft ein reales Bedürfniß nach zahlreichen, wissenschaftlich durchgebildeten Menschen vor. In allen möglichen Anstalten und Betrieben hat man im Gegensatz zu früheren Gepflogenheiten die wissenschaftliche Behandlung der auftretenden Fragen und Aufgaben als das erste und sicherste Mittel schätzen gelernt, um die vorliegenden Zwecke zu erreichen, und dementsprechend ist die Verwendung von Beamten gewachsen, welche derartige Arbeit auszuführen verstehen.

Für die höheren Bildungsanstalten ist hierdurch eine erhebliche Veränderung ihrer Aufgaben entstanden. Während es früher

1*

im allgemeinen ausreichte, den Schüler mit einer gründlichen Ausbildung bezüglich des vorhandenen Wissens und Könnens zu versehen, um ihn für seinen künftigen Beruf brauchbar zu machen (ein Ziel, das in einigen Gebieten des Universitätsunterrichtes noch heute als ausreichend angesehen wird), muß jetzt vielfach die zu erreichende Stufe höher genommen werden. Es gilt jetzt nicht mehr, im Sinne des Rückert'schen Wortes:

> Wer soll Meister sein? Der was ersann.
> Wer soll Geselle sein? Der was kann.
> Wer soll Lehrling sein? Jedermann.

nur gute Gesellen auszubilden, die was können, sondern wir sollen und wollen junge Meister in die Welt senden, die was ersinnen, d. h. die sich nicht nur dem Bekannten, sondern auch dem Unbekannten gegenüber zurecht finden können.

Ein Blick in den gegenwärtigen Unterrichtsbetrieb an der Universität (von der technischen Hochschule muß ich aus äußeren Gründen hier und in der Folge absehen) zeigt diese Veränderung mit größter Deutlichkeit. Während bis vor nicht sehr langer Zeit die uralte Form der Vorlesung noch als wesentlich ausreichend für beinahe alles galt, was die Universität zu lehren hatte, hat sich inzwischen eine zunehmende Einführung der persönlichen Unterrichtsweise als nothwendig erwiesen. Seminarien, Kliniken, Laboratorien, Practica aller Art verdrängen mehr und mehr die Vorlesung und schon macht sich in manchen Gebieten die Thatsache geltend, dass die wissenschaftliche Arbeit und Bedeutung des Professors nicht in seinen eigenen Veröffentlichungen, sondern in der Gesammtarbeit des von ihm geleiteten Instituts zu suchen ist.

Es entsteht durch dieses Verhältniß ein eigenthümlicher Widerspruch. Einerseits zwingt das wachsende quantitative Bedürfniß nach wissenschaftlich ausgebildeten Personen zu einer steten Vermehrung der Anzahl der zu Unterrichtenden, andererseits erfordert die nothwendig gewordene Vertiefung im Unterricht des Einzelnen eine unverhältnißmäßig viel stärkere Beanspruchung des Lehrers. Denn während der frühere Vorlesungsunterricht trotz der oft kleinen Anzahl der Hörer doch im eigentlichen Sinne ein Massenunterricht war, da auf die einzelne Person keine Rücksicht genommen werden konnte, so darf heute der Unterricht der viel größer gewordenen Schülermassen doch nicht mehr nach einem solchen Massenverfahren erfolgen, sondern erfordert Formen, denen

eine unmittelbare persönliche Beeinflussung des einzelnen Schülers durch den Lehrer zu Grunde liegt.

Hieraus ergiebt sich eine in mehrfacher Potenz gesteigerte Beanspruchung des Lehrers, deren Folgen bereits überall deutlich in die Erscheinung treten. Die dreifache Thätigkeit als Lehrer, Forscher und Autor, die den deutschen Gelehrten von jeher gekennzeichnet hat, findet sich nur mehr höchst selten in einer Person zusammen, und wenn, so nur während einer beschränkten Zeit. Vielmehr sind es meist nur zwei von diesen Gebieten, in denen der Gelehrte gleichzeitig thätig sein kann; ja die Fälle sind nicht selten, wo äußerst tüchtige Männer sich auf eines derselben, z. B. die Lehrthätigkeit, beschränken müssen.

Welchen Weg giebt es nun aus diesen Schwierigkeiten? Die Frage fällt mit der zusammen: Wie läßt sich die persönliche Unterrichtsarbeit erleichtern?

3. Offenbar giebt es mehr als eine Antwort auf diese Frage. Die nächstliegende und einfachste Lösung wäre eine entsprechende Vermehrung der Lehrkräfte, die allerdings nicht nur im Verhältniß der zunehmenden Schülerzahl anzusetzen wäre, sondern in einem bedeutend höheren Verhältnisse, um auch den gesteigerten Ansprüchen an die Vertiefung des Unterrichtes in Beziehung auf die persönliche Ausbildung des Schülers zu genügen. In dieser Richtung sind bereits dankenswerthe Fortschritte geschehen, und insbesondere in den philosophischen Facultäten der Universitäten ist die Entwickelung dieses Verfahrens in der mehrfachen Besetzung zahlreicher Fächer erkennbar, welche früher durch einen einzigen Lehrer vertreten waren. In noch schnellerem Verhältnisse als die ordentlichen Professoren haben die außerordentlichen und die Privatdocenten zugenommen, und in gewissen Facultäten wird der gesteigerte Unterrichtsbedarf fast ausschließlich auf diesem Wege gedeckt. Endlich finden sich an den Laboratorien, Kliniken und Seminaren in sehr großer Zahl Lehrgehilfen in Gestalt von Assistenten, die meist noch nicht die venia legendi erworben haben, aber dennoch oft in weitgehendem Maße zur Unterstützung des Unterrichtes seitens des Directors herangezogen werden müssen, um den vorhandenen Bedürfnissen zu genügen.

Durch den Umstand, daß diese Gehilfen meist nur mit der Ueberwachung des regelmäßig organisirten Unterrichtsweges der Anfänger beauftragt sind, dessen Einzelheiten vom Director festgestellt wurden, und dessen ordnungsmäßige Durchführung sie

zu sichern haben, werden die Nachtheile vermindert, welche mit der Verwendung junger und ungeübter Lehrkräfte nothwendig verbunden sind. Aber ganz werden sie nicht aufgehoben; überlegt man hierzu, daß häufig gerade die ersten Eindrücke, die der Schüler beim Beginn seiner fachmännischen Ausbildung erfährt, von dauerndem Einflusse auf seine Entwickelung sind, so entsteht der Wunsch, auch diese Thätigkeit der elementaren Anleitung geprüfteren und erfahreneren Lehrern anvertraut zu sehen. Dies wäre zu erreichen, wenn die meist sehr geringfügigen Gehälter, die mit solchen Assistentenstellen verbunden sind, entsprechend erhöht würden, so daß auf dieser Grundlage eine angemessene Existenz ermöglicht würde. Wenn auch in erster Linie hier der Staat einzutreten hat, dessen Pflege ja Deutschland ganz vorwiegend die glänzende Entwickelung seiner Wissenschaft verdankt, so soll doch nicht versäumt werden, zu betonen, daß gerade an dieser Stelle die private Thätigkeit eingreifen könnte. Deutschland ist im Begriffe ein reiches Land zu werden; die Anzahl der Menschen, welche über erhebliche Vermögen verfügen, nimmt schnell zu, und damit entsteht für die bei uns glücklicherweise noch reichlich vorhandenen idealistisch Gesinnten die Frage: Was kann ich besonders Gutes und Nützliches mit meinen Mitteln thun? Unter diesen guten Dingen gehört die Schaffung von pecuniär gesicherten Lehrstellen zweiter Ordnung an den Universitäten zu den nützlichsten, denn sie ermöglicht es, daß begabte, aber unvermögende junge Männer gerade während der kritischen Zeit ihrer Entwickelung sich uneingeschränkt einer Thätigkeit widmen können, die ihnen Raum schafft, aus sich so viel zu machen, wie sie nur irgend vermögen.

Aber dies ist nur eine der Lösungen der oben gestellten Aufgabe, und dazu eine, deren Ausführung längere Zeit erfordert. Welche anderen Mittel giebt es noch, die Thätigkeit des Lehrers an einer solchen großen Unterrichtsanstalt zu erleichtern und ausgiebiger zu machen?

4. Lag das eben geschilderte Mittel im Gebiete des Anfängerunterrichtes, so liegt das, zu dessen Erörterung ich nun übergehen will, im Gebiete des höchsten Theiles der Unterrichtsthätigkeit. Wenn nämlich der Anfänger seine regelmäßigen Uebungen durchgemacht und die entsprechende Ausbildung erworben hat, so tritt die wichtigste Stufe seiner Entwickelung ein, die, wo er zum Meister ausgebildet werden soll. Dies ist der Theil der Unterrichtsarbeit,

die der Leiter des Institutes sich selbst vorbehalten muß, denn es handelt sich hier um die Anleitung zur Ausführung einer selbstständigen wissenschaftlichen Arbeit.

Es ist eine überaus glückliche Entwickelung, welche der Unterricht an den deutschen Universitäten dadurch genommen hat, daß allgemein die Erreichung des Doctorgrades oder einer ähnlichen Würde als Endziel der akademischen Ausbildung von vornherein ins Auge gefaßt wird. Nur vermöge dieser Gewohnheit ist es möglich geworden, die oben geschilderte Verschiebung des Lehrzieles ohne irgend erhebliche Aenderung der alten Organisation der Universitäten durchzuführen. Die Doctorpromotion ist der Hebel, mit dessen Hilfe die Leistung wissenschaftlicher Arbeit beim Studirenden erreicht, nöthigenfalls erzwungen werden kann, und wenn auch dies überaus wirksame Mittel noch nicht überall für diesen Zweck voll ausgenutzt wird, so wird auch an solchen Stellen nur ein guter Wille oder ein auftretendes dringenderes Bedürfniß nöthig sein, um den gleichen Erfolg zu erzielen.

Allerdings setzt die Durchführung eines solchen Verfahrens voraus, daß dem Leiter des Institutes die Fähigkeit zukommt, geeignete Aufgaben aufzustellen, deren Bearbeitung die Kräfte des Schülers einerseits nicht übersteigt, und die andererseits doch hinreichende Tragweite haben, um den Schüler in den wirklichen Betrieb der wissenschaftlichen Arbeit einzuführen. In früherer Zeit, wo es sich immer nur um einige wenige Schüler handelte, war dies einfach genug; der Professor betheiligte seinen jungen Mitarbeiter an den Forschungen, mit denen er eben selbst beschäftigt war, indem er ihm bestimmte Theile des zu bearbeitenden Gebietes zuwies. Hierdurch wurden mehrere Vortheile gewonnen. Der Unterricht war sehr eindringlich durch das Interesse, welches der Professor selbst an den einzelnen Ergebnissen nahm, und der Schüler lernte meist die Anwendung der Methode sehr gründlich kennen. Allerdings entstanden auch gewisse Nachtheile, von denen der erheblichste die Gefahr einer gewissen Einseitigkeit des Gedankenkreises war. Hiergegen einen Ausgleich zu schaffen, war in erster Linie die entsprechende Vorlesung berufen, deren Zweck nicht sowohl die Uebermittelung eines bestimmten Wissens, als die Entwickelung allgemeinerer Gesichtspunkte und möglichst weitreichender Beziehungen ist.

An dieser Grundlage hat denn auch die weitere Entwickelung der Angelegenheiten stattgefunden. Nur wurde oft mit der

wachsenden Zahl der Mitarbeiter das Feld, welches jeden Einzelnen zugewiesen wurde, immer enger, und gleichzeitig mußte der persönliche Einfluß des Professors auf den einzelnen Schüler sehr abnehmen. So ist es erklärlich, wenn in gewissen Gebieten und unter dem Einflusse von nicht besonders gedankenreichen oder pflichteifrigen Lehrern die „Anfertigung der Dissertation" einen recht mechanischen Charakter angenommen hat. Haben sich doch immer wieder von Zeit zu Zeit Stimmen erheben müssen, um den hier und da auftretenden Mißbräuchen Schranken zu ziehen; ja, wir müssen gestehen, daß hier auch heute noch mancherlei Arbeit zu thun ist. Aber andererseits dürfen die deutschen Universitäten sich mit Recht rühmen, daß sonst nirgend in der Welt die reelle wissenschaftliche Arbeit in solchem Umfange und mit solchem Erfolge organisirt worden ist, und daß nirgend der wissenschaftschaftliche Acker mit solcher Regelmässigkeit bestellt wird und mit solcher Sicherheit seine normalen Ernten giebt.

Offenbar ist es nun von größter Bedeutung für die Regelmäßigkeit und Ausgiebigkeit dieses Betriebes, daß alle hierzu erforderlichen Maßnahmen möglichst rationell und bewußt durchgeführt werden. Daher erscheint eine Untersuchung über die Mittel und Wege der Organisation wissenschaftlicher Arbeiten als ein um so nützlicheres Unternehmen als bisher eine solche (soweit meine Kenntniß reicht) nicht vorgenommen oder veröffentlicht worden ist. Vielmehr arbeitet bisher ein jeder Lehrer nach der Weise, die sich ihm unter der Wechselwirkung zwischen den wissenschaftlichen Bedürfnissen und den praktischen Unterrichtserfolgen mehr oder weniger unbewußt als die beste oder durchführbarste ergeben hat. Nun bin ich allerdings vollkommen überzeugt, daß ein jeder Lehrer hierbei thatsächlich dem Besten, was er leisten kann, recht nahe gekommen ist, und daß er von der beabsichtigten Untersuchung besten Falles (nämlich wenn sie einigermaßen richtig und erschöpfend gelungen ist) eine Bestätigung seiner Ergebnisse und eine Stärkung in seinem Verfahren entnehmen wird. Aber da alle Methode entwickelungsfähig ist, so darf gehofft werden, daß namentlich jüngere Lehrer den Weg zu ihrem Ziel sich mit Hilfe solcher allgemeiner Betrachtungen werden abkürzen können, und daß auch der erfahrene Lehrer hier und da einen Punkt finden mag, dem er größere Aufmerksamkeit als bisher zu schenken veranlaßt wird.

5. Als die schwierigste und folgenreichste Angelegenheit tritt uns wieder die Stellung der wissenschaftlichen Aufgabe oder die Beschaffung des Themas entgegen. Der Schüler ist im Allgemeinen zu der Zeit, wo er an die „selbständige Arbeit" herantritt, noch nicht soweit entwickelt, daß er selbst die vorhandenen Lücken in der Wissenschaft erkennen und sich über die Mittel zu ihrer Ausfüllung ein Urtheil bilden kann. Allerdings kann der Lehrer in der Vorlesung Vieles in diesem Sinne leisten, indem er auf Lücken und Möglichkeiten ihrer Ausfüllung hinweist, aber erfahrungsmäßig bleiben derartige Hinweise von der Mehrzahl der Hörer unbeachtet. Die Wenigen, welche auf solche Anregung hin oder gar auf Grund eigenen Lesens oder Nachdenkens mit selbstgewählten Problemen zum Professor kommen, kennzeichnen sich hierdurch von vornherein als die hoffnungsvollsten unter den vorhandenen Schülern und sollten mit besonderer Aufmerksamkeit in ihrer Entwickelung beobachtet werden. Zwar wird es sich ja meist herausstellen, daß die Dinge nicht so gehen, wie sie der Schüler sich zunächst gedacht hat; aber es bedarf dann nur einigen Nachdenkens seitens des Lehrers, um eine ausführbare Aufgabe aus dem Gedanken des Schülers zu gestalten, und in solchen Fällen versäume man nie, ihm ein möglichst weitgehendes Entgegenkommen zu zeigen. An selbstgewählte Arbeit wendet man unwillkürlich mehr Energie als an äußere Aufgaben, und auf diesem Wege wird also aus dem Schüler das Beste zu machen sein, was er hergiebt. Und wenn der Schüler sich erst einmal dessen bewußt geworden ist, daß er wirklich aus Eigenem Neues leisten kann, so wird es auch in Zukunft seine Hauptsorge sein, diese Fähigkeit selbständigen Denkens in sich weiter zu entwickeln. Von allen Eigenschaften, die den wissenschaftlichen Menschen machen, ist diese am spärlichsten in unserem Schülermaterial vorhanden und am schwersten zu entwickeln; das Vorhandensein einer solchen Anlage ist somit die sicherste Gewähr für künftige Erfolge. Alle andere Ausrüstung, insbesondere Kenntnisse und Gewissenhaftigkeit, läßt sich eher erwerben und ausbilden, als die Fähigkeit, sich etwas einfallen zu lassen, und daher ist diese maßgebend für den künftigen wissenschaftlichen wie technischen Erfolg.

Für die große Mehrzahl der Schüler wird aber der Lehrer Themen bereit halten müssen, deren Bearbeitung er ihnen übergiebt, und es tritt bei einigermaßen großem Betrieb des Unter-

richtes ein sehr bedeutender Verbrauch an solchen Themen ein, da oft deren mehrere nach Aussage des Schülers, dem sie anvertraut worden waren, nicht „gehen“ und daher durch neue zu ersetzen sind. Wie stellt man es an, um jeder Zeit genügend Aufgaben zur Hand zu haben?

Auf den nächstliegenden und daher auch am meisten benutzten Weg hierzu ist bereits hingedeutet worden. Er besteht darin, daß der Lehrer die Schüler an seiner eigenen Arbeit betheiligt, indem er das von ihm aufgenommene Problem in eine entsprechende Anzahl von Theilaufgaben zerlegt und jeden dieser Theile einem besonderen Arbeiter übergiebt. Hierdurch entstehen Vortheile und Nachtheile; und zwar liegen die ersteren hauptsächlich auf der Seite der Wissenschaft und des Lehrers, die letzteren auf der Seite der Schüler.

Die Vortheile bestehen in dem großen Umfange, der auf solche Weise der Forschung über ein Gebiet gegeben werden kann. Die mit jeder derartigen Arbeit verbundene handwerkliche Bethätigung, der Theil der Arbeit, welcher wesentlich Fleiß und Gewissenhaftigkeit, dagegen weniger Initiative und Intelligenz beansprucht, kann durch die Vertheilung auf die zahlreichen Einzelkräfte leicht erträglich gemacht werden, und es wird dadurch möglich, Sammelforschungen in einem Umfange durchführen zu lassen, für den die Kräfte des Einzelnen rein physisch nicht ausreichen würden. Dadurch, daß alle Ergebnisse in eine Hand zusammenlaufen, ist gleichzeitig ihre Verwerthung zu allgemeinen Resultaten am besten gesichert; jedenfalls viel besser, als wenn die Theile der Arbeit an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten ausgeführt worden wären, und es dem Zufalle überlassen geblieben wäre, ob Jemand sich mit ihrer Zusammenfassung beschäftigen wollte. Als Nachtheil in wissenschaftlicher Hinsicht wäre nur der Umstand zu bezeichnen, daß die leitenden Gesichtspunkte bei der Anlage und Durchführung der einzelnen Arbeiten im Voraus durch den Lehrer festgelegt zu sein pflegen, der auch die Einzelheiten der Methode vorschreibt. Hierdurch wird die Bereicherung der Gesichtspunkte und die Vertiefung der Methode, wie sie durch die eigene Beschäftigung des geübten Forschers mit den Einzelheiten der Erscheinungen regelmäßig zu entstehen pflegt, zum größeren Theile unwirksam gemacht. Zwar werden dem Schüler ganz besonders auffallende Bestandtheile des von ihm untersuchten Gebietes nicht entgehen, wenn auch

in seinem Arbeitsprogramm eine Rücksicht auf diese Besonderheiten ursprünglich nicht vorgesehen war. Die feineren Eigenthümlichkeiten und tiefer liegenden Widersprüche aber, die bei der Anwendung eines wissenschaftlichen Gedankens auf die unbegrenzte Mannigfaltigkeit der wirklichen Erscheinungen sich bethätigen, sieht und empfindet nur der erfahrene Forscher; sie entgehen dem Schüler und entziehen sich dadurch auch der Kenntniß des Lehrers. Der hierin liegende Verlust kann unter Umständen sehr bedeutend sein. Der Schüler ist erfahrungsmäßig überaus geneigt, angetroffene Widersprüche gegen die mitgebrachten Voraussetzungen als Dinge zu behandeln, die möglichst unterdrückt oder in den Hintergrund geschoben werden müssen. Erst der ältere Forscher weiß, daß an solchen unebenen Stellen die Knospen hervorbrechen, aus denen sich später oft neue Zweige am Baume der Erkenntniß entwickeln. Diese Dinge kommen also nur bei ihm zur Wirkung, und so ist die Organisation einer derartigen Sammelforschung immer unvollkommen zu nennen, wenn nicht der Führer neben der Arbeit der Zusammenfassung sich ein eigenes Feld in dem Gesammtgebiete vorbehält, das er ebenso unmittelbar beackert, wie die Schüler ihre Antheile.

Lassen sich auf solche Weise die vorhandenen wissenschaftlichen Nachtheile so weit ausgleichen, daß in Summa für die Förderung der Wissenschaft ein erhebliches Plus übrig bleibt, so liegt die Sache für den Schüler nicht so günstig. Zunächst handelt es sich für ihn bei solcher Gelegenheit meist um eine Arbeit nach vorgeschriebenem Schema, bei der seiner eigenen Initiative nur wenig Spielraum gelassen bleibt. Es kommt somit hier gerade die wichtigste Eigenschaft des künftigen Forschers am wenigsten zur Entwickelung. Ferner aber gewinnt er durch den Umstand, daß er einen ganzen Kreis von Genossen an der gleichen Arbeit betheiligt sieht, leicht eine recht falsche Vorstellung von der Wichtigkeit eben dieser Arbeit und von ihrem Verhältniß zur Gesammtwissenschaft, die er beide weit zu überschätzen Gefahr läuft. Hat er schließlich seinen Antheil an der Arbeit ausgeführt, so hat er von der Wissenschaft und ihrer Methode nur ein sehr kleines Gebiet kennen gelernt, und der Hauptzweck des Unterrichtes, ihm Selbständigkeit des Denkens und Weite des Gesichtskreises zu geben, ist verfehlt. Zwar kann auch hier in der Vorlesung entgegengearbeitet werden; aber der Eindruck des Seminars bezw. des Laboratoriums ist doch unter allen Umständen viel

größer und dauernder als der der Vorlesung, so daß dieses Mittel nur geringe Wirkung thut.

Daß es sich bei dieser Schilderung nicht um theoretische Möglichkeiten handelt, sondern um thatsächliche Verhältnisse von mehr als erwünschter Breite und Ausdehnung, braucht Niemandem gesagt zu werden, der den Wissenschaftsbetrieb an den Universitäten in einigem Umfange aus eigener Anschauung kennt. Solange es sich um die Ausbildung solcher Schüler handelt, deren Bethätigung später wiederum in einem begrenzten Kreise stattfindet, wird der Nachtheil zwar nicht gering, aber doch erträglich sein; sehr peinlich macht er sich dagegen fühlbar, wenn bei der späteren Beschäftigung des auf solche Weise Ausgebildeten eine der vernachlässigten Eigenschaften, Weite des Blickes oder Selbständigkeit des wissenschaftlichen Denkens eine maßgebende Rolle spielt.

6. Um diese schweren Nachtheile von seinen Schülern fernzuhalten, wird der gewissenhafte Lehrer eine derart einseitige Form der Ausbildung vermeiden müssen. Arbeiten an derselben Anstalt die Schüler nebeneinander an möglichst verschiedenen Aufgaben des Faches, so stellt sich unwillkürlich von vornherein eine richtigere Einschätzung der Bedeutung der eigenen Arbeit gegenüber dem Gesammtgebiet der Wissenschaft ein. Die in jeder derartigen Arbeit liegenden Nachtheile des begrenzten Umfanges von Kenntnissen und Fertigkeiten, die durch sie gesichert und geübt werden, finden dann ihr Correctiv darin, daß Jeder seinen Nachbar an ganz anderen Dingen und mit wesentlich verschiedenen Mitteln arbeiten sieht und so seinen Gesichtskreis erweitert. Bei großer Mannigfaltigkeit der Aufgaben sind ferner die Wege, die jedes Mal zur Lösung führen, viel weniger genau voraus anzugeben; es ist also der Initiative des Schülers ein bedeutend breiterer Raum gelassen. Dadurch, daß er an seinem Nachbar das Gelingen eines neuen Arbeitsgedankens beobachtet, wird er selbst angeregt, über mögliche bessere Wege für seine eigene Arbeit nachzudenken: kurz, die Vortheile eines solchen Unterrichtes für den Schüler sind so groß, daß er als der ideale für den gegebenen Zweck bezeichnet werden muß.

Bei dieser Form des Betriebes tritt der bereits erwähnte Verbrauch zahlreicher Themen ganz besonders stark auf, und es ist daher nothwendig, sich reichlich fließende Quellen dafür bereit zu halten. Nun ist in der That die Auffindung neuer Probleme

eine Arbeit, die in weit höherem Maße eine systematische Organisation gestattet, und daher sicherere Ergebnisse ermöglicht, als man glauben sollte. Dies tritt jedem besonders deutlich ins Bewußtsein, der sich mit der Abfassung einer zusammenfassenden Darstellung seiner Wissenschaft, etwa eines Lehrbuches oder dergleichen befaßt. Aus der Zusammenstellung und Ordnung des Vorhandenen ergiebt sich das Fehlende ganz unmittelbar und der Autor gewinnt so viele Themen für künftige Arbeiten, als er nur will.

Nun kann allerdings nicht jedem Seminar- oder Laboratoriumsdirector die Abfassung eines Lehrbuches zugemuthet werden; aber das hierbei zur Wirkung gelangende Princip kann von Jedem benutzt werden. Man kann z. B. vorhandene Lehrbücher daraufhin durchsehen, welche Lücken im Bestande unseres Wissens noch vorhanden sind, und daraus die Pläne zu ihrer Ausfüllung entwickeln. Allerdings muß zugestanden werden, daß dies Verfahren bei weitem weniger wirksam ist, da viele Lehrbücher solche Lücken möglichst verstecken. Dies gilt insbesondere für die meisten französischen Werke solcher Art; der systematische Geist dieses hochbegabten Volkes widerstrebt einer Darstellung, in welcher nicht alle Theile gleichmäßig entwickelt erscheinen, und so wird die Wissenschaft meist in solcher Form dargestellt, als sei bereits alles in Ordnung. Deutsche Lehrbücher, namentlich die besseren, von selbständigen Forschern geschriebenen, pflegen dagegen ein gebührendes Gewicht auf den Nachweis vorhandener Lücken zu legen.

Die geeignetsten Bücher für diesen Zweck sind daher Sammelwerke, welche nicht eine abgerundete Darstellung des Gebietes anstreben, sondern eine möglichst vollständige Zusammenstellung des Geleisteten. Solche Werke müssen, um benutzbar zu sein, auf Grund irgend eines strengen und leicht übersehbaren Systems angeordnet sein, und hier treten daher etwaige Lücken und Widersprüche am schnellsten zu Tage. So kann beispielsweise der Director eines chemischen Unterrichtslaboratoriums, der um anorganische Themen in Noth ist, aus dem „Gmelin“ innerhalb einer Stunde seinen ganzen Jahresbedarf an Problemen mit leichter Mühe zusammenstellen.

Ein derartiger Gewinn an neuen Anregungen läßt sich noch vollkommener erreichen, wenn neben der Durchsicht solcher Bücher ein eingehendes Studium bestimmter Gebiete des Faches nach

den *Quellen* betrieben wird, auch ohne daß eine Veröffentlichung der Ergebnisse beabsichtigt ist. So wie man die Originalliteratur über eine bestimmte Frage bearbeitet (wobei insbesondere die älteren Arbeiten nicht zu vergessen sind), befindet man sich wie unter einem Baume voller reifer Früchte; bei der geringsten Bewegung fallen Einem die bearbeitungsfähigen Probleme in den Schoß.

Bei der Ausführung dieses zweiten Verfahrens wird man bald folgende Bemerkung machen. Wenn man die älteren Bände der verschiedenen wissenschaftlichen Zeitschriften und anderen Sammelwerke nachschlägt, um über eine bestimmte Frage nachzulesen, so fällt Einem beim Durchblättern des Bandes häufig genug Anderes auf, was Interesse erregt und daher angesehen wird. Derartige zufällige und ungeregelte Lektüre erweist sich nun oft noch weit ausgiebiger an neuen Problemen, als das systematische Studium, und so sollte sich jeder Lehrer gewöhnen, freie Viertelstunden mit derartigen zufälligen Streifereien in der Fachbibliothek auszufüllen. Aus persönlicher Erfahrung kann ich angeben, daß die Wirksamkeit und Ergiebigkeit dieses Verfahrens über alle Erwartung groß ist; es hat zudem den Vortheil, die vorher als eine dringende Nothwendigkeit betonte *Mannigfaltigkeit der Probleme* am besten zu sichern. Da sich dies unsystematische Verfahren mit dem systematischen der literarischen Bearbeitung eines bestimmten Gegenstandes ohne Weiteres vereinigen läßt, so bedarf es keiner besonderen Maßnahmen, um es neben jenem zu organisiren.

Endlich soll noch auf die stets fließende Quelle neuer Probleme hingewiesen werden, welche während und in Folge der wissenschaftlichen Bearbeitung jedes besonderen Themas zu Tage tritt. Jede beantwortete Frage bringt mehr als eine neue mit sich, jedes benutzte Verfahren erregt die Frage nach neuen Anwendungen, möglichen Verbesserungen oder auch nach seiner Berechtigung und dem Umfange seiner Gültigkeit. Zwar pflegen solche Gelegenheiten neuer Aufgaben sich nur dem bereits an der Arbeit Befindlichen, nicht dem Anfänger darzubieten; doch giebt es ein Mittel, diese Vortheile einem größeren Kreise zugänglich zu machen. *Dieses besteht in allgemeinen Besprechungen über die im Gange befindlichen Arbeiten.*

In einer gewissen primitiven Form tritt der bezeichnete Gewinn bereits auf, wenn der Lehrer bei seinen Einzelbesprechungen

mit den an der Arbeit befindlichen Schülern sich nicht mit diesen isolirt, sondern die Umgebung daran hörend und wohl auch rathgebend theilnehmen läßt. In einem gut geleiteten Seminar oder Laboratorium wird ja auch immer auf solche Gelegenheit zum Mitlernen Rücksicht genommen. Aber noch wirksamer läßt sich das Verfahren gestalten, wenn man den Schüler veranlaßt, in einer besonders dazu anberaumten Stunde den versammelten Arbeitsgenossen seine bisherigen Ergebnisse vorzulegen und unter der Leitung des Lehrers mit ihnen die vorhandenen Schwierigkeiten und möglichen weiteren Wege zu erörtern. Ich pflege solche Besprechungen durchschnittlich zwei bis drei Mal an jede Arbeit zu knüpfen: zuerst bei der Darlegung der neu zu bearbeitenden Probleme durch den Lehrer, etwa am Anfange des Semesters, ferner etwa in der Mitte der Arbeit durch den Schüler und schließlich nach Abschluß der Arbeit wieder durch den Schüler. Insbesondere bei dieser letzten Besprechung, bei der die Tragweite und Bedeutung der Ergebnisse zur Erörterung gelangen, entsteht fast regelmäßig und vermöge eines sehr natürlichen Vorganges eine Reihe neuer Fragen, die Anlaß zu eben so vielen bestimmten Problemstellungen und damit Arbeitsthemen geben.[1]

Durch die vorstehenden Darlegungen sind nur einige Möglichkeiten angegeben, um die Frage nach den „Themen" zu entledigen. Sie sollen dazu dienen, dem Lehrer in etwaigen Ebbezeiten hilfreich zu sein; im Uebrigen wird ja jeder Lehrer, der gleichzeitig Forscher ist, seine eigenen Denkwege gehen und die hierbei auftretenden Probleme in erster Linie seinen Schülern zur Bearbeitung vorlegen.

7. Ist nun das Thema gefunden, so entsteht die Frage nach dem zweckmäßigsten Wege zu seiner Bearbeitung. Auch hierüber lassen sich einige allgemeine Betrachtungen anstellen, durch welche die Arbeit der Leitung einigermaßen erleichtert wird.

Die allgemeinste Form einer wissenschaftlichen Aufgabe läßt

---

[1] Ich kann dieses Verfahren, über dessen Anfänge ich bereits früher berichtet habe, nicht dringend genug empfehlen. Dadurch, daß die noch im Vorbereitungsstadium befindlichen Schüler vor ihren Augen die Entwickelung einer Arbeit aus einem Problem zu einer abgerundeten Bereicherung der Wissenschaft sich vollziehen sehen, schöpfen sie selbst Muth und Lust, sich an eigener Arbeit zu versuchen, und gleichzeitig lernen sie so viel von der allgemeinen Methodik wissenschaftlicher Forschung, daß sie sich hernach viele Täuschungen und Verfehlungen ersparen.

sich symbolisch in Gestalt der allgemeinen Functionsgleichung darstellen:

$$f(a, b, c, \cdots) = \text{const.},$$

welche besagt, daß die Werthe a, b, c u. s. w. in einem wechselseitigen Zusammenhange stehen.[1] Die Werthe $a, b, c, \cdots$ sind im Allgemeinen veränderlich, es können sich jedoch auch unveränderliche Werthe oder Constanten unter ihnen befinden. Der Ausdruck const. bedeutet einen im ganzen Geltungsgebiet der Gleichung constanten Werth.

Die erste Frage, welche wir angesichts einer solchen Gleichung stellen können, ist die nach der Aufzählung aller in der Klammer vorhandenen Glieder. Das heißt in die Sprache unseres Gegenstandes übersetzt, es entsteht zunächst die Frage nach der Ermittelung aller Werthe, welche auf die betrachtete Angelegenheit Einfluß haben. Die Antwort auf diese erste Frage nimmt die Gestalt einer Aufzählung von einzelnen Dingen an.

Man erkennt leicht, daß es sich hier um die allgemeine Aufgabe handelt, mit der alle Wissenschaft beginnt: um die Ermittelung und Kennzeichnung der Dinge, die unter einen gewissen Begriff gehören. Im Uebrigen kann die Aufgabe die mannigfaltigsten Gestalten annehmen. So gehört hierher etwa die Beschreibung und Bearbeitung der zoologischen Ausbeute einer Forschungsreise, die Herstellung und Untersuchung der Verbindungen eines neu entdeckten Elementes, oder die Beschreibung der Waffen der afrikanischen Völker.

Vor die sehr schwierige Aufgabe, ein bislang ganz unbekanntes Material zum ersten Male wissenschaftlich festlegen zu sollen, wird man naturgemäß einen Schüler nicht stellen; vielmehr wird es sich hier darum handeln, daß er dies Material in ein vorhandenes System einordnen oder nach bereits festgestellten Gesichtspunkten bearbeiten soll.

Hierbei ist nach zwei Richtungen wissenschaftliche Selbständigkeit möglich und daher anzustreben. Die Zuordnung der

[1] Es scheint näher zu liegen, die Gleichung in der Gestalt $R = f(a, b, c, \cdots)$ aufzustellen, wo der Werth R oder das Resultat als die Function der Werthe $a, b, c, \cdots$ bezeichnet wird. Doch wird hierdurch unter den in gegenseitiger Abhängigkeit stehenden Werthen $R, a, b, c, \cdots$ ein besonderer herausgesucht und allen anderen gegenübergestellt, was nicht immer berechtigt oder nothwendig ist. Vielmehr müssen wir den eben gegebenen Ausdruck als eine besondere Form der im Text benutzten allgemeinen Gleichung ansehen, die nur in einer verhältnißmäßig beschränkten Anzahl von Fällen Anwendung findet.

neuen Objecte unter den gegebenen Begriff gewährt einerseits die Möglichkeit, den Begriff durch neue, allgemein vorhandene Bestimmungsstücke zu bereichern, andererseits seine etwaige Unzulänglichkeit oder falsche Begrenzung daran zu erkennen, daß gewisse der neu hinzukommenden Objecte sich nicht ohne Widerspruch unterordnen lassen. Dann kommt die weitere Aufgabe hinzu, die erforderliche Vertiefung oder Beschränkung des Begriffes vorzunehmen.

Daß so schon bei der scheinbar einfachsten und trivialsten Aufgabe die Möglichkeit eintritt, daß die Grundlagen des betreffenden Gebietes in Frage gestellt und nöthigenfalls berichtigt werden müssen, ist eine Erscheinung, die aller wissenschaftlichen Arbeit eigen ist und uns in gleicher Gestalt bei allen anderen Formen derselben entgegentreten wird. Denn da diese in einer unaufhörlichen Anwendung der bereits erlangten wissenschaftlichen Resultate auf neue Erscheinungen besteht, so liegt immer wieder die Möglichkeit eines Widerspruches mit diesen vor, sowie man noch Unbekanntes mit ihren Maßstäben zu messen versucht.

Ferner ist noch zu bemerken, daß eine erschöpfende Aufzählung der zusammenwirkenden Glieder $a, b, c, \cdots$ unerreichbar ist, und daß es im Allgemeinen kein Mittel giebt, auch in verhältnißmäßig einfachen Fällen (z. B. in der Mathematik) die Vollständigkeit einer derartigen Aufzählung zu sichern. Allgemein gesprochen wird ja nichts in der Welt unabhängig von allen anderen Dingen sein, die früher oder gleichzeitig vorhanden waren und sind. Aber durch das allgemeine Abstractionsverfahren der Wissenschaft können wir die Frage in bestimmter Weise einschränken, und so die Unendlichkeit der vorhandenen Möglichkeiten nach Bedarf zusammenziehen. Allerdings wird, je weiter die Abstraction gegangen war, auch die Anwendung des Ergebnisses auf den besonderen Fall um so schwieriger werden. Hierzu kommt noch im Allgemeinen die physische Unmöglichkeit, die Bedingung der Vollständigkeit zu erfüllen. So wird denn auch die Antwort nicht lauten: „Dies sind sämmtliche Elemente des vorgelegten Begriffes“, sondern: „Die hier aufgezeigten Elemente gehören unter diesen Begriff“. Man prüfe unter diesem Gesichtspunkte die oben aufgeführten Beispiele, wenn man sich das Gesagte veranschaulichen will.

Um dieser fundamentalen Schwierigkeit zu begegnen, giebt es nur ein Mittel, die Systematisirung. Man versucht, auf Grund

irgend eines, wenn auch noch so äußerlichen Eintheilungsprinzipes ein möglichst vollständiges Inventar des Gebietes aufzustellen, und arbeitet dann eine Nummer nach der anderen durch. Gegen Unvollständigkeit des Inventars versucht man sich dadurch zu schützen, daß man nach gethaner Arbeit dasselbe Material nach einem ganz anderen Eintheilungsprinzip ordnet, und zusieht, ob alle Fächer der neuen Ordnung zur Unterbringung des vorhandenen Materials ausreichen. Je mehr derartige Katalogisirungen vorgenommen werden, um so brauchbarer ist das Ergebniß.

Beispiele für einen derartigen Betrieb finden sich u. a. in gewissen Gebieten der Chemie, namentlich der organischen. Hier hat durch bald ein Jahrhundert die Arbeit vorwiegend darin bestanden, die zahllosen Glieder *a, b, c* · · · der Function „Kohlenstoffverbindungen" (d. h. die einzelnen Stoffe) herzustellen und zu kennzeichnen. Die verschiedenen Theorien der chemischen Verbindung, die Radical-, Typen- und Structurtheorie, nicht weniger deren jüngste Wendung, die Stereochemie hatten wissenschaftlich keinen anderen Zweck, als eine Uebersicht sämmtlicher möglichen Verbindungen zu geben. Bei der Ausfüllung der durch die zeitweilige Theorie vorgeschriebenen Fächer fanden sich dann bisher immer überschüssige Stoffe, welche sich nicht unterbringen lassen wollten, und in deren Interesse dann ein neues Schema entworfen werden mußte.

Neben dem Nachweise, daß gewisse Werthe *a, b, c,* · · · · in gegenseitiger Beziehung an einer bestimmten Klasse von Objecten stehen, ist der Nachweis von Bedeutung, ja oftmals von größter Wichtigkeit, daß andere Werthe *g, h, i,* · · · · keinen solchen Einfluß besitzen und daher ausdrücklich aus dem Inhalt des Begriffes auszuschließen sind. Erst durch einen solchen Ausschluß gewinnt man einen Ueberblick über das Anwendungsgebiet der gewonnenen Beziehung und eine Sicherung für die Berechtigung solcher Anwendungen. Weiß ich beispielsweise, daß die Zusammensetzung aller chemisch-einheitlichen Stoffe unabhängig von der Temperatur und dem Drucke ist, die bei ihrer Entstehung geherrscht haben, so entsteht dadurch die bekannte ungeheure Erleichterung der chemischen Arbeit, daß es genügt, den Stoff bei irgend einer beliebigen Temperatur (oder Druck) herzustellen, um seine Zusammensetzung allgemeingültig festzulegen. Ja, das umfassendste aller Naturgesetze, das Gesetz von der Erhaltung der Energie, besteht wesentlich in einer solchen negativen Aus-

sage: daß es nämlich überhaupt keinen bekannten Umstand giebt, durch welchen eine gegebene Energiemenge ihrem Betrage nach geändert werden kann.

Hierin liegt dann auch gleichzeitig die Rechtfertigung solcher Arbeit, die von den ferner Stehenden sehr leicht als mechanisch, geistlos, unwissenschaftlich getadelt wird. Ein solcher Tadel ist gelegentlich berechtigt, wenn auch nicht gegen die Sache, so doch gegen die Weise, in welcher sie gehandhabt wird, nämlich dann, wenn die Vergänglichkeit des jeweils benutzten Ordnungsschemas verkannt wird. Es kann nicht geleugnet werden, daß oft genug die Arbeit nicht unter dem sachlichen Gesichtspunkt der unbefangenen Prüfung des zur Zeit benutzten Schemas ausgeführt wird, sondern ohne irgend welche Zweifel an seiner unbedingten Richtigkeit oder gar zu seiner Vertheidung gegen vorhandene sachliche Angriffe. Eine solche Stellungnahme seitens des Lehrers ist stets bedenklich. Der geringste Nachtheil ist die Schädigung seiner Autorität, wenn schließlich doch die vertheidigte Position unhaltbar wird. Schlimmer ist die Verschiebung des Gesichtspunktes, unter dem solche Arbeit zu machen ist. Der Schüler sollte angehalten werden, in jedem Widerspruch gegen gewohnte Ansichten etwas Werthvolles zu erblicken, da ein solcher immer eine Erweiterung der Wissenschaft verheißt. Sowohl die öffentlich bekannte Geschichte der Wissenschaft,[1] wie die private jedes einzelnen Forschers bietet Beispiele dar, welche die schädlichen Folgen der Verkennung des Werthes widersprechender Erfahrungen erläutern.

Dann aber ist zu Gunsten der Inventararbeit zu sagen, daß die allgemeinste Form wissenschaftlicher Ergebnisse gar keine andere ist, als die des systematischen Verzeichnisses. Man denke sich beispielsweise die Physik so weit entwickelt, als die kühnste

[1] Ich möchte mir nicht versagen, hier an Liebig's Erzählung zu erinnern, nach welcher er an demselben Tage, wo ihm Balard's erster Bericht über das neu entdeckte Element Brom zugekommen war, seinen Schülern die Hauptversuche damit vorführen konnte, da er eine große Flasche davon bereits im Präparatenschrank stehen hatte. Bei Gelegenheit der Untersuchung einer Soolmutterlauge hatte er durch Einleiten von Chlor und Destilliren eine braune, schwere Flüssigkeit erhalten, die er für Chlorjod hielt. Zwar hätten, wie er selbst angiebt, einige Reactionen nicht gestimmt, er hätte aber den Widerspruch nicht weiter verfolgt, und hätte sich gedacht, daß dieser schon irgend einen Grund haben würde. Einen Grund hatte er freilich! Liebig betonte, daß, wenn er sich der Aufklärung des Widerspruches zugewendet hätte, ihm die Entdeckung des Broms zugefallen wäre.

Phantasie es zu träumen vermag: man wird immer auf eine Anzahl „letzter“ Thatsachen und Beziehungen stoßen, deren gegenseitiges Verhältniß darin besteht, daß sie Sonderfälle irgend eines allgemeinsten Begriffes sind. Und die denkbar größte Vertiefung und Verallgemeinerung der Wissenschaft besteht in dem Nachweise, daß außer den bekannten Sonderfällen andere nicht vorhanden sein können, da alle Möglichkeiten des Begriffes, d. h. die Einzelfälle des durch ihn gegebenen Schemas, erschöpft sind.

8. Durch diese Betrachtung sind wir bereits an das zweite Problem gelangt, welches sich nach der Ermittelung der Einzeldinge in der Function $f(a, b, c \cdots) = \text{const.}$ anschließt. Es ist die Auffindung der Form der Function, oder der Beziehung, in welcher die Größen $a, b, c \cdots$ zu einander stehen.

Ehe an eine möglichst allgemeine Antwort auf diese Frage gedacht werden kann, nach welcher alle derartigen Aufgaben im Gesammtgebiete der Wissenschaft behandelt werden können, wird es gut sein, die Untersuchung zunächst auf solche Probleme einzuschränken, welche sich in mathematischer Gestalt aussprechen lassen. Die Antwort wird dann folgende sein.

Man wählt unter den vorhandenen Größen zwei, und untersucht deren gegenseitige Abhängigkeit, während man alle anderen Größen constant läßt. Es seien dies die Größen a und b; man gewinnt dann eine bestimmte Function dieser beiden Veränderlichen von der Gestalt $\varphi_1 (a, b) = C_1$, wo C_1 eine Constante ist. Dann untersucht man ein anderes Paar, etwa a und c, und gewinnt dadurch nicht nur eine Beziehung $\varphi_2 (a, c) = C_2$, sondern durch Elimination von a auch die dritte Beziehung $\varphi_3 (b, c) = C_3$ und durch Vereinigung die allgemeine Beziehung $\psi_1 (a, b, c) = K_1$, von der φ_1, φ_2 und φ_3 nur Unterfälle sind. Nun kann man eine vierte Größe d hinzunehmen, und durch Ermittelung der Functionen $\varphi_4 (a, d)$, $\varphi_5 (b, d)$, $\varphi_6 (c, d)$ nicht nur die allgemeineren Beziehungen $\psi_2 (a, b, d)$, $\psi_3 (a, c, d)$, $\psi_4 (b, c, d)$, sondern auch die nunmehr allgemeinste $\chi_1 (a, b, c, d) = R_1$ aufstellen. Wie die weitere Arbeit zu führen ist, ergiebt sich hieraus ohne Schwierigkeit.

Wie man sieht, kommt das Verfahren darauf hinaus, daß man die in der allgemeinen Aufgabe vorgelegte unbekannte Function von n Veränderlichen willkürlich durch Festlegung von $n-2$ derselben in eine Function von nur zwei Veränderlichen verwandelt. Um die $n-2$ anderen Veränderlichen festlegen zu können, muß man sie vor allen Dingen w i s s e n, und deshalb geht die früher

geschilderte allgemeinere Aufgabe der gegenwärtig behandelten voraus.

Versucht man das Grundsätzliche des Verfahrens auszusprechen, so handelt es sich um die stufenweise Ermittelung von Functionen, welche bei allen zulässigen Werthen ihrer Veränderlichen einer Constanten gleich sind, oder um die Ermittelung der entsprechenden Invarianten. Auf diese Form lassen sich in der That alle wissenschaftlichen Aufgaben zurückführen, bei welchen meßbare Größen auftreten. Ob dies überhaupt für alle wissenschaftlichen Aufgaben gilt, wage ich hier nicht zu entscheiden. Jedenfalls dehnt sich das Gebiet des Meßbaren beständig aus, und demgemäß auch der Geltungsbereich der Methode; ihre Allgemeinheit läßt sich daher als sehr wahrscheinlich bezeichnen, und die gegentheilige Behauptung bedürfte einer eigenen Begründung.

Die Gestalt, welche die einzelnen Lösungen $\varphi(a, b) = C$ annehmen, bedarf gleichfalls einiger Bemerkungen. Die Untersuchung ergiebt sie zunächst in der Form einer Tabelle, in welcher jedem Werthe von a der entsprechende Werth von b zugeordnet ist. Dies rührt daher, daß man immer darauf angewiesen ist, für willkürlich gewählte Einzelwerthe von a die entsprechenden von b zu suchen, d. h. zu beobachten oder experimentell zu bestimmen.[1]

An Stelle einer solchen Tabelle, die nach dem allgemeinen Stetigkeitsgesetz für alle Zwischenwerthe interpolirt werden kann bez. muß, ist man nun im allgemeinen bestrebt, einen geschlossenen mathematischen Ausdruck zu finden. Ein solcher ersetzt nicht nur die Tabelle, sondern gestattet meist auch eine anschauliche und leicht zu handhabende Begriffsbildung. Ist eine solche gelungen, so pflegt man den Ausdruck einen rationellen zu nennen, und sieht die fragliche Erscheinung als „erklärt“ an.

Um für diese Darlegungen, die dem Fernerstehenden abstracter und daher unanwendbarer vorkommen werden, als sie es wirklich sind, ein anschauliches Beispiel zu geben, sei die Entwickelung der Gasgesetze nach dem gegebenen Schema untersucht.

Eine gegebene Gasmenge zeigt wechselseitige Beziehungen zwischen Volum, Druck und Temperatur; andere Größen haben keinen Einfluß auf diese Werthe. Bezeichnen wir sie mit v, p, t,

[1] Selbst wenn (was häufig genug der Fall sein wird) aus technischen Gründen eine stetige Veränderung der einen Variablen z. B. a, erfolgt, so daß auch b sein ganzes Gebiet stetig durchläuft, so kommen zur Ablesung bez. Bearbeitung doch wieder nur willkürlich herausgegriffene Einzelwerthe.

so besteht eine Gleichung von der Gestalt $f(p, v, t) = r$, wo r die oben mit const. bezeichnete allgemeine Constante ist.

Von diesen Beziehungen ist zuerst die zwischen Druck und Volum von Bogle, und später von Mariotte ermittelt worden. Wenn die Temperatur t constant gehalten wird, so besteht eine Beziehung $\varphi_1(p, v) = C_1$, als deren mathematische Form die einfache Gestalt $pv = C_1$ sich ergab.

Erheblich später wurde gleichzeitig von Gay-Lussac und Dalton die Beziehung zwischen Volum und Temperatur bei constantem Druck untersucht, d. h. die Form der Gleichung $\varphi = (v, t) = C_2$ festgestellt. Sie erwies sich von der Gestalt $\frac{v}{1 + \alpha t} = C_2$, wo α eine Constante, der Ausdehnungscoëfficient der Gase, ist.

Die aus diesen beiden Gleichungen sich ergebende abgeleitete Gleichung[1] $\frac{p}{1 + \alpha t} = C_3$ hat wegen ihres abgeleiteten Charakters keinen Namen, der an ihren Entdecker erinnert; auch ist derselbe nie ausdrücklich genannt worden.

Alle drei Gleichungen sind nun aber ihrerseits nur Unterfülle der allgemeinen Gasgleichung $\frac{p\,v}{1 + \alpha t} = r$. Man erkennt dies unmittelbar, wenn man je eine der drei Veränderlichen p, v, t constant setzt und nach rechts schafft, wobei die drei Einzelgleichungen wieder entstehen.

Die Auffindung einer solchen mathematischen Formel ist also gleichwerthig mit der einer begrifflichen Verknüpfung vereinzelter Thatsachen und beide Operationen werden mit Recht als der Haupt- und Höhepunkt einer wissenschaftlichen Arbeit angesehen. Wie man sich in jedem Falle dem vorhandenen Materal gegenüber zu verhalten hat, um ein solches Ergebniß zu gewinnen, ist schwer allgemein anzugeben. Für quantitative Ergebnisse, welche eine mathematische Formulirung gestatten, ist eine Aufzeichnung der zusammengehörigen Zahlenreihen in rechtwinkligen Coordinaten die zweckmäßigste Vorbereitung. Hat man die Formen der

---

[1] Man darf nicht etwa die p und v der beiden Gleichungen als gleich ansehen und das gewöhnliche Eliminationsverfahren anwenden. Im ersten Falle ist die Temperatur, im zweiten der Druck constant, und es müßte genauer in der ersten Gleichung p_t, v_t, in der zweiten v_p, t_p geschrieben werden.

wichtigsten Functionen sich vorher eingeprägt, so gewinnt man schnell Anhaltspunkte.

Ein anderes Mittel ist die Aufsuchung von Analogieen zu bereits bekannten Erscheinungen, deren Formeln bekannt sind. So sind z. B. die elektrostatischen und magnetischen Anziehungsgesetze in bewußtem und erfolgreichem Anschlusse an das Gravitationsgesetz gebildet worden. Und umgekehrt hat der Umstand, daß diese Analogie sich für die elektrodynamische Fernwirkung als unzutreffend erwies, die Entwickelung dieses Gebietes ganz erheblich verzögert.

Das Hilfsmittel der Analogie ist auch das einzige, welches ich in dem Falle der nichtmathematischen Begriffsbildung anzugeben weiß. Es hat hier die gleichen Vorzüge und Gefahren; letztere werden noch dadurch erheblich gesteigert, daß hier das entscheidende Kriterium der quantitativen Uebereinstimmung oder Abweichung fehlt. Logische oder allgemein gedankliche Beziehungen lassen sich viel leichter vergewaltigen, wenn Neigung dazu durch unangemessene Analogiebildung hervorgerufen wurde, als dies mit Zahlen möglich ist. Um derartige Gefahren zu vermeiden, hat man sich der höchsten Unbefangenheit den Thatsachen gegenüber zu befleißigen: eine Forderung, die leichter auszusprechen als zu erfüllen ist. Zu dieser Unbefangenheit gehört auch, daß man ungewohnte und dabei absurd erscheinende Möglichkeiten nicht kurzer Hand und ohne sachgemäße Prüfung abweist. Von großem Nutzen ist ferner eine systematische Durchsicht der denkbaren Möglichkeiten, wobei allerdings wieder die Gefahr auftritt, daß durch die benutzte Systematik bereits gewisse Seiten der Aufgabe unbewußt von vornherein ausgeschlossen werden.

9. Die Reihenfolge der oben geschilderten geistigen Operationen ist allerdings nicht immer die bisher angenommene, denn die Darstellung ist unter der Voraussetzung durchgeführt worden, daß irgend welche Anhaltspunkte für die Form der gesuchten Beziehung von vornherein nicht vorhanden sind. Sehr häufig liegt die Sache umgekehrt. Auf Grund einer Theorie, vielleicht auch nur einer Analogie ist eine bestimmte Form wahrscheinlich, und die Arbeit besteht dann zunächst in einer Prüfung, ob diese Form der Beziehung zutreffend ist oder nicht.

Hier besteht namentlich beim Anfänger wieder die Gefahr (der übrigens auch gelegentlich der ältere Forscher zum Opfer

fällt), daß die Prüfung nicht unbefangen vorgenommen wird, und daß aus der Vermuthung, die Sache möge so oder so sein, sich der Wunsch, sie möchte so sein, entwickelt. Dann werden bestätigende Ergebnisse mit Genugthuung aufgenommen, ohne der nöthigen Kritik unterzogen zu werden, und widersprechende Ergebnisse werden auf Grund irgend welcher denkbaren, wenn auch nicht nachgewiesenen Irrthumsmöglichkeiten in den Hintergrund geschoben.

Eine derartige Form der Aufgaben ergiebt sich namentlich dort, wo durch eine erfolgreiche Verallgemeinerung eine große Anzahl einzelner Fälle umfaßt wird, die noch nicht in der fraglichen Richtung untersucht waren. So lassen sich beispielsweise aus dem zweiten Hauptsatze der Thermodynamik oder aus dem Darwin'schen Entwickelungsbegriff noch heute besondere Beziehungen ableiten, die man früher nicht gekannt hatte, und für die man trotz des berechtigten Vertrauens in jene großen Verallgemeinerungen auch nicht wissenschaftliche Sicherheit beanspruchen wird, bevor man sie durch Versuch oder Beobachtung bestätigt hat. Denn selbst wenn man derartige Grundlagen als vollkommen gesichert ansehen wollte (wozu im allgemeinen kein Recht nachgewiesen werden kann), so müßte man doch noch immer die Möglichkeit eines Denkfehlers bei der Anwendung auf den besonderen Fall zugeben. Der Nachweis, daß die erschlossene Beziehung thatsächlich besteht, bildet dann den Inhalt der wissenschaftlichen Arbeit.

Bleibt die erwartete Beziehung aus, so kann die Ursache an mehreren Stellen gesucht werden. Zunächst kann der zur Prüfung gewählte besondere Fall ungeeignet sein, indem die in Frage stehende Beziehung durch andere Verhältnisse überdeckt wird, deren Vorhandensein übersehen war oder sich erst bei der näheren Untersuchung herausgestellt hat. Ferner kann ein Fehler bei der Ableitung der Beziehung gemacht worden sein; es hat also eine kritische Durchsicht der vorgenommenen Deduction zu erfolgen. Endlich kann die Voraussetzung selbst den Fehler verursacht haben.

Im letzten Falle liegt die Sache im allgemeinen nicht so, daß die Voraussetzung durchgehend als falsch erklärt werden müßte. Es ist nur unmöglich, bei der Aufstellung allgemeiner Sätze alsbald deren Geltungsbereich genau zu begrenzen und alle Faktoren anzugeben, welche das Resultat beeinflussen. Wird nun durch

den neu untersuchten Fall gerade ein derartiger wirksamer aber bisher übersehener Factor bethätigt, dann tritt ein Widerspruch gegen die bisherige Fassung des Gesetzes ein und die gemachte Deduction erweist sich als unrichtig.

Auf derartige Fälle findet das S. 19 Gesagte volle Anwendung; die Auffindung solcher Abweichungen bildet den Anfang einer wissenschaftlichen Entdeckung von entsprechender Wichtigkeit. Es tritt hierbei alsbald die Aufgabe ein, die Gesetze dieser Abweichung aufzusuchen, und auf deren Grundlage eine neue Formulirung jenes allgemeineren Gesetzes zu versuchen. Es braucht kaum besonders betont zu werden, daß ein solcher Versuch alsbald wieder eine neue Reihe von Problemen entstehen läßt.

Der Grad der Sicherheit solcher theoretischer Grundlagen, die man zur Ableitung von Einzelfällen benutzt, kann von sehr hohen bis zu sehr niederen Werthen veränderlich sein; ja es ist nicht selten, daß ganz unsichere Voraussetzungen, Hypothesen u. dergl. verwendet werden. Ist ja doch die Prüfung solcher Ableitungen gleichzeitig eine Prüfung der Voraussetzung. Hierbei wird sehr häufig der Irrthum begangen, daß eine Bestätigung des abgeleiteten Schlusses als eine Bestätigung der Voraussetzung angesehen wird. Damit ein solcher Schluß bindend ist, mußte vorher nachgewiesen sein, daß keine andere Voraussetzung zu dem gleichen Ergebniß führt: eine Aufgabe, die man sich nur in den seltensten Fällen stellt und die allseitig zu lösen wohl noch seltener möglich sein wird.

Wohl aber tritt eine um so größere Steigerung der Wahrscheinlichkeit oder Brauchbarkeit der Voraussetzung ein, je mehr und insbesondere je verschiedenere Ableitungen eine Bestätigung in der Erfahrung gefunden haben.

10. Diese Betrachtungen haben neben ihrer allgemeinen Beziehung auf die Technik der Forschung noch eine besondere Bedeutung für unseren Gegenstand. Bei der Anleitung werdender Forscher begegnet man häufig der Erklärung, eine angefangene Arbeit „gehe nicht,“ weil die erwarteten Resultate ausbleiben; hiermit ist dann auch meist die Bitte um ein „besseres“ Thema verbunden. Hierüber ist dann folgendes zu sagen.

Eine Arbeit „geht“ um so sicherer, je näherliegend sie ist, oder je mehr ihr Inhalt bekannten Thatsachen und Verhältnissen ähnelt. Um so geringer ist aber auch ihre wissenschaftliche Bedeutung. Daher wird man solche Arbeiten dann geben, deren

selbstständige Leistungsfähigkeit man am niedrigsten einschätzt. Wenn also eine als Analogiearbeit begonnene Untersuchung eine unerwartete Wendung nimmt, und der Practicant klagt (was er unfehlbar thun wird), daß die erwarteten Resultate nicht eintreffen, so ist er zunächst mit allem Nachdruck darauf hinzuweisen, daß dadurch der Werth seiner Arbeit unter allen Umständen höher wird, falls er sie durchführt. Häufig lassen sich bessere Leute mit zu geringem Selbstbewußtsein dadurch bei der Arbeit festgehalten, zumal sie sich bis dahin überzeugt haben können, daß die Sache nicht so schwierig ist, wie sie sich gedacht hatten. Viel schlimmer sind die Leute mit engem Horizont und starkem Glauben, die sich gar nicht denken können, daß die Ergebnisse andere als die erwarteten sein können, und die den Thatsachen alle Gewalt anthun möchten, um sie der Erwartung gemäß zu gestalten. Solchen Leuten gegenüber ist Vorsicht und Sorgfalt geboten; am besten sagt man ihnen nicht, was man erwartet.

In den Fällen, wo eine Arbeit anders geht, als erwartet, ist also kein Grund zum Wechsel des Themas vorhanden, es sei denn, daß der neue Weg allseitig zu schwierig für den Candidaten ausfällt (was wohl nur recht selten eintreffen wird). Eine andere Art von Schwierigkeiten tritt ein, wenn faßbare Resultate überhaupt nicht zu erlangen sind, wenn z. B. eine zu messende Größe immer wieder schwankende Zahlen ergiebt. Dies zeigt, daß Umstände vorhanden sind, welche auf das Ergebniß Einfluß haben, und welche von Fall zu Fall veränderlich sind. Alsdann ist die Fragestellung in solchem Sinne abzuändern, daß die möglichen Factoren in der oben (S. 16) geschilderten Weise durchgearbeitet werden, um darauf hin ein Verfahren zur sicheren Messung des fraglichen Objectes auszubilden. Dann wird bei dem meist ziemlich begrenzten Maße von Zeit und Energie, das der Candidat aufbieten kann, das Problem eines der M e t h o d i k, und die ursprüngliche Aufgabe kann zurückgestellt werden.

11. Im Anschluß an diese Betrachtungen kann noch eine in den messenden Naturwissenschaften allein auftretende Frage erörtert werden, nämlich die, der „rein messenden“ Arbeiten. Wenn irgend eine Gleichung $f(a, b, c \cdots) = K$ ihrer Form nach aufgestellt und durch die Erfahrung bestätigt ist, so erhebt sich weiterhin die Frage nach der G e n a u i g k e i t, mit welcher die Gleichung erfüllt ist. Bei der ersten Ermittelung und Bestätigung

wird man sich jedenfalls mit einer mäßigen Genauigkeit, beispielsweise mit einer Fehlergrenze von einigen Procenten begnügen. Denn man darf allgemein voraussetzen, daß die Gleichung nicht mit absoluter Genauigksit gilt. Die Aufgabe, die Grenzen zu bestimmen, an welchen Abweichungen eintreten, ist eine sehr verwickelte, da diese im allgemeinen von den Werthgebieten abhängen werden, in welchen sich die Veränderlichen bewegen. So hat denn auch thatsächlich von jeher die Forschung diese beiden Aufgaben: die Ermittelung der Form der Beziehung und die Prüfung ihrer Genauigkeit, ganz gesondert und zeitlich zuweilen sehr weit getrennt bearbeitet.

Diese zweite Aufgabe fällt praktisch meist zusammen mit der Bestimmung des Zahlenwerthes der Constanten K in der Gleichung $f(a, b, c \cdots) = K$. Derartige Aufgaben brauchen daher für unsere Zwecke nicht gesondert behandelt zu werden.

Wird nun die Frage gestellt, ob sich derartige Arbeiten für Ausbildungszwecke eignen, so wird zu antworten sein, daß nur besonders für exacte Messungen begabte und interessirte Schüler hierfür zuzulassen sind. Die Kritik von Präcisionsmessungen erfordert ein großes Maß von Erfahrung und Umsicht, und gerade diese Eigenschaften lassen sich bei einem Anfänger am wenigsten voraussetzen. Hier werden zweckmäßige Ergebnisse nur zu erreichen sein, wenn der Lehrer selbst derartige Arbeiten mit Neigung und Erfolg auszuführen pflegt, und den Schüler unmittelbar an diesen betheiligt. Die persönliche Mittheilung der zahllosen technischen Einzelheiten, welche hier erst das Ergebniß sicher und werthvoll machen, sichert dann den Fortbestand des in den Erfahrungen des Lehrers aufgesammelten wissenschaftlichen Capitals, welches sonst mit dessen Tode verloren gehen würde. Die Geschichte der Wissenschaft bietet für beide Fälle zahlreiche Beispiele: während Berzelius durch die Ausbildung etwa eines Dutzend einzelner Schüler in täglichem vertrauten Umgange seine Erfahrungen und Fertigkeiten unmittelbar wie mittelbar an einen ausgedehnten Kreis übertrug, sind die in Stas' Person aufgehäuft gewesenen technischen Schätze mit ihm selbst verschwunden. Es ist das keine Sache, die mit Lob oder Tadel zu belegen wäre, sondern eine rein psychologische Angelegenheit: während der Eine durch die Anwesenheit eines verständnißvollen Schülers angeregt und gefördert wird, hindert sie den Anderen in der Concentration der Aufmerksamkeit, deren er für sein Werk bedarf.

12. Werfe ich rückschauend einen Blick über meine Betrachtungen, so drängt sich mir auf das lebhafteste die Empfindung auf, wie unvollständig und einseitig sie sind. Habe ich doch fast keine anderen als meine eigenen Erfahrungen dabei benutzen können, so daß schon allein dieser Umstand große und wichtige Gebiete der Forschung ausgeschlossen hat. Ich habe mir dennoch gestattet, die Frage von vornherein allgemeiner zu stellen, weil ich dadurch entsprechende Mittheilungen und Erörterungen aus anderen Kreisen anzuregen hoffte. In dieser Frage, die eben so wichtig für die abstracte Wissenschaft, wie für das konkreteste Völkerleben ist, muß die durch allseitige Betrachtung allein erzielbare Uebersicht, und die daraus erfließende technische Sicherheit so bald als möglich gewonnen werden. Denn hier wie überall werden die Ergebnisse durch die wissenschaftliche Klärung der Methode nicht nur s i c h e r e r erzielt werden, sondern auch ihre Q u a l i t ä t wird eine sehr erhebliche Steigerung erfahren.

Ueber Variationen in der organisirten Welt und ihre Verwendbarkeit für geologische Zeitbestimmungen.

Von

J. F. Hoffmann.

1. Sobald man auf geologische Zeiträume zu sprechen kommt, wird ihre ungeheuere Länge, mit Hülfe der Paläontologie, stets durch den Hinweis auf die langsame Entwickelung der organisirten Welt, auf die Bildung der zahllosen Variationen recht eindringlich vor Augen geführt.

Wir glauben, in den nachfolgenden Blättern den Nachweis führen zu können, daß die Paläontologie nicht in der Lage ist, etwas über die Länge der verflossenen Zeiträume auszusagen.

Man glaubte bisher, und von einem Theile der Naturforscher wird diese Ansicht noch heute vertreten, daß die Aenderung der Arten in einem einfachen Zusammenhange mit dem Zeitverlauf stehe, und setzte den Wechsel derselben bezüglich seiner Größe proportional der Zeit. Eine geringe Aenderung sollte verhältnissmäßig lange Zeit in Anspruch nehmen, eine bedeutende Aenderung konnte daher nur in sehr großen Zeiträumen stattfinden. Die Constanz der Arten bewies man z. B. durch den Hinweis auf die Getreidearten, welche schon von den alten Aegyptern angebaut wurden und sich in fünf Jahrtausenden kaum geändert haben.

Auf die Veränderung der Lebensbedingungen wurde weniger Werth gelegt, denn soweit die Thatsachen bekannt waren, hatte man zu finden geglaubt, daß Pflanzen, Thiere und Menschen in der Regel, dem Aeußeren nach wenigstens, kaum variiren, wenn sie in andere Klimate versetzt werden.

Einen ganz besonderen Werth legte man auf die allerdings sehr merkwürdige Beständigkeit einiger Thiere der Vorwelt. Die Lingula, welche man in den Sandsteinablagerungen des blauen Thones in Rußland findet, hat sich seit dem Cambrium bis auf die Gegenwart erhalten. Aehnliche Brachiopoden ebenfalls. Ueber die Skorpionen des Silurs sagt Neumayr:[1] „Trotz gewisser Unterschiede von den Skorpionen der Gegenwart ist die Uebereinstimmung in den eigenthümlichen Merkmalen erstaunlich."

Die Paläohatteria im Plauenschen Grunde hat nach Credner dieselben ursprünglichen Anzeichen, wie die an den Küsten Neu-Seelands noch lebende Brückenechse.

Gegenüber dieser Constanz der Arten hat man aber andererseits eine sehr große Beweglichkeit derselben nachweisen können und die Beispiele hierfür haben sich besonders in den letzten Jahren bedeutend vermehrt. Blumen, Obst, Tauben haben sich in hohem Grade variirt, und zwar häufig durch unbedeutende oder gänzlich unauffällige Einflüsse. Eine geringe Verunreinigung von Wasser durch feinen Schlamm ist z. B. im Stande, die Stirnbreite der darin aufwachsenden Krebse in kurzer Zeit zu verändern.[2]

v. Wettstein[3] hat bei seinen Untersuchungen in Brasilien gefunden, daß Pflanzen, die von Europa dorthin übergeführt wurden, in kurzer Zeit die Eigenschaften der dort einheimischen Gewächse annahmen. Die Pfirsich- und Kirschbäume, ferner die Eichen, welche bei uns im Winter kahl sind, zeigen eine Verlängerung der Lebensdauer ihrer Blätter. Diese erlangen eine lederige Beschaffenheit und nach wenigen Jahren findet man beim Trieb der jungen Blätter die vorjährigen noch an den Stämmen sitzen. Die bei uns wohlbekannte Schwarzwurz fand v. Wettstein in Brasilien so verändert, daß er sie erst nach eingehender Untersuchung wieder erkannte.

Ferner liegen wichtige Versuche und Beobachtungen von Hugo de Vries[4] vor, welche sich auf die Bildung neuer Arten der Gattung Oenothera beziehen. Abänderungen, welche plötzlich ohne sichtbare Vorbereitung auftreten und dann sich als charakteristische Eigenthümlichkeiten einer Pflanze (ohne Rückschläge) weiter ver-

---

[1] Erdgeschichte. Bd. 2, S. 88.

[2] W. F. R. Weldon, Nature 1898, Vol. LVIII, S. 499.

[3] Ueber directe Anpassung, ein Vortrag, gehalten von Prof. Dr. Richard v. Wettstein. Wien, Carl Gerold.

[4] Die Mutationstheorie. Leipzig, Veit & Co. 1901.

erben und welche sich außerdem auf die ganze Pflanze erstrecken, nennt de Vries Mutationen, und die so entstandenen Pflanzenarten Mutanten, im Gegensatz zu den Varianten oder Varietäten, welche sich durch einzelne Merkmale auszeichnen, aber in ihrem gesammten Habitus nicht direct verändert erscheinen. Solche Mutationen und Variationen hat de Vries an der oben erwähnten Gattung mehrfach beobachtet.

Auch Beispiele, welche für die schnelle Aenderung der vorweltlichen Arten sprechen, sind bekannt.

Besonders variationsfähig sind die Trilobiten, welche hierdurch für den Geologen ein werthvolles Mittel bilden, um die Schichtenfolge zu erkennen.

Oppel giebt eine Beschreibung der von H. v. Schlagintweit in Ostindien gesammelten Petrefacten und bemerkt in der Einleitung dazu, daß trotz auffallender Aehnlichkeit der sich der Zeit nach entsprechenden ostindischen und europäischen Arten des Jura sich keine einzige der ersteren mit einer der letzteren identificiren ließe. Ferner verweist er auf die von Agassiz mitgetheilte Erfahrung, daß bei bedeutenden Entfernungen die Faunen gleichalteriger Ablagerungen ihre Uebereinstimmung in vollkommenerem Grade verlieren, als es beim Uebergang einer Zone in die nächstfolgende darüberliegende der Fall ist. (Nach Koken.)

Diese Beobachtungen deuten darauf hin, daß auch in der Vorzeit ein recht schneller Wechsel der Arten stattgefunden hat. Für die Gegenwart ist allerdings zu beachten, daß die Varianten oft künstlich erzeugt werden, was für die Vergangenheit fortfällt. Dagegen hat man es in der Vorzeit wiederum mit weniger entwickelten, in der Regel also wohl variationsfähigeren Geschöpfen zu thun. Aus den angeführten Beispielen ist zu entnehmen, daß die Variationsfähigkeit von den Bedingungen beeinflußt wird, unter welchen die Geschöpfe leben und diese Auffassung hat gegenwärtig schon weitgehend Geltung erlangt.

2. Eine bedeutende Klärung des Wesens der Variation wird durch Untersuchungen von Paul Lindner[1] geliefert, die allem Anscheine nach nicht die gebührende Beachtung gefunden haben.

Lindner gelang es nämlich, aus der Stammform eines Pilzes, welchen er Monilia variabilis nannte, verschiedene Wuchsformen

---

[1] Mikroskopische Betriebskontrolle in den Gährungsgewerben, Berlin 1901, S. 294 – 300.

für sich fortzupflanzen, die von der ursprünglichen Form außerordentlich verschieden sind und den Eindruck erwecken, als ob man es mit ganz verschiedenen Pilzen zu thun hat.

Das Wesentliche bei der Versuchsanstellung, wodurch die wichtige Entdeckung gemacht wurde, bestand einfach darin, daß die Ueberimpfung auf einen frischen Nährboden frühzeitig und häufig wiederholt geschah. Bei nicht rechtzeitiger und nicht häufiger Ueberimpfung bildete sich die Stammform bald wieder zurück. Je frühzeitiger und häufiger die Ueberimpfung stattfand und je länger diese Handhabung fortgesetzt wurde, desto länger dauerte es, bis eine Variation sich zur Stammform zurückbildete und desto eher war auf eine Variation in Dauerform zu rechnen.

Wir schließen daraus: Die ruhige ungestörte Entwickelung erzeugt die Dauerform, während die Störungen, das Herausreißen aus der ruhigen Entwickelung die Variation hervorbringt, welche bei wiederholten und immer in gleicher Weise ausgeübten Störungen ebenfalls zu einer von der ersten verschiedenen Dauerform führt.

Nach dieser wichtigen Einsicht ist es sehr wahrscheinlich, daß Aenderungen anderer Art, z. B. der Temperatur, in geeigneter Weise veranstaltet, ebenfalls Variationen bilden werden.[1]

In der That liegen auch in dieser Beziehung bereits Beobachtungen vor. Die lehrreichen Versuche von E. Fischer[2] und von B. Standfuß[2] ergeben, daß Temperaturänderung die Art der Schmetterlinge zu beeinflussen vermag.

„Bei diesen (Temperatur-) Experimenten hatte sich nun, wie übrigens bereits von Dorfmeister und Weisman beobachtet worden war, herausgestellt, daß eine veränderte Falterform nur dann auftrat, wenn die Puppen ziemlich früh, d. h. etwa zwischen dem ersten und dritten Tage des Puppenstadiums bereits in die abnorme Temperatur verbracht und in der Kälte drei, vier bis sechs Wochen, in der Wärme zwei bis vier Tage ununterbrochen gelassen wurden.“ (Fischer.)

---

[1] Leider können derartige Versuche von Professor Lindner, nach persönlichen Angaben, nicht weiter fortgeführt werden, da er durch andere Arbeiten sehr in Anspruch genommen ist.

[2] E. Fischer, Temperaturexperimente mit Schmetterlingen. Die Umschau. Frankfurt a/M. 1902, No. 15. 16. — Dr. Pauls: Die Standfuß'schen Experimente an Schmetterlingen. Ebenda 1902, No. 11.

Wir finden hier eine gewisse Gleichartigkeit mit den Versuchsanstellungen Lindner's, die in beiden Fällen zu den gleichen Resultaten geführt hat. Diese Gleichartigkeit besteht darin, daß die Lebensbedingungen einerseits frühzeitig genug abgeändert wurden und daß andererseits diese Abänderungen längere Zeit bezw. wiederholt einwirkten. Fischer hat noch einen Faktor berücksichtigt, welchem wir für die Entwickelung der gesammten Organisation auf der Erde neben der Wärme eine ganz besondere Bedeutung zuschreiben: nämlich den Feuchtigkeitsgehalt der Umgebung.

Wir führen ein Beispiel der Versuche von Fischer an:

Für die Kälteexperimente wurde eine Temperatur von ca. 2° C. bei einer Dauer von drei bis sechs Wochen, für die Wärmeexperimente eine solche von 35—38° C., theils sogar bis 42° C. mit einer Einwirkungsdauer von ein bis mehreren Tagen gewählt.

Vanessa urticae L. (Nesselfalter oder kleiner Fuchs) verdunkelte sich bei der Kälteeinwirkung an der Oberseite, während die Unterseite in vielen Fällen aufgehellt wurde und genau so das Gepräge der in den Polarregionen fliegenden Var. polaris Stgr. erhielt.

Es ist aber sehr wahrscheinlich, daß diese Form oder eine ihr sehr ähnliche bereits zur Eiszeit in Mitteleuropa auftrat.

Hieraus ergiebt sich der Schluß, daß unsere gewöhnliche Vanessa urticae künstlich in eine Form umgewandelt werden kann, welche bereits in der Eiszeit bei uns lebte. Ein sehr wichtiges Ergebniß.

Wenn dieselbe Vanessa in der Wärme behandelt wird, so erhält sie im Gegentheil oben hellere, überwiegend rothe, unten dunklere Färbung und damit eine auffallende Annähernng an die in Südeuropa (auf Corsica und Sardinien) lebende Var. ichnusa Bon.

Die Ergebnisse an den Schmetterlingen können als eine werthvolle Bestätigung der in Bezug auf die Lindner'sche Entdeckung entwickelten Ansichten betrachtet werden.

Wir wiederholen das Ergebniß: Eine stetige, gleichmäßige Entwickelung führt zur Dauerform, während die Aenderung der Lebensbedingungen Variationen erzeugt.

Die Aenderung der äußeren Einflüsse muß aber auch mit einer gewissen Schnelligkeit erfolgen, denn bei langsamen Aenderungen derselben würden die Zellen der Geschöpfe, um deren Abänderung es sich handelt, Dauerform annehmen. Die Organismen mußten im jugendlichen Zustande unter andere Bedingungen gebracht

werden, wenn sie variiren sollten; im alten, ausgewachsenen Zustande wären sie weniger oder gar nicht dazu befähigt.

3. Dieser Angelegenheit können wir auch auf chemischem bezw. physikalischem Wege etwas näher treten.

Die starre unveränderliche Form erinnert an Systeme, die sich im stabilen Gleichgewichtszustande befinden, d. h. bei einer geringen Entfernung aus der Gleichgewichtslage suchen sie diese wieder zu gewinnen. Bei weiterer Entfernung aus der Gleichgewichtslage kehren diese Systeme nicht mehr in den früheren Zustand zurück, sondern entweder beharren sie in der neu angenommenen Stellung oder sie verändern die Lage von selbst noch weiter. Diese beiden Möglichkeiten sind für die folgenden Entwickelungen wichtig.

Ein Beispiel möge die Vorstellung solcher Processe erläutern, wenn auch nur ganz roh und den wirklichen Verhältnissen nur sehr entfernt entsprechend.

Ein Würfel, der auf einer wagerechten Fläche liegt, befindet sich im stabilen Gleichgewicht. Hebt man ihn um eine Kante als Achse nur wenig an, dann kehrt er in seine frühere Lage zurück, wenn man ihn freigiebt. Bei weiterer Entfernung aus der Gleichgewichtslage gelangt der Schwerpunkt des Würfels in seine höchste Stellung und der letztere befindet sich nun im labilen Gleichgewicht, aus welchem er durch den geringsten Anstoß nach der einen oder nach der anderen Seite herabfallen würde. Giebt man ihm einen Anstoß nach der Seite, die der Anfangslage entgegengesetzt ist, dann nimmt er eine neue Lage ein, in welcher der Schwerpunkt ebenfalls möglichst tief liegt; er befindet sich auch jetzt im stabilen Gleichgewicht.

Wir können nun eine Verwickelung einführen, indem wir uns denken, daß die eben geschilderten Bewegungen in einem Medium stattfinden, welches mehr oder minder Reibungswiderstände bietet, etwa in einer geeigneten Lösung von Gelatine. Der Würfel kann hier auch in Zwischenlagen stehen bleiben, wo der Schwerpunkt also weder die höchste noch die tiefste Stellung einnimmt. Diese Gleichgewichtslage nennt man metastabil.

Wollte man die Gelatine vorsichtig mit Wasser überschichten, so daß es durch Diffusion allmählich eindringt, dann würde die Lösung sich verdünnen, der Reibungswiderstand des Mediums würde sich verringern und der Würfel würde schließlich aus seiner aufgerichteten Zwischenlage herabfallen und in die eine oder an-

dere der stabilen Gleichgewichtslagen gerathen. Wollte man dagegen das Wasser aus der Gelatine verdunsten lassen, dann würde die Stellung des Würfels in der gewählten Lage sich mehr und mehr befestigen und schließlich wird sie fester werden, als beim ursprünglichen stabilen Gleichgewicht; denn je mehr die Gelatine eintrocknet, desto schwieriger wird eine Lagenänderung des Würfels zu erreichen sein. Es tritt also in diesem Falle Stabilisirung ein.

Die Variationen entsprechen den nicht stabilen Gleichgewichtszuständen, welche sich zu stabilisiren suchen.[1] Letzteres Bestreben besitzen z. B. Stoffe, welche sich ohne sichtbare äußere Einflüsse polymerisiren.

Hier wären die wichtigen Versuche von Engler[2] über künstliche Darstellung von Petroleum zu erwähnen, welche zu seiner bekannten Theorie der Erdölbildung führten. Engler erhielt Producte, deren specifisches Gewicht geringer war, als das des natürlichen Petroleums. Die ihm aus diesem Grunde gemachten Einwürfe widerlegte Engler, indem er eine mitunter recht beträchtliche Zunahme des specifischen Gewichtes innerhalb verhältnißmäßig kurzer Zeit nachweisen konnte: Es waren Polymerisationen eingetreten.

Weitere Polymerisationen finden statt bei Stärke, Cellulose und Eiweißstoffen. Je mehr dieser Proceß fortschreitet, desto stabiler werden die Verbindungen, desto träger sind sie in Bezug auf chemische Umsetzungen. Die weitergehende Polymerisation der Cellulose führt zur Holzbildung. Diejenige der Eiweisstoffe zur Bildung des Aleurons, zur Hornbildung etc. Alle diese Vorgänge verlaufen langsam und erfordern daher eine bestimmte, nicht zu kurze Zeit.

4. Bei den vorstehenden Entwickelungen haben wir zunächst die einfachsten Lebewesen im Auge gehabt. Wir glauben aber, daß sie innerhalb gewisser Grenzen auch auf höhere Geschöpfe übertragen werden können. Aeltere Personen, deren Haut und deren sonstiges Zellgewebe sich im weit vorgeschrittenen Zustande der Polymerisation befindet, sind weniger befähigt, sich anderen Verhältnissen anzupassen als junge. Die Aenderung der äußeren Lebensbedingungen veranlaßt Stoffänderungen im Körper, damit Gleichgewichtsverschiebungen und in Folge dessen Aenderungen

[1] Neuerdings hat W. Ostwald in dieser Zeitschrift gelegentlich der Kritik der oben erwähnten Arbeit de Vries' Ansichten ausgesprochen, die sich mit denjenigen des Verfassers der vorliegenden Abhandlung berühren.

[2] Engler, Berichte der Deutsch. Chem. Gesellsch. Bd. 30, S. 2358.

des osmotischen Druckes und der Harröhrchenanziehung bezw. der Oberflächenspannung. Diesen vermögen jugendliche und sproßfähigere Zellen leichter Folge zu geben als starre Dauerformen.

Demgemäß kann der Fall eintreten, daß geringe Wechsel der Lebensbedingungen an wenig condensirten Systemen bedeutende Formenwechsel verursachen, während im Gegentheil große Wechsel der Lebensbedingungen an stärker condensirten Systemen wenig **äusserliche** Veränderungen hervorbringen werden.

Dagegen müssen die inneren Stoffänderungen dem Klimawechsel und den sonstigen Aenderungen der Lebensbedingungen durchaus gleichwerthig sein.

Werden bestimmte Organe angestrengt, dann wird hier der chemische Umsatz mit besonderer Stärke auftreten, vorausgesetzt, daß die nöthigen chemischen Stoffe genügend geboten werden. Daraus folgen mit Nothwendigkeit Aenderungen des osmotischen Druckes, welche bei jugendlichen Geschöpfen Aenderungen der betroffenen Organe zu veranlassen vermögen.[1]

---

[1] Ein bekanntes Beispiel für die Beeinflussung der Form der Organe höherer Geschöpfe durch physische Einwirkungen ist die Aenderung der Muskulatur, welche bei Anstrengungen ganz bedeutend wachsen kann. Ferner ist bekannt, daß Reizerscheinungen verschiedenster Art Aenderungen der Form herbeiführen können. Wir erlauben uns auf einen Vorgang hinzuweisen, welcher sehr häufig beim Menschen auftritt und daher von jedermann beobachtet werden kann, nämlich die abnormen Bildungen in der Haut. Kratzt man eine Stelle in der Haut, z. B. an der Stirn, die vielleicht in gewisser Beziehung prädisponiert sein muß, wiederholt heftig mit dem Fingernagel, dann bildet sich an dieser Stelle ein Gewächs. Wird es nach einiger Zeit abgeschnitten, dann fließt eine verhältnißmäßig große Menge Blut heraus, was auf einen starken osmotischen Druck hinweist. Nach dem Vernarben der Wunde beginnt die Wucherung von Neuem und nimmt schließlich ungefähr dieselbe Gestalt an, wie vorher. Auf diese Weise wird man von solch einer Mißbildung nicht befreit. Betupft man dagegen die Stelle mehrfach vorsichtig mit concentrirter Essigsäure, dann verschwindet sie spurlos und erscheint nicht wieder von Neuem. Von dem hier vertretenen Standpunkte aus müßte man annehmen, daß die Reizung zunächst vermehrte Umsetzung und damit Vermehrung des osmotischen Druckes erzeugt. Ferner wird die Zusammensetzung des zur Abscheidung gelangenden Protoplasmas verändert, und diese Vorgänge veranlassen vermuthlich (nach Gesetzen, die uns noch unbekannt sind) die Bildung neuer Zellen. (Man vergleiche auch: Hans Molisch: Ueber lokalen Blutungsdruck und seine Ursachen. Botanische Zeitung 1902, S. 45–63. Referat in der Naturwissenschaftlichen Rundschau 1902, No. 31.) Man sieht auch, daß das Räthsel der Vererbung durch die obigen Auseinandersetzungen nicht geklärt wird. Hier liegt ein Prinzip (der Gewöhnung?) verborgen, von dessen Art und Wirkung wir noch keine Vorstellung besitzen.

Bei fortgesetztem Gebrauch der Organe in demselben Sinne werden sich die Formen vererben und allmählich die starre Dauerform bilden.

Die sprunghaften Variationen, die Mutationen de Vries', welche sich nach einmaliger Bildung stets vererben und von vornherein keine Neigung mehr besitzen, in den vorhergehenden Zustand zurückzukehren, sind in ähnlicher Weise vom Gleichgewichtsstandpunkt aufzufassen. Man vergleiche das Beispiel von dem umgekanteten Würfel.

Wir wollen annehmen, daß es Wesen giebt, welche durch keine äußeren oder inneren Einflüsse mehr zur Variation ihrer Gestalt gelangen werden, welche vielmehr im Laufe der Zeit zu einer solchen Starre der Form gelangt sind, daß sie eher zu Grunde gehen, als sich abändern. Verfolgen wir den Stammbaum eines solchen Wesens rückwärts von Geschlecht zu Geschlecht, dann werden wir stets zu Individuen gelangen, welche unter Bedingungen zu variiren vermochten, bei welchen das heutige Wesen starr ist; und je weiter wir zurückgehen, desto variationsfähiger wird das betreffende Geschlecht sein.

Je nach der einmal gegebenen Bildung wird die eine Art während ihrer Daseinsdauer früher zur Starrheit gelangen, wie die andere. Die Formen vererben sich entweder, oder passen sich gemäß dem Willen der Geschöpfe an, oder streben entgegen dem Wunsch und Willen jener, einem stationären Zustande höherer Ordnung zu. Die Ursachen und Folgen einer verschiedenwerthigen Zweckmäßigkeit in den Formen der Lebewesen näher zu behandeln, liegt nicht in der Absicht des Verfassers. Dieses Gebiet muß berufeneren Kräften überlassen bleiben.

5. Die eben entwickelten Vorstellungen sprechen gegen die Annahme, daß paläontologische Thatsachen zur Bestimmung geologischer Zeiträume verwendbar sind. Aus dem allerdings beschränkten Studium des einschlägigen Materials hat Verfasser nicht den Eindruck empfangen, als ob die Zeiträume, welche für die Erde in Frage kommen, mit der Anzahl der Variationen in einem bestimmten Zusammenhange stehen. Manchmal scheint er vorhanden zu sein, in den meisten Fällen aber nicht.

Es hat vielmehr den Anschein, als ob das Auftreten einer großen Anzahl von Variationen der Petrefacten in den rasch aufeinander folgenden Aenderungen der Lebensbedingungen seine

Ursache habe, was zur Annahme bedeutender Aenderungen an der Erdoberfläche und des Klimas führen würde.

Wenn einmal eine Art die Starre der Form erlangt hatte, dann konnten die Aenderungen der äußeren Einflüsse keine Formenänderungen mehr hervorbringen: Entweder gewöhnten sich die Organismen an die neuen Bedingungen, indem nur der innere Stoffumsatz sich änderte, oder die Geschöpfe gingen zu Grunde.

Zu jenen Erdschollen, welche seit dem Cambrium keine tectonischen Umwälzungen erfahren haben, gehört die große russische Tafel. Allerdings sind Umwälzungen anderer Art aufgetreten, nämlich gewaltige Transgressionen, welche das Klima wesentlich beeinflussen mußten. Der Verlauf der Erdgeschichte auf dieser Scholle ist aber trotz der zuletzt genannten Ereignisse verhältnißmäßig ruhig gewesen. Sollten hier in Folge dessen nicht einheimische Arten eine größere Betsändigkeit bewahrt haben, als dieselben Organismen seit dem Cambium in anderen Theilen der Erde, welche größere Umwälzungen durchgemacht haben? Diese Frage vermögen wir nicht zu beantworten.

Die riesige Entwickelung und die erstaunliche Mannigfaltigkeit, bezw. die Seltsamkeit der Formen, ferner das plötzliche Verschwinden der Fusuliniden, Ammonitiden, Rudisten, Nummuliten etc. scheint auf ungewöhnliche Wechsel der Lebensverhältnisse an der Erdoberfläche hinzudeuten. Diese Ansicht wird unterstützt durch die Thatsache, daß man z. B. Nummuliten in den Pyrenäen und Alpen in 3000 m und im Himalaya in 5000 m Meereshöhe angetroffen hat.

Sollten wir es in solchen Fällen mit Mutationen im Sinne de Vries' zu thun haben, dann wären diese erst recht nicht geeignet, über Zeitverläufe Aufklärung zu geben.

6. Endlich wollen wir noch einen Fall erwähnen, welcher dem Verfasser gerade als ein besonders lehrreiches Beispiel für die ungeheueren Zeiträume angeführt wurde, die in Frage kommen.

In gewissen Kohlenbecken wird gefunden, daß bei einzelnen Pflanzenfamilien z. B. in Bezug auf die Blätter Veränderungen stattgefunden haben, welche von Schicht zu Schicht kaum bemerkbar sind. Vergleicht man aber die obersten Pflanzen mit den untersten, welche von einander durch viele Hunderte von Schichten getrennt sind, so finden sich derartige Unterschiede, daß man nicht dieselbe Pflanze vor sich zu haben glaubt. Da nun aber (wurde geschlossen) geringe Veränderungen von Schicht zu Schicht lange

Zeiträume gebraucht haben müssen, so konnte die Zeitdauer für die Entwickelung der obersten Pflanzen aus den untersten nur von ungeheurer Länge gewesen sein.

Nach den vorhergehenden Auseinandersetzungen ist diese Schlußfolgerung nicht gestattet. Das Auftreten der Variationen in dieser Weise zeigt nur, daß ein beständiger, wenn auch geringer Wechsel in den Lebensbedingungen aufgetreten ist, sei es durch Aenderungen im Wassergehalt oder im Kohlensäuregehalt der Luft, sei es in der Aenderung der Sonnenstrahlung, sei es durch Wärmeanstauungen im Erdboden in Folge von Selbsterwärmungen und dynamischen Vorgängen.

Allenfalls ist noch denkbar, daß wir es hier mit Typen zu thun haben, welche nach einmal gegebener Bildung einem stationären Gleichgewichtszustande zustrebten, welcher aber nicht erst im Verlaufe ungeheuerer Zeiträume erreicht wurde.

Die oben geäußerte Ansicht, daß paläontologische Thatsachen zur Bestimmung geologischer Zeiträume im bisher gebrauchten Sinne nicht geeignet sind, glauben wir durch die vorstehenden Entwickelungen genügend gestützt zu haben.

Nur die Berücksichtigung der Filiation der Geschöpfe könnte einen, allerdings sehr unzuverlässigen Maßstab bieten.

Wir sind der Meinung, daß die Geologie in Betreff der absoluten Zeitbestimmung im Wesentlichen auf sich allein angewiesen ist und in dieser Beziehung eher von den Berechnungen auf physikalischer Grundlage als von der Paläontologie Unterstützung erfahren kann.

Die
Zeitforderung in den Entwickelungswissenschaften.

II.

Geologische und paläontologische Zeit. Zeitfolge und Zeitschätzung. Abtragung und Ablagerung. Zeitschätzungen auf Grund der Abkühlungshypothese. Das Alter des Lebens auf der Erde.

Von

Friedrich Ratzel.

Geologische und paläontologische Zeit. Zeitfolge und Zeitschätzung.

Es giebt Erscheinungen, für die man so viel leichter die Zeitfolge als das Zeitmaß findet, daß ganze Wissenschaften sich fast nur damit beschäftigen, die erstere festzustellen. Dazu gehört die Geologie und in der Geschichte des Menschen alles Prähistorische. Beide haben es mit Ereignissen vor aller Aufzeichnung über Zeitpunkte und Zeitdauer zu thun; nur wie sie aufeinander gefolgt sind, läßt sich erkennen, aber meist nur dort, wo ihre Spuren und Reste in der Reihenfolge übereinander liegen, in der sie zur Ablagerung gelangt sind, denn diese Reihenfolge ist eben die Abbildung der Zeitfolge im Raum. Die Methoden dieser Zeitfolgeforschung sind in der Geologie am gründlichsten und vielseitigsten ausgebildet worden, und von der Geologie sind sie auf die Anthropologie und Geschichte übertragen worden, wo sie für alle vorgeschichtlichen Spuren und Reste die einzige Möglichkeit der Erkenntniß bieten. Man spricht daher auch von „geologischer Zeit", was im Grunde befremdlich ist, da es doch nur eine Zeit geben kann; aber als Gegensatz zu historischer Zeit mag diesem Ausdruck eine gewisse praktische, beschränkte Berechtigung zugestanden werden, wiewohl er immer viel zu umfassend und daher unklar bleibt. Dann muß man aber nicht vergessen, daß diese

„Zeit" nur lineare Abschnitte einer viel längeren Zeit sind. Ein schon viel begrenzterer und greifbarerer Ausdruck ist paläontologische „Zeit" für den Abschnitt seit dem ersten Auftreten der Spuren des Lebens in den Schichten der Erdrinde.

Das letzte Ziel aller geschichtlichen Wissenschaften — das Wort im weitesten Sinne der Menschheits-, Lebens-, Erd- und Weltallsgeschichte genommen — ist die Einreihung der Erscheinungen, mit denen sie zu thun hat, in Zeitfolgen. Wenn man behauptet, der „Entwickelungsgedanke" durchdringe und beherrsche die ganze Astronomie, Geologie, Geographie, Biologie, Ethnologie, Geschichte, so sagt man nichts anderes; denn die Einreihung in die Zeitfolge soll eben zeigen, welche Stellung der Gegenstand in einer Entwickelungsreihe einnimmt. Und so ist die Einsicht in die richtige Zeitfolge die einzige Möglichkeit zur Erfüllung der Hauptforderung aller geschichtlichen Wissenschaft: zu zeigen, wie es gewesen ist. Dabei liegt aber durchaus nicht die größte Schwierigkeit in der Richtigstellung der Zeitfolge da, wo sie durch Ueberkippung von Schichtenkomplexen umgekehrt, durch späteres Eindringen fremder Massen — Batholithe und Lakkolithe — gestört oder, was der häufigste Fall, durch Abtragung lückenhaft gemacht ist; sondern vielmehr in der Auseinanderhaltung der Dinge, die heute eng bis zur Verworrenheit bei einanderliegen, in Wirklichkeit aber die Reste einer Entwickelung in großen Zeiträumen sind.

So ist also die absolute Zeitbestimmung vor allem nicht die erste und eigentliche Aufgabe der Geologie, die vielmehr in ihrer Gesammtheit die ausgesprochenste Zeitfolge-Wissenschaft ist. Da es aber auch in ihr nicht an Abstufungen je nach der Sicherheit fehlt, womit die Zeitfolge zu bestimmen ist, könnte man in der Geologie als geschichtlich die allerdings verschwindend kleine Zeit bezeichnen, aus der wir sichere Zeugnisse der Zeitfolge besitzen; vorgeschichtlich ist die unbekannte und unbekannt bleibende Geschichte der Erdkrustenbildung und -umbildung, die Zeit, wo selbst keine Scheidung in älter und jünger möglich ist, und die zur Bestimmung der Schichtenfolge verwerthbaren Fossilreste fehlen. Weit hinter ihr taucht dann erst wieder ein Lichtschimmer in der geologisch-astronomischen Zeit auf, die vielleicht einmal dazu gelangen könnte, aus der Vergleichung der Geschichte der Glieder des Sonnensystems einige feste Punkte in den dunkelsten Theil der Erdgeschichte zu setzen, die allerdings sorgfältiger zu

wählen wären als die aus der Kant-Laplace'schen Hypothese abgeleiteten Abschnitte des glühendflüssigen Zustandes bis zur Erstarrung. Es ist klar, daß diese Hypothese der Erdbildung nicht zum wenigsten darum so großen Beifall gefunden hat, weil sie für die Erdgeschichte einen Ausgangspunkt wenigstens der Schätzungen bot. Es war sehr bequem, dafür z. B. die Erstarrungskruste zu wählen. Man hätte aber auch sagen können: in einer echten Chronologie der Erdgeschichte bezeichnet das erste Flüssigwerden des Dampfes, als die sinkende Temperatur der Erdoberfläche sich der Siedehitze des Wassers näherte, das Jahr Eins des heutigen Erdballs als einer Erdwasserkugel, eines Globe terraqué in Buache'scher Terminologie. Kurz, es wäre möglich, einige Abschnitte im Uebergang von der feurigen und flüssigen zur abgekühlten, harten, wasserumflossenen Erdkugel zu bestimmen, was nichts anderes bedeutete, als die unmittelbare Anknüpfung der geologischen Zeitfolge an die astronomische. Allein solche Punkte sind nicht bloß hypothetisch hinsichtlich ihrer Zeit, sondern man weiß überhaupt nicht, ob man ihre Existenz in der Geschichte der Erde voraussetzen darf.

In einer Zeitfolgewissenschaft wird es immer darauf ankommen, als erste Aufgabe genau die Zeitfolge der Ereignisse, das früher und später, älter oder jünger, zu bestimmen. Die Methode dieser Bestimmung ist in der Geologie am meisten vervollkommnet worden, und man mag sie als geologische Methode bezeichnen.

Wenn man dagegen unter dem Titel „geologische Zeit" Erwägungen über die 50 oder 500 Millionen Jahre der fossilführenden Ablagerungen anstellt, sind Mißverständnisse unvermeidlich; geologische Zeit ist für uns nur nach der Gegenwart zu durch die historische Zeit begrenzt, nach der anderen Seite hin ist sie praktisch grenzlos. Es geht also nicht an, einen kurzen Abschnitt davon als „geologische Zeit" zu bezeichnen, und etwa mit Lord Kelvin einer Spekulation über die Dauer des Zeitraumes von den ältesten organischen Resten bis zur Gegenwart den großen Titel „On geological Time" zu geben. Wohl aber kann man die Hoffnung hegen, aus der genauen Bestimmung der Zeitfolge eines gewissen Abschnittes zur Zeitschätzung übergehen, wo man dann von der Gegenwart rückwärts schreitend aus der Zeitrechnung durch die Zeitschätzung zur Zeitfolge hinabsteigen würde. In diesem Sinne wäre es wohl möglich, nach ihrem Verhältniß zur

Zeit die Zeitrechnungswissenschaften, Zeitschätzungswissenschaften und Zeitfolgewissenschaften zu unterscheiden. Es wäre das z. B. eine Unterscheidung nach den Methoden der Historiker, Prähistoriker und Geologen.

Vielleicht kann folgendes Beispiel das Verhältniß dieser drei Stufen verdeutlichen: Zuerst kam es bei den Studien über die Vorgeschichte des Menschen ganz im Allgemeinen darauf an, die Funde in die richtige Folge zu bringen. Dazu half die in der Geologie schon festgestellte Zeitfolge der diluvialen Ablagerungen, woraus sich die Möglichkeit ergab, Menschenreste, die mit Mammuthknochen gefunden waren, für älter zu erklären als Menschenreste bei Renthierknochen, etwa an der Garonne, gefunden. Daraus ergaben sich die Abstufungen Mammuthzeit, Renthierzeit und ähnliche, rein nach der Zeitfolge gebildete. Später zeigte sich dann schon die Möglichkeit der Zeitschätzung im allgemeinsten Sinne. Es wurde z. B. entscheidend für die Vorgeschichte des Menschen in Europa, ob die Eiszeit weit oder nicht weit zurückliegt. Eine solche ganz allgemeine Zeitschätzung, die eigentlich nur Zeitvermuthung ist, konnte doch durch das Licht, das sie auf jene andere Erscheinungsreihe wirft, vom größten Werthe sein, sie konnte außerdem erst die volle Möglichkeit der Herstellung einer richtigen Zeitfolge bieten, die z. B. für die Menschenreste der Quartärzeit sich offenbar ganz anders entwickeln kann, wenn 500 000 als wenn nur 20 000 Jahre gegeben werden. An sie schließen sich aber dann die genaueren Zeitschätzungen an, auf die wir zurückkommen werden.

Unterscheidet sich in der Methode die Loslösung der silurischen und kambrischen oder Primordialformation durch Bestimmung einer Zeitfolge in dem „ungeheuren ungegliederten Haufen von Grauwacke oder Uebergangskalk“, wie es Murchison, der Schöpfer dieser Formationen, nannte, von der Gewinnung einer weiteren Reihe von Jahrtausenden durch babylonische oder ägyptische Ausgrabungen für die Geschichte? Als ob man ahnte, daß die letzte Grenze der Reste des Lebens damit noch nicht erreicht sei, wählte man dort neutrale Namen wie Bottom-Rock (Murchison), Azoisch und später Archäisch (Dana), Praekambrisch (Dawson), der diesen Namen „als ein offenes Bekenntniß unserer Unwissenheit“ positiveren Benennungen ausdrücklich vorzog. Nach mannigfachen Versuchen der Schichtengliederung scheint nun der mächtige Complex archäischer Gesteinsmassen, dem die Nord-

amerikaner zuletzt den Namen Protaxis beigelegt haben, sich in einen oberen Theil zu spalten, der als ein ältestes und tiefstes Glied der paläozoischen Reihe konstituirt werden wird, und in einen unteren endgiltig versteinerungslosen. Vor den obersten Schichten dieses letzteren würde nun die Reihe der paläontologisch genau festgestellten Zeitfolge abschließen und hier würde eine andere chronologische Methode einzusetzen haben, die großentheils erst noch zu entwickeln ist.

Die Bestimmung der Zeitfolge der Erdschichten verfügt über drei verschiedene Wege; sie kann in dem Aufeinanderfolgen der Schichten ein oben und unten oder höher und tiefer unterscheiden, was bei ungestörter Schichtenlagerung oben liegt ist jünger, was unten liegt älter. Sie kann ferner diese Schichten nach ihrer Gesteinsbeschaffenheit unterscheiden und wiedererkennen, wie sich schon in den Namen Grauwacke, Kohlenformation, Buntsandstein, Muschelkalk, Oolith, Kreide etc. ausspricht. Endlich kann sie in den Lebensresten, die in Schichten liegen, ältere und jüngere unterscheiden. Das sind die stratigraphischen, die petrographischen oder lithologischen und die paläontologischen Merkmale. Die letzteren sind ohne Frage die wichtigsten. Denn während die Ablagerung von Schichten durch die dazwischen immer wieder hineinwirkende Abtragung, und durch die Hebungen und Senkungen, die anscheinend regellos abwechseln, unzusammenhängend, ungleichartig und durch lange ungleiche Zwischenräume getrennt ist, läuft das Leben als ein Faden, der nie abbricht, durch sie hindurch. Da scheinen wohl Schichtenbildung und Lebensentwickelung einander auf das glücklichste zu ergänzen, indem dieser Faden sich über die Lücken wegspannt, wo Schichten abgetragen, verloren gegangen sind? Die Entwickelung der Lebensformen kommt in der That dem chronologischen Bestreben entgegen, denn indem eine aus der anderen hervorgeht, unterscheiden wir jüngere und ältere, die uns die Bestimmung der Zeitfolge auch dort möglich machen, wo die Schichtenlagerung gestört ist. Auch gelingt es, durch dasselbe Mittel, weit entlegene Ablagerungen mit einander zu parallelisiren. Zwar hatte schon früh die Ansicht aufgegeben werden müssen, daß die Erdschichten concentrische Schalen bilden, die in gleicher Reihenfolge übereinander um den Erdkern liegen; aber es gelang dann doch, in den getrennten Becken, wo die Ablagerungen sich gebildet hatten, die Schichtenfolgen zu parallelisiren. Selbst bis in die ver-

steinerungsleeren huronischen und laurentischen Schichten drang man, als Logan ihre Aufeinanderfolge in Canada festgestellt hatte, mit dieser vergleichend chronologischen Methode ein, freilich sehr langsam und mit schwankenden Ergebnissen, da die lithologischen Unterscheidungsmerkmale unsicher werden, sobald man sie über weite Gebiete verfolgt. Gerade in diesen beiden mächtigen Complexen, wie überhaupt im Archäischen, haben sich daher lokale Abgrenzungen und Benennungen nothwendig erhalten. Aber im Ganzen hat es sich doch möglich gezeigt, wenigstens die durchschnittliche Mächtigkeit dieser großen Schichtencomplexe abzuschätzen, in welcher Form und wo sie auch abgelagert sein mögen, und der Reihe der känozoischen, mesozoischen und paläozoischen Schichtengruppe eine archäische anzuschließen, für die Dawson 25,000 m Mächtigkeit annimmt.

Die Besprechung der Chronologie der Lebensentwickelung für später versparend, möchte ich nur noch auf die nicht unschwierige Anwendung der paläontologischen Methode auf die Vorgeschichte des Menschen eingehen. Wo Reste des Menschen in Torf- oder unter Kiesschichten liegen, kann man ihre Zeitfolge gerade wie die anderer Gesteinsschichten nach der Uebereinanderlagerung bestimmen; die Unregelmäßigkeit des Wachsthums des Torfes und der Ablagerung der Kiesmasse etwa im Schuttkegel eines Baches bereiten nur der eigentlichen Zeitbestimmung Schwierigkeiten. Wo Reste des Menschen mit Resten ausgestorbener Thiere beisammen liegen, kommt die paläontologische Methode zur Anwendung. Der einfachste Fall: ein Menschenknochen neben einem Bärenknochen kann in Deutschland, selbst in den deutschen Alpen, aus keinem späteren Jahre als 1834 stammen, wo der letzte Bär bei Partenkirchen erlegt wurde. Doch würde diese Bestimmung wegen der räumlichen Ungleichmäßigkeit des Rückzuges des Bären nur für ein beschränktes Gebiet Geltung haben; in Graubünden oder Ungarn, wo der Bär noch lebt, können modernste Menschenreste neben denen des Bären vorkommen. Wenn wir ebenso genau wüßten, wann der Höhlenbär verschwand, könnten wir auch für den Diluvialmenschen, der mit ihm zusammenlebte, eine entsprechende Zeitbestimmung geben; wir wissen aber nur, daß der Höhlenbär vor dem Mammuth und nach dem Elephas antiquus bei uns ausgestorben ist, und daher ist nur eine ganz allgemeine Zeitfolgebestimmung möglich. Nun zeigen aber nicht bloß die großen diluvialen Säugethiere eine

Geschichte von Erscheinen und Verschwinden, sondern auch die Werkzeuge und Waffen der Menschen haben eine Entwickelung, deren Faden vielleicht die Anbringung chronologischer Abschnitte in der Weise erlaubt, daß wir beim Funde einer Bronceaxt sagen können: sie ist älter als eine Steinaxt; oder beim Funde einer eisernen Speerspitze: sie ist älter als eine kupferne. Sowie aber schon die unbedingte Parallelisirung der Zeitalter fossiler Thier- oder Pflanzenreste an der naheliegenden Möglichkeit von Wanderungen scheitert, die bewirken, daß dasselbe Thier, dieselbe Pflanze zu ganz verschiedenen Zeiten in verschiedenen Theilen der Erde auftritt, so ist auch die chronologische Verwerthung von Culturunterschieden ein gewagtes Beginnen. Wir wissen, daß die Bewohner Perus sich noch in der „Broncezeit" befanden, als die Bewohner von Mittel- und Nordeuropa schon seit 2000 Jahren zum Eisen übergegangen waren, und die Australier und Tasmanier schlugen noch vor 100 Jahren Steinbeile und steinerne Speerspitzen, die kaum von denen des diluvialen Europäers zu unterscheiden sind, der vielleicht mehr als 500000 Jahre vor ihnen gelebt hat.

Dabei waren die Tasmanier noch weit hinter den Australiern zurückgeblieben; so wie ihnen Bumerang und Wurfbrett fehlten, standen sie auch in der Bearbeitung des Steines unter ihnen, haben aber wohl noch nach dem Eindringen der Europäer darin von ihren Nachbarn gelernt. Wenigstens ist es nach der eingehenden Discussion der tasmanischen Steingeräthe und Waffen durch E. B. Tylor in den Bänden 23 und 24[1] des Journals of the Anthropological Institute wahrscheinlich geworden, daß mit den ersten weißen Ansiedlern Australier, vielleicht aus Pt. Philipp, ins Land kamen, die den Tasmaniern den Gebrauch geschliffener und mit Handhabe versehener Steingeräthe lehrten; vorher hatten sie Steingeräthe benutzt, die in keiner Weise über denen standen, die in Europa mit Resten ausgestorbener diluvialer Säugethiere zusammenliegen; Tylor findet besondere Aehnlichkeiten mit dem Typus, den de Mortillet nach le Moustier (Dordogne) genannt hat.

Aus den Versuchen, eine Chronologie der älteren Vorgeschichte des Menschen, nur auf Werke des Menschen selbst zu gründen, hebe ich die scharfsinnigste und folgerichtigste, die de Mortillet's hervor, die wohl auch die verhältnißmäßig weiteste Anerkennung

[1] 1893—95; siehe besonders die Bemerkungen auf Seite 148 u. f., sowie die Tafeln X und XI in dem Aufsatz, der den bezeichnenden Titel führt „On the Tasmanian Representatives of Palaeolithic Man".

gefunden hat. De Mortillet stützt sich nur auf die Entwickelungsphasen der menschlichen Werkzeuge und Waffen, indem er drei Hauptzeitalter unterscheidet, die er nach berühmten Fundorten benennt. Im Chelléen benutzt der älteste uns bekannte Mensch der Steinzeit aus freier Hand geschlagene, beilartige Stücke splittriger Gesteine, die er einfach in der Faust hielt; dazu gehören die bekannten rohen Steinbeile, die zuerst Boucher de Perthes bei Abbeville an der Somme gefunden hat. Später kamen kleinere Beile in Gebrauch, die mit den Fingern, nicht aus der Faust geschlagen wurden, sie bezeichnen die Stufe des Moustérien; noch später lernte man die Steinsplitter als Sägen, Messer, Ahlen etc. zu verwenden, und diese mannigfaltigere Verwendung bezeichnet die Stufe, die de Mortillet Magdalenéen genannt hat. Hier ist nicht der Ort, diese chronologische Classification kritisch zu zerlegen. Nur als Versuch, eine Zeitfolge menschlicher Entwickelungsstufen aus der Entwickelung selbst heraus zu construiren, soll sie beleuchtet werden. Als solcher ist sie zwar interessant, aber mißlungen. Nicht bloß in Tasmanien waren Steinwaffen vom ursprünglichsten Charakter vor 100 Jahren im Gebrauch. In England kommen Geräthe von echt palaeolithischem Typus noch lange nach dem Ende der letzten Vergletscherung vor, wie Evans bewiesen hat,[1] und sind wahrscheinlich noch länger in Irland erhalten geblieben. Für Messer, Schaber, Pfeilspitzen haben sich aber die palaeolithischen Typen sogar bis in die Zeiten erhalten, wo für andere Geräthe Schleifung, Politur, Durchbohrung und andere „moderne“ Techniken im Schwange waren.

Ich glaube deshalb auch nicht, daß Penck die Classification durch die Verbesserung ihrer stratigraphischen Parallelisirung, wesentlich gestützt hat;[2] ebensowenig, daß die aufeinanderfolgenden Culturstufen sich an Ort und Stelle auseinander entwickelt haben, wie er anzunehmen geneigt scheint. Gerade die von ihm so überzeugend vertretene Nothwendigkeit langer Zeiträume, durch die die immer wechselvoller sich darstellende Geschichte des Quartär in Europa sich hinzieht, verbietet die Ausschließung fremder Einflüsse, die naturgemäß besonders asiatische und afrikanische sein

---

[1] Vergl. Report of the 66th. Meeting of the Association f. th. Advancement of Science Liverpool 1896. S. 400f.

[2] Die alpinen Eiszeitbildungen und der prähistorische Mensch. Vortrag auf der Naturforscherversammlung zu Karlsbad, abgedruckt in „Die Zeit“. Bd. XXXII. S. 197.

mußten, auf die Entwickelung der palaeolithischen Bevölkerung Europas. Doch davon ein anderes Mal.

Die Zeitschätzung in der Erdgeschichte.

Wir bleiben bei der Prüfung erdgeschichtlicher Thatsachen immer einmal wieder an der verschlossenen Thüre stehen, über der wir die Inschrift lesen: Absolute Zeit. Wir sind durch eine Reihe von geologischen Abschnitten gewandert, über deren Aufeinanderfolge Land- und Meervertheilung, Klima, Lebewelt wir mit wenig Lücken unterrichtet sind, so daß wir den befriedigenden Eindruck empfangen: Wir wissen, wie es war, insofern wir wissen, wie die Dinge aufeinander folgten. Aber wann ging das Alles vor sich? Und wie lang dauerten die Abschnitte? Das ist's, was wir nicht wissen. Die Versuche, geologische Vorgänge von der Gegenwart aus soweit zu verfolgen, als sie in demselben Tempo, wie in der Gegenwart, fortgeschritten sind, so daß aus der Veränderung einer Jahresreihe die Zeit berechnet werden kann, die zu einer Veränderung von bestimmtem größeren Betrage nöthig war, werden uns der Antwort auf diese Frage näher bringen. Die Frage voll zu beantworten, werden sie aber nie im Stande sein, weil jeder einzelne Vorgang dieser Art zu verwickelt ist, als daß wir zu mehr als Durchschnitten und Annäherungen kommen könnten. Wie von einer guten Uhr verlangen wir auch von einem erdgeschichtlichen Zeitmesser regelmäßige Bewegung mit Abschnitten von gleicher Länge. Aber nur die Umdrehung der Erde um sich selbst und um die Sonne und die Bewegung des Mondes giebt uns Tage, Monate und Jahre, die in einem langen Zeitraume genau übereinstimmen. Anderen rythmischen Bewegungen fehlt diese Sicherheit, sie sind nicht zu Zeitmessungen zu gebrauchen. Die periodischen Erscheinungen der Vegetation und des Thierlebens, Knospen, Blüthen, Früchte, zurückkehrende und forteilende Zugvögel, Folge der Bewegungen der Erde, dienen zur Zeitschätzung. Das Aufwallen einer Quelle in pulsirenden Stößen oder der in regelmäßigen Zeitabschnitten von der Kalksinterdecke einer Höhle fallende Tropfen ruft uns das Ticken der Uhr in die Erinnerung und wir meinen „den Pendelschlag der Ewigkeit" zu hören, wie einmal Heinrich Noé von solcher geheimnißvollen Zeitmessung in der Divazzahöhle sagt; aber an Zeitmessung denkt dabei selbst der Dichter nicht.

Möchte dagegen nicht auf Aenderungen im Ablauf dieser regelmäßigsten und darum zu allen Zeiten, von denen wir Kunde haben, zur Zeitbestimmung benutzten planetarischen Bewegungen eine astronomische Methode der Zeitmessungen für die Erdgeschichte zu begründen sein?

Noch ist in der That die Hoffnung nicht aufzugeben, daß der in so vielen anderen Fällen gelungene Nachweis der Periodicität, der die allerverschiedensten Einzelerscheinungen in große Wellen reiht, die in pulsirenden Bewegungen einander folgen, uns für die erdgeschichtlichen Vorgänge ein großes astronomisches Zeitmaß geben werde. Periodische Vorgänge von großem Umfang sind allerdings in der Geschichte der Erde bisher nicht erkannt worden; besonders gliedern sich die Spuren älterer, permokarbonischer Eiszeiten nicht in große Perioden ein. Was Croll, Wallace und andere phantasiestarke Leute von wiederkehrenden Eiszeiten im Zusammenhang mit Aenderungen der Excentricität der Erdbahn gesagt haben, hat keinen Grund. Croll, der zuerst die säkularen Schwankungen der Excentricität der Erdbahn dafür verwenden wollte, konnte nicht den Zusammenhang zwischen ihnen und irgend welchen Abschnitten der Erdgeschichte nachweisen. Blytt ist es ebensowenig gelungen, den Zusammenhang zwischen diesen Schwankungen und der Höhe der Strandlinien zu beweisen, d. h. Schwankungen des Meeresspiegels mit Schwankungen der Excentricität und Präcession der Erdbahn in Verbindung zu setzen. Mit besserem Grunde darf man die allerdings auch entfernte Hoffnung aussprechen, daß vielleicht einmal die immer weitergehende Verlangsamung der Erdumdrehung durch die Reibung der Flutwelle an der Geosphäre uns zu einer Chronologie der Erdgeschichte führen könnte.

Wenn also keine Aussicht besteht, leicht oder bald zu einer wirklichen Zeitrechnung der Erdgeschichte zu gelangen, wird man doch den Versuch wagen können, durch die genaue Beobachtung von Vorgängen, die sich mit der Zeit summiren, von der Gegenwart ausgehend den Betrag der Zeit zu bestimmen, die zu einer Summe nöthig war. Die Abtragung des Landes durch Wasser, Eis und Wind, die seine Trümmer fortnehmen und an anderer Stelle ablagern, ist ein solcher Vorgang. Man könnte ihn mit der Sanduhr vergleichen, in der der Stoff, an dessen Masse wir die Zeit messen, von einem Glas in das andere rinnt. So wie wir den Sand in dem Glas messen können, das sich füllt und in dem,

das sich leert, sind auch bei der Abtragung zweierlei Wege gangbar.[1] Denn das Land ist das eine Glas der Uhr und das Meer (oder unter Umständen ein Binnensee) das andere. Mit anderen Worten: man kann die Abtragung als solche oder als Ablagerung messen. Und außerdem bleibt noch das Mittel, die abgetragenen Massen auf ihrem Weg von einem zum anderen zu bestimmen. Wenn wir in einem verhältnißmäßig jungen Gebirge aus den Falten, die seinen Bau und seine Größe bestimmen, seine ursprüngliche Höhe bestimmen, so erfahren wir, um wieviel es durch Abtragung verloren hat. Die Alpen dürften z. B. in einigen Theilen um etwa 3000 m niedriger geworden sein. Das ist die Summe der abtragenden Arbeit der genannten Factoren, sowie des Meeres, unterstützt von Hebungen und Senkungen und Klimawechseln; also das Ergebniß eines sehr langen und verwickelten Processes, der in sich selbst zu ungleichartig und in seinem zeitlichen Verlauf zu schwankend ist, als daß man daran denken könnte, die Zeit der Abtragung aus dem Verluste zu bestimmen, den die Erdoberfläche an einer solchen Stelle erleidet. Handelt es sich nun erst um Gebirge von noch höherem Alter, etwa um die Abtragung unserer Mittelgebirge von 5000 bis 6000 m auf die heutigen 1500 oder 1000 m, so entzieht sich ein solcher Proceß heute wenigstens jeglicher Schätzung.

So werthvoll diese Zeitschätzungen an sich auch sind, für die Chronologie der Erdgeschichte sind sie einstweilen nur mit äußerster Vorsicht zu verwerthen, denn sie schätzen alle nur die Abtragung eines ruhenden Gebirges. In der Natur aber wird nicht ein Gebirge heute gebildet, um morgen abgetragen zu werden, sondern die Abtragung beginnt, wenn der Keim eines Gebirges erst 1 m emporgewachsen ist, und die Gebirgsbildung hört niemals vollständig auf, d. h. es finden auch im scheinbar fertigen Gebirge immer wieder Hebungen oder Senkungen statt, die der Abtragung entgegenwirken oder sie beschleunigen.

Die Geologie lehrt uns eine ganze Anzahl von Landrücken und welligen Hügelländern kennen, die, wie die Reste von mächtigen Falten zeigen, einst hohe Gebirge gewesen sein müssen;

---

[1] Es ist eines von James Hutton's großem Verdienste, dieses Wechselspiel von Abtragung und Anschwemmung klar erkannt zu haben, und es verringert sein Verdienst nicht, daß er in dem Gleichgewicht der beiden Actionen, wodurch die Erde erst recht bewohnbar und benutzbar gemacht wird, eine der stärksten Stützen einer „natürlichen Religion“ erblickte.

sie müssen abgetragen worden sein, was immer nur in langen Zeiträumen möglich war. Das Gebirge, zu dem alte Schichten bis in die ältere Steinkohlenformation herein aufgefaltet worden waren, war im Beginn der jüngeren Steinkohlenformation an manchen Stellen so weit abgetragen, daß diese auf seinen Resten abgelagert werden konnten. Wer nun daraus berechnen wollte, es sei von einer Gebirgsfaltung bis zu dieser Ablagerung etwa ein Zeitraum von vier bis fünf Millionen Jahren verflossen, und man werde zu einer Schätzung längerer geologischer Zeiträume gelangen, indem man die wechselnden Zeiten der Gebirgsbildung und Abtragung bestimme, würde uns eine höchst unvollkommene Vorstellung von der Chronologie der Erdgeschichte verschaffen; denn die Faltung des Gebirges ist selbst ein langsamer Vorgang von sehr großer Dauer gewesen, der unter beständiger Abtragung sich vollzog, und in die Abtragung haben Hebungen und Auflagerungen hemmend eingegriffen. Daß Gebirgsbildung und Abtragung so innig ineinander verflochten sind, erschwert ihre Verwertung zu Zeitbestimmungen ungemein. Auch wo sie unter unseren Augen vor sich geht, ist die Denudation eine ungemein ungleichartige Bewegung, abhängig von der Luftdruckvertheilung, von der Temperatur und den Niederschlägen, von der Pflanzendecke, von der Gestalt, Höhe und Gesteinsbeschaffenheit des Bodens. Andere Windrichtungen konnten sie nicht bloß verlangsamen, sondern geradezu hemmen, sogar durch Ablagerung von Mineralstoffen, die aus anderen Gegenden hergeweht und abgelagert wurden, in ihr Gegentheil verkehren. In erster Linie wird sie von den Niederschlagsmengen abhängig sein, mit deren Steigen die Abtragung zunehmen muß, wenn nicht Bodenbewegungen, die den Abfluß hemmen, diesem Wachsthum entgegenwirken. Die größte Aenderung wird aber eintreten, wo ein Land unter den Wasserspiegel sinkt, was natürlich das Aufhören aller Abtragung bedeutet. Im Allgemeinen wird also die Abtragung geringere Beträge erreichen in den erdgeschichtlichen Abschnitten, die durch die Ausbreitung der Meere gekennzeichnet sind; in den „kontinentalen“ Abschnitten wird sie indessen ebenfalls abnehmen, wenn das Land sehr ausgebreitet, nicht hoch und in seinem Inneren einem trockenen Klima ausgesetzt sein wird. Am stärksten wird sie in Ländern sein, wo hohe Gebirge starke Niederschläge empfangen, deren angesammelte Wasser als große Ströme das Land verlassen; so wie in unseren Tagen der Himalaya und andere

Gebirge in niederschlagsreichen Zonen. Da nun die abgetragenen, theils gelösten, theils fortgeschwemmten Stoffe zum weitaus größten Theil durch die Flüsse und Ströme befördert werden, bietet sich in diesen offenbar das nächstliegende Mittel wenigstens zu einer ungefähren Schätzung der jüngeren Abtragung in einem Flußgebiete. Es ist Lyell's Verdienst, dasselbe zuerst angewandt zu haben, wobei er mit scharfem Blick den Mississippi und den Ganges wählte, Typen mäßiger und stärkster Abtragung. Prestwich hat dieselbe Methode später in einer sehr genauen Arbeit auf die Themse angewendet. Eine der jüngsten und besten Arbeiten dieser Gattung ist „Die Denudation im Gebiete der oberen Elbe“ von F. E. Hibsch,[1] die zu einer Abtragung des Elbgebietes oberhalb Tetschen um 1 m in 43000 Jahren kommt. A. Geikie hatte nach Beobachtungen über die Schuttführung von Flüssen eine Abtragung von 1 m in 10000 Jahren angenommen, Penck war in der „Morphologie“[2] zu 1 m in 1440 Jahren durch den Vergleich von 16 größeren Flüssen gekommen, die rund ein Zehntel des zum Meere abdachenden Landes entwässern.[3]

Die Aufgabe wird einfacher in den jüngsten Perioden der Erdgeschichte, wo Land und Meer ungefähr ebenso vertheilt waren wie heute und großentheils dieselben Flußläufe existirten. Die pleistocänen Ablagerungen im Po-Tiefland, durchschnittlich 150 bis 160 m mächtig, die entsprechenden Ablagerungen im Indus-Ganges-Tiefland, durchschnittlich 250 m mächtig, zeigen Abtragungen dort der Südalpen um 150 m in mindestens 450000, hier des Himalaya um 190 m in mehr als 600000 Jahren, womit Penck's Schätzungen der Zeit, in der die Theißzuflüsse die niederungarische Tiefebene mit mächtigen Ablagerungen desselben Zeitalters bedeckten, 480000 Jahre, stimmen würden. Wenn nun die einen großen Theil der älteren Quartärzeit ausfüllende Eiszeit ebenfalls immer ausgedehnter wird, je eingehendere Forschungen über sie angestellt werden, und für die Alpen allein die seit der

---

[1] S.-A. aus der Festschrift zur 50jährigen Bestandfeier der höheren landwirtschaftlichen Landeslehranstalt Tetschen-Liebwerda 1902.

[2] Ich finde die letzten Angaben von A. Geikie in der Presidents Address vor der British Association in Edinburgh 1892, wo er die Zeitdauer für die Abtragung von 1 m zwischen 24 00 und 21 000 Jahren annimmt; s. Report 1892. S. 21.

[3] I. S. 382. Die vollständigsten Litteraturnachweise über einschlägige Versuche giebt Penck Bd. I, S. 385 desselben Werkes.

letzten Vereisung verflossene Zeit wohl 25000 Jahre zählen mag, während für die verschiedenen Eiszeiten und Zwischeneiszeiten mehrere 100000 Jahre anzusetzen sind, so erhält man auch von dieser Seite für die Quartärzeit eine Zahl, welche die aus Flußablagerungen erhaltene Annahme bestätigt, daß vom Ende der Tertiärzeit bis zur Gegenwart mindestens eine halbe Million Jahre verflossen sein müsse.

Die Abtragung der Küsten ist oft und stellenweise möglichst genau beobachtet worden, und da das Hauptwerkzeug dieser Abtragung, die Brandung, viel gleichmäßiger arbeitet als viele andere, scheint die Möglichkeit, darauf Zeitschätzungen zu begründen, sehr nahegelegt zu sein. Es fehlt in der That nicht an Versuchen, die aber meistens nicht alle Schwierigkeiten im Auge behielten, besonders nicht die Schwankungen denen mit der Küste selbst die Gezeitenwellen unterworfen sein mußten. Lapparent hat früheren Ueberschätzungen der Küsten-Erosion gegenüber durch eine genaue Erwägung der Grenzen, die sich ein ins Land eindringendes Meer bald selbst setzen muß, wenn das Land nicht sinkt, den Betrag der Jahresleistung der Küsten-Erosion auf 16 km^3 veranschlagt. In dieser Zahl mögen manche Ungleichheiten sich aufwiegen, welche der Zeitschätzung für ein beschränktes Gebiet gefährlich werden müssen, wie etwa der Schätzung der für die Bildung des Aermelcanales nothwendige Zeit auf 50000 Jahre, und ähnliche. Aber eine Grundlage für Zeitschätzung kann auch die Lapparent'sche Zahl nicht sein. Wo es gelingt, an den Küsten aus den Strandlinien, die bei der Hebung des Landes über den Meeresspiegel mit gehoben werden, Bewegungen herauszulesen, da finden wir in Zeiträumen, die man sonst für kurz zu halten pflegt, beträchtliche Schwankungen. Darin liegt wenigstens eine chronologische Andeutung. Bei der Ostsee, wo auch noch die Aenderungen des Salzgehaltes und der Lebewelt Möglichkeiten der Einsicht in diese Verschiebungen geben, wissen wir, daß sie in der postglazialen Zeit durch Hebungen und Senkungen des Bodens im Gesammtbetrag von 280 m aus einem Eismeerarm ein Süßwassersee und ein Brackwassermeer wurde, ehe sie ihre heutige Gestalt und Beschaffenheit annahm. Von einem einfachen Fortgang der Küsten-Erosion, die uns etwa erlauben würde, die heutigen Zerstörungen einfach mit bestimmten Jahresreihen zu multipliciren, um eine gewisse Wirkung zu erklären, kann also hier keine Rede sein.

Die Untersuchungen von Thoulet über die Abtragung der Kreideküste der Normandie[1] gehen von der Bestimmung des rothen, mit Feuersteinen gemischten Thones aus, der bei der Auflösung der Kreide übrig bleibt. Dieser Thon bedeckt die Kreidelager als eine durchschnittlich 1 m dicke Schicht. Wenn man 100 g natürlichen Kreidefels auflöst, erhält man 0,83 g unlöslichen Rückstand, der zu drei Vierteln aus Thon von derselben Eigenschaft besteht, die dieser natürlichen Thonschicht zukommen. Unter Berücksichtigung des specifischen Gewichtes der Kreide, des Thones und der Kieselsäure kommt man zu dem Schlusse, daß die 1 m dicke Thonschicht der Rest von einem 52 m dicken Kreidefels ist, der langsam abgetragen wurde.

Von den Versuchen, das Alter wenigstens eines Theiles der Quartärzeit nach dem Verlauf der Abtragung der Schwelle eines Wasserfalles zu bestimmen, möchte ich nicht besonders sprechen; die Ergebnisse sind bei dem sorgsam beobachteten Niagara von entmuthigender Nichtübereinstimmung. Das Gleiche gilt auch von den Versuchen im Wachsthum eines Torflagers, einer Tropfsteinschicht und dergl. Zeitmaßstäbe zu gewinnen.

So sehr auch alle Schätzungen der geologischen Zeit aus dem Gange der Abtragung der Kontinente an der Unmöglichkeit leiden, diese Abtragung unmittelbar zu messen, so gelingt es doch wenigstens in beschränkten Gebieten einen Schluß auf die Wirkungen in größeren zu ziehen. Viel schwerer ist es, die Ablagerung dieser abgetragenen Massen zu controlliren. Gerade in dieser Unmöglichkeit hat mit Recht schon Charles Lyell die größte Schwierigkeit gesehen, die der Einsicht in dem wirklichen Gang der Erdgeschichte entgegensteht; denn wir sehen, wie zwei Siebentel der Erde zerstört und weggeführt werden, haben aber kein Bild von der Art, wie diese Trümmer über die anderen fünf Siebentel ausgebreitet, abgelagert werden. Wenn wir nun versuchen, die Größe der Ablagerung aus den Massen abzuleiten, welche die Flüsse transportiren, erhalten wir eine ganz lückenhafte Vorstellung. Denn einmal ist in den Flüssen selbst der am Boden gerollte und geschobene Schutt nicht zu messen, und dann ist die Ablagerung auf dem Meeresboden unserer Messung entzogen. Wir können wohl den Schuttkegel vor der Kongomündung schätzen, kennen aber zu einer Berechnung nicht genau genug seine Basis und

[1] Evaluation approchée de la Dénudation du terrain crétacé des côtes normandes, Comptes Rendus 1899. II. S. 1043.

wissen auch nicht, wieviel von dem Material, das der Kongo ins Meer führt, noch nachträglich abgespült oder aufgelöst wurde und wird. Man ist also bei der Schätzung der Ablagerung noch mehr auf die Beobachtungen in beschränkten Gebieten angewiesen, und die größte Schwierigkeit liegt darin, von den Ergebnissen solcher Beobachtungen die zutreffenden Verallgemeinerungen zu gewinnen, weil jene eben doch durchaus örtlich bedingt sind.[1] Nach solchem Vorgehen schätzte Albert Heim die jährliche Abtragung des Reußgebietes auf 0,242 mm, des Kandergebietes auf 0,381 mm nach dem Betrag der Geschiebe und gelösten Stoffe, die die Reuß in den Vierwaldstätter, die Kander in den Thuner See führt.[2] Die Reuß legt an ihrer Mündung durchschnittlich im Jahr 150000 cbm Geschiebe ab, ihr 825 qkm großes Gebiet verliert in 5500 Jahren 1 m an gröberem Schutt, und wenn man den fein zerteilten Schlamm des Seebodens hinzu nimmt, in 4125 Jahren.

Einen der seltenen Fälle, wo eiszeitliche Ablagerungen in regelmäßiger Weise überlagert werden von Absätzen, deren Herkunft und Bildungsweise man ziemlich gut controlliren kann, hat Albert Heim zu einer Bestimmung des absoluten Alters der Eiszeit benutzt.[3] Hinter einer Moräne von etwa 120 m Mächtigkeit, die quer durch das Gersauer Becken des Vierwaldstättersees zieht, mündet die Muotta, die ein verhältnißmäßig großes Delta in den See gebaut und den Seeboden hinter der Moräne mit ihren Schwemmstoffen so erhöht hat, daß er hier nur etwa 80 m unter dem Seespiegel liegt; unterhalb der Moräne liegt er durchschnittlich 200 m tief. Aus der heutigen Schuttbewegung berechnet Heim die Zeitdauer der Anschwemmung oberhalb der Moräne auf wenigstens 10000 und höchstens 50000 Jahre; soweit läge also die letzte Vergletscherung dieses Gebietes hinter uns, während Heim auf Grund der interglazialen Schieferkohlenbildung und der

---

[1] Lyell's Darstellung der Wandlung seiner Ansicht über das Alter des Mississippi-Deltas in den Principles I, S. 458 u. f. (10. Aufl.) zuerst durch neue Messung der Wassermenge, dann durch Tiefbohrungen im Delta hervorgerufen, geben ein sehr gutes Bild von der schwankenden Natur des Bodens, auf dem die Zeitschätzungen sich bewegen, die in diesem Fall von 67 000 auf 33000 sanken, dann durch Bohrungen, die die Mächtigkeit des Deltas um 40 m vergrößerten, wieder steigen mußten.

[2] Ueber die Erosion im Gebiete der Reuß, Jahrbuch des schweizerischen Alpenclubs 1878—1879. S. 371.

[3] Ueber das absolute Alter der Eiszeit. Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich 1894. S. 180.

interglazialen Thalbildungen 100000 Jahre für den Zeitraum annimmt, der uns von dem Beginn der ersten trennt.

Man braucht nicht besonders hervorzuheben, daß solche geologische Uhren immer sehr ungleich gehen. Wenn wir den einfachsten Fall der Schwemmgebilde an der Mündung eines Flusses annehmen, so mußten diese in größerer Menge abgelagert werden, so lange der Fluß freiere Bahn hatte; mit jeder neuen Jahresablagerung erschwert er sich selbst seinen Weg, verringert sein Gefäll, läßt Niederschläge weiter oben fallen. Das heißt also, diese Uhr geht immer langsamer, je älter sie wird. Für den Meeresboden sind wir aus guten Gründen berechtigt, Hebungen und Senkungen anzunehmen, wofür uns die Korallenriffe und die Strandlinien in allen Theilen der Erde Beweise liefern. Eine sinkende Küste vermindert nun offenbar den Weg des Unterlaufes der in sie mündenden Flüsse, eine steigende vermehrt ihn. Ein sinkender Meeresboden bedeutet ebenso sicher, daß ein größerer Theil seiner kalkhaltigen Niederschläge durch die mit zunehmender Tiefe wachsenden Kohlensäuremengen aufgelöst wird. Andererseits kann über demselben der Bau der Korallenriffe immer weiter gehen, da die zum Bauen nöthige Entfernung zwischen Riff und Meeresfläche durch die Senkung immer offen gehalten wird. Wir wissen jetzt auch, daß hohe Temperatur den organischen Niederschlag von kohlensaurem Kalk aus dem Meerwasser begünstigt, mehr als hoher Salzgehalt. Alle diese Einwürfe bedeuten die Nothwendigkeit, die Beobachtungen zu vervielfältigen. Man müßte dazu kommen, den Betrag der Ablagerung des Schuttes der Brandung, der Fracht schuttführender Eisberge und Eisfelder, der Gletscher, die unmittelbar ins Meer fließen, des Staubes, den der Wind hinausträgt, mit dem Betrag der Ablagerungen der Flüsse in Seeen und Sümpfen, zu einem Durchschnitt zu vereinigen. Nehmen wir aber auch an, es gelänge, den Betrag aller dieser Abtragungen zu schätzen, wer würde nun bereit sein, etwa mit A. R. Wallace von der Voraussetzung aus, daß die Länder durchschnittlich um 1 cm in 100 Jahren abgetragen werden, zu dem Schluß zu gelangen, Nordamerika könne noch drei Millionen Jahre halten? Abgesehen von der Einsetzung einer falschen Zahl für die mittlere Höhe dieses Festlandes, 228 m statt 650 m (nach Penck), was will eine solche Rechnung besagen, die die Höhe des Landes als nur durch Abtragung veränderlich annimmt? Wissen wir doch alle, daß Nordamerika gerade so wie Nordeuropa noch in

postglazialen Zeiten erhebliche Höhenschwankungen erfahren hat. Wallace weist auf diese Fehlerquelle hin, aber seine Rechnung bleibt nichts desto weniger ein abschreckendes Beispiel des leichtfertigen Spielens mit der Zeit in dieser Art von Speculationen.

Eine Reihe von Methoden der Altersbestimmung der Erde faßt die Abtragung der löslichen Bestandteile der Erde ins Auge und sucht sie im Salzgehalt des Meeres wiederzufinden. Voraussetzend, daß das Wasser der Erde ursprünglich durchaus süß war, meint Joly aus der Menge der jährlich dem Meere zugeführten Salze die Zeit berechnen zu können, die nöthig war, um den heute erreichten Salzgehalt hervorzubringen. Er greift Natrium heraus und schließt, weil im Meer neunzig Millionen Mal soviel Natrium ist als alle Flüsse der Erde in einem Jahre dem Meere zuführen, daß die Bildung des Meeres neunzig Millionen Jahre gebraucht habe. In dieser Rechnung sind höchst ungleichwerthige Größen. Man mag die Menge des Natriums des Meeres annähernd schätzen können; auch die Menge des jährlich zufließenden Wassers kann noch mit einem nicht zu großen Fehler veranschlagt werden; mit der Menge des zugeführten Natriums ist es schon ganz anders, denn die wenig darauf untersuchten Abflüsse vulkanischer Gebiete zeigen z. B. viel mehr davon, als die gewöhnlichen Flüsse.[1] Aber ganz unsicher werden die Schätzungen, wenn man den Einfluß größerer vulkanischer Thätigkeit früherer Erdperioden, die Auflösungsthätigkeit des Meeres selbst an seinen Gesteinen — auch ohne Rücksicht auf etwaige höhere Meerestemperaturen der Vorzeit — und die Ausscheidungen durch austrocknende Meeresteile in Betracht zieht. Da genügt es nicht, „einige“ zehn oder dreißig Millionen Jahre abzuziehen (Sollas),[2] sondern die ganze Methode ist unbrauchbar.

Einen verwandten, aber besonderen Weg schlug Mellard Reade ein, indem er, die Ergebnisse der Challenger-Expedition verwerthend, die Kalksalze, die erfahrungsmäßig im Flußwasser dem Meere zugeführt werden, mit den im Meere gelösten oder niedergeschlagenen verglich; er schätzte die Zeit, die zur Bildung einer 1 m tiefen Lage von Kalkstein auf dem Meeresboden erfordert wird, auf mehr als 3000000 Jahre, und da er nun an-

[1] Nach Walter Maxwell, Lavas and Soils of the Hawaiian Islands S. 173 enthalten die fließenden Gewässer der hawaiischen Inseln 0,0245 Natrium p. 1 000 gegen 0,00573 in gewöhnlichen großen Flüssen.

[2] Report British Association for the Adv. of Science 1900, S. 721.

nimmt, daß alle Kalksteine der Erde, gleichmäßig ausgebreitet, eine mehr als 160 m dicke Schicht bilden würden, kommt er dazu, 600 Millionen Jahre für ihre Bildung in Anspruch zu nehmen. Diese Summe verteilte er gleichmäßig auf drei Gruppen von Formationen, indem er je 200 Millionen Jahre den Reihen Laurentisch bis Silurisch, Devonisch bis Trias, Jurassisch bis Quartär zurechnete.

Vor der Anwendung der durch das Studium der Abtragung und Ablagerung gewonnenen Einsicht auf die ganze Reihe der bekannten Sedimentärschichten der Erde stehen noch zwei Fragen: Wie groß ist die Mächtigkeit dieser Schichten? und: Wie rasch geht ihre Bildung aus den abgetragenen Stoffen im Durchschnitt vor sich? Die erste Frage wird heute mit ziemlich großer Sicherheit für alle versteinerungsführenden Ablagerungen in dem Sinne beantwortet, daß 30000 m für deren Gesammtmächtigkeit als nicht zu hoch angenommen werden, was für die Zeitschätzung eine Dauer von 700 Millionen Jahre bei langsamer, von 75 Millionen bei schneller Ablagerung bedeutet. Wir haben gesehen, wie viel wahrscheinlicher die erstere ist. Die Nordamerikaner sind bereit, die Reihe noch um etwa 20000 m in die versteinerungslosen präkambrischen Schichten zu verlängern.

Ueber das Tempo der Ablagerung der Sedimente und damit der Schichtenbildung kann heute eines von vornherein festgestellt werden: wir sehen keine Aenderung desselben in der geologischen Reihe. Die papierdünnen Schichten, deren reiche Lebewelt gewaltige Zeiträume ahnen läßt, in denen jene abgelagert wurden, finden wir in jüngsten und älteren Formationen; nichts deutet auf raschere Sedimentirung in älteren Zeiten. Gerade darin ist die Auffassung der Uniformisten unverändert geblieben und fast allgemein angenommen. Charles D. Walcott hat 1893 in der Vice-Presential-Adreß der geologischen Section der American Association for the Advancement of Science[1] diese Frage sehr eingehend behandelt. Er findet in den palaeozoischen Schichten der Westgebirge Nordamerikas nirgends eine Andeutung, daß eine stärkere Niederschlagsbildung stattgefunden habe, als in späteren Perioden, und faßt sein Urtheil in die Worte: Wenn wir nach den Niederschlägen urtheilen, die heute in den großen Meeren gebildet werden, hat der Niederschlag von Kalk in der Vergangenheit so stetig und ununterbrochen stattgefunden

---

[1] Abgedruckt in den Smithsonian Reports 1894, S. 301 u. f.

wie jetzt, und war ebenso wechselnden Einflüssen der Wärme, des Lebens, der Wassertiefe u. a. ausgesetzt." Was aber die einst weiter verbreite Voraussetzung anbelangt, daß die der Ablagerung der Schichtgesteine vorangegangenen krystallinischen Gesteine sowohl wegen ihrer eigenen Beschaffenheit als wegen der anders zusammengesetzten und wärmeren Luft ungemein rasch zerkleinert worden seien und daß darin die Erklärung für die Mächtigkeit der Schichtgesteine der palaeozoischen Formation liege, so geht sie von einer Erstarrungskruste aus, die thatsächlich unserer Beobachtung gar nicht zugänglich ist. Da wir nun die Erstarrungskruste für ein Ding halten, das an und für sich hypothetisch ist, weil es die unbewiesene feurig-flüssige Erde voraussetzt, und da wir, davon abgesehen, nichts von einer Erstarrungskruste wissen können, die, wenn sie da war, weit hinter den älleráltesten Gesteinen der Erde liegen muß, können wir diese Annahme gar nicht wissenschaftlich behandeln. Was Prestwich in seiner „Geology" (1886) und Wallace in „Island Life" davon sagen, bestärkt nur diese Ansicht; es gehört dem Gebiet der geologischen Mythologie an. Etwas ganz anderes sind die räumlichen Ungleichheiten der Ablagerung. Wir wissen nicht bloß, daß dieselbe Formation oder sogar Formationsgruppe in einem Lande sehr dünn und in einem anderen sehr mächtig abgelagert werden kann, wie denn schon die Silurschichten in Schweden fast verschwinden vor der Mächtigkeit derselben Schichten in Nordengland, sondern müssen allgemein annehmen, daß in der Vorzeit gerade wie in der Gegenwart die Süßwasserbecken kleiner und seichter waren und die Meere größer und tiefer. Und so sind denn auch die Süßwasserbildungen, die aus der Vorzeit erhalten sind, durch geringe Mächtigkeit ausgezeichnet und keine fortlaufenden Entwickelungsreihen von Lebewesen lassen sich aus ihren Schichten entnehmen. Die großen Sandsteinformationen des Devon, des Buntsandsteins, des Keupers sind verhältnißmäßig rasch in Binnenseen oder Lagunen, die productive Kohlenformation langsamer in Lagunen und Deltas, der Kreidekalk, der Grünsand dagegen äußerst langsam in ozeanischen Tiefen abgesetzt worden. Für die heutigen Meere ergiebt sich entsprechend aus den Berichten von Murray und Renard, daß die Ablagerung auf dem Meeresboden am raschesten in der terrigenen Zone stattfindet, am langsamsten in den Gebieten des rothen Thons; tropischer Globigerinenboden wächst rascher als außertropischer Diatomeenboden, den Kiesel-

und Kalkniederschläge zusammensetzen, rascher als Radiolarienboden. Der Zeitwerth gleich dicker Ablagerungen wird also sehr verschieden sein und man wird niemals aus der Dicke allein auf die Dauer der Zeit schließen können, die zu ihrer Bildung nöthig war. Die Schätzung der Ablagerung führte zu brauchbaren Ergebnissen überhaupt immer nur dort, wo es sich um jene schon oben erwähnten Schätzungen der Arbeit heute noch fließender Flüsse unter ähnlichen klimatischen und Bodenverhältnissen handelt wie heute. Die Hoffnung ist aber nicht aufzugeben, daß die Vervielfältigung solcher Beobachtungen immer besser in den Stand setzen wird, eine Schätzung der Zeit zu versuchen, die erforderlich war, um eine Schicht von gegebener Dicke zu bilden. Daß die Bedingungen, unter denen Ablagerung und Abtragung stattfinden, so verschiedenartig sind, schließt nicht aus, daß einige von ihnen isolirt beobachtet werden. James Geikie sagte noch jüngst: „Und wenn zwanzig Geologen ebensoviel unabhängige Angaben über die Dauer der Steinkohlenperiode machen sollten, würden nicht zwei davon auch nur andauernd übereinstimmen. Doch würde zweifellos jeder von ihnen gern zugeben, daß die fragliche Periode wahrscheinlich mehrere Millionen Jahre umfassen müsse."[1] Wir meinen, daß damit schon ein schönes Ergebniß erreicht sei. Noch unter den Zeitgenossen Lyell's oder L. von Buchs hätte die Mehrzahl mit dieser Zeitschätzung nicht übereingestimmt, die Zeitgenossen Hutton's aber hätten eine Blasphemie darin gesehen und nicht einmal ein Paar Jahrhunderte dafür verwilligt. Es ist also ein nicht unbeträchtlicher Fortschritt in hundert Jahren gemacht worden und kein Grund spricht für ein Stehenbleiben.

Wir werden von der Gegenwart rückwärtsgehend mit einem Zeitmaaßstab, den etwa die Vorgänge und Leistungen der Quartärperiode gegeben haben, das Ziel erreichen, eine bestimmte Perspektive als wahrscheinlich und eine andere als unwahrscheinlich zu erkennen. Besonnene Beurtheiler der Frage haben auch nicht mehr angestrebt. Mellard Reade spricht es in seiner Arbeit „Kalkstein als ein Maaßstab für geologische Zeit"[2] deutlich aus, daß er nur das Minimalalter der Erde angeben und nach-

---

[1] A White-hot Liquid Earth and Geological Time. Scottish Geographical Magazine 1900. XVI. S. 60.

[2] Vortrag vor der Royal Society, London 1879. In der Sammlung Chemical Denudation and Geological Time 1879 wieder abgedruckt.

weisen wollte, die geologische Zeit habe Raum für alle organischen und unorganischen Veränderungen, die wir kennen. Vielleicht verdeutlicht diesen Werth am besten die Umgestaltung unserer Ansichten über die Eiszeiten und die Postglazialperiode, die zwischen der Eiszeit und der Gegenwart liegt. Nicht darin wird man ihn suchen, daß an die Stelle der 30000 Jahre, die sonst als größtmögliche Dauer der ganzen Quartärzeit angenommen wurden, heute 25000 Jahre für die Postglazialzeit, 200000 Jahre für die beiden Interglazialzeiten und 300000 Jahre für die Glazialzeit angenommen werden (Penck). Ich lege vielmehr das Gewicht darauf, daß dadurch überhaupt einer im wahren Sinn des Wortes geschichtlicheren Auffassung eines wichtigen Abschnittes in der Geschichte der Erde der Weg gebahnt wird. Es schalten sich immer mehr erdgeschichtliche Vorgänge in die weiter werdenden Abschnitte dieser großen Periode ein, wie z. B. die oben angeführten Schwankungen der Ostsee und andere Niveauveränderungen, Umgestaltungen der Pflanzendecke, Entwickelungen des prähistorischen Menschen; kurz: wir gewinnen den Raum und die Grenze für ein Bild von dem wirklichen Verlauf eines erdgeschichtlichen Abschnittes, der freilich nur ein Tag im Vergleich zu den geologischen Jahresreihen ist, deren Reste und Spuren in der Erde liegen.

Als ich zufällig dieser Tage Rudolph Credner's Darstellung der Entwicklungsgeschichte der Ostsee[1] und in einem Aufsatz „Das Eiszeitproblem" (S. 12 aus dem VIII. Jahresbericht der Geographischen Ges. zu Greifswald) verglich, sagte ich mir: mit der schärferen Sonderung der Glazial- und Interglazialzeiten hängt sichtlich die Ueberzeugung von außerordentlich langen Zeiträumen zusammen, der dieser hervorragende Ostseeforscher gerade in der letzten Veröffentlichung Ausdruck giebt.

Die Zerlegung der „Eiszeit" in drei oder vier „Eiszeiten" hat also nicht bloß den allgemeinen Werth, daß dadurch die Zeitfolge schärfer bestimmt wird, das ist zwar ein wichtiges Ergebniß; die Hauptsache ist doch, daß in der Zeitschätzung ein Derwahrheitnäherkommen ist, das immer auch zu einer noch genaueren Schätzung der Zeitdauer führen wird.

Nicht zufällig nun ist dieses Ergebniß auf uniformistischem Weg gewonnen. Von Hutton geht eine gradlinige Descendenz dieser chronologischen Richtung durch von Hoff und Lyell zu den Glazial-

---

[1] In den Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher. Lübeck 1895.

und Quartärforschern unserer Zeit, unter denen, wiederum nicht zufällig, die hervorragendsten, wie A. Geickie und Penck, sich am eingehendsten und fördersamsten mit der Zeitfrage beschäftigt haben. Das alles führt auf die Eigenschaft dieses Problems zurück, nur von der Gegenwart aus rückschreitend gelöst werden zu können. Der Nährboden der Erkenntniß ist hier die einst mißfällig betrachtete Oberflächen-Geologie.

Schätzungen auf Grund der Abkühlungshypothese.

Die bisher genannten Methoden, aus der Zeitfolge zur Zeitschätzung zu gelangen, stehen mit ihrer beschränkten Tragweite recht bescheiden neben der fast allgemein angenommenen Anwendung der Abkühlungs- und Einschrumpfungshypothese. Es sei aber von vornherein offen ausgesprochen, daß alle Arbeit, die nach dieser letzteren Methode auf die Bestimmung des „Alters der Erde“ – schon dieser Ausdruck klingt bedenklich – verwendet wurde, bis heute vergeblich gewesen ist. Man kann nicht von einem praktischen Ergebniß sprechen, wenn die Schätzungen zwischen Millionen und Milliarden von Jahren liegen. Höchstens könnte man es beachtenswerth finden, daß seit der Zeit, wo Lyell 240 Millionen Jahre von Beginn der Silurperiode an, mit Ausschluß der Primordialreihe und der laurentischen Schichten, forderte, und Darwin eine ähnliche Zeitdauer für möglich hielt, nach einem durch Tait und Thomson, deren Annahmen zwischen 10 und 20 Millionen liegen, verursachten Rückschlag, die Neigung zu großen Zahlen eher zugenommen hat, allerdings zugleich damit auch die Abneigung gegen bestimmte Angaben. Typisch dafür ist Archibald Geikie's Ausspruch, der, von den bekannten Geschwindigkeiten der Ablagerung von Sedimenten ausgehend, die zwischen 1 m in 2400 und 22000 Jahren schwankt, je nachdem man die rascheste oder langsamste Sendimentirung annimmt, auf 73 oder 680 Millionen Jahre, kommt: also „irgend wo zwischen 100 und 600 Millionen“ mag die gesuchte Zahl liegen.

Ich spreche wohl keine rein persönliche Empfindung aus, wenn ich sage, daß dieses Haschen nach irgend einer bestimmten Zahl, seien es nun Zehner oder Hunderter von Millionen von Jahren, da man sich dabei aber doch der Unsicherheit solcher Zahlen bewußt ist, einen unerfreulichen Eindruck machte. Selbst im Munde eines Lord Kelvin oder Alfred R. Wallace verräth es einen auffallenden Mangel an wissenschaftlicher Vorsicht. Der Letztere sagt in „Island

Life" (1870, S. 205): Wenn die seit der kambrischen Periode verflossenen 200 Millionen Jahre richtig eingeschätzt sind, dann kann die vom Beginn des Lebens an verflossene Zeit nicht viel weniger als 500 Millionen sein. Es ist aber nicht unwahrscheinlich, daß sie länger war. Gegenüber solchem Spielen mit Zahlen finden wir ganz berechtigt die Ironie in T. G. Bonney's Klage: Wir Geologen müssen uns über W. Thomson beschweren. Vor Jahren setzte er unseren Credit in der Bank der Zeit auf 100 Millionen Jahre herab. Wir murrten, versuchten aber unsere Bezüge entsprechend zu vermindern. Nun hat er plötzlich seine Schiebfenster zugemacht und kündet eine Zahlung von 20% an. Ich nehme an, daß irgend ein geschädigter Actionär diesen Bankdirector verklagen wird.[1] Hier handelt es sich immer nur um die Schätzungen eines bestimmten Zeitabschnittes, wo wenigstens nicht ganz ausgeschlossen ist, daß man einmal zu einer allgemeinen Schätzung gelangen könnte.

Das eigentliche „Alter der Erde" zu bestimmen, sollte dagegen heute kein wissenschaftlicher Kopf mehr wagen, denn wenn er auch ganz überzeugt ist, daß die Erde aus einem glühenden Gasball entstanden sei, giebt es doch nicht den kleinsten Anhalt auch nur für die Schätzung des Zeitpunktes, in dem sie sich aus dem Urnebel abgesondert hat. Buffon nahm bereits 74000 Jahre für die Abkühlung der Erde von der Loslösung aus der Sonne bis zu ihrer heutigen Temperatur an; aber wie kindlich stand er der Geschichte der Erde gegenüber. Ihm ist ein solcher Versuch nicht zu verdenken. Wenn dagegen C. G. Darwin mindestens 56 Millionen Jahre für die Zeit seit der Trennung des Mondes von der Erde annimmt, J. Joly für die Zeit seit der Verdichtung der Meere 80 bis 90 Millionen, so sind das Phantasien, die wir höchstens nur darum ernst nehmen, weil in ihnen eine Gefahr der Selbsttäuschung über das liegt, was hierin überhaupt zu wissen möglich ist.

Hinter dem großen Wort „Bestimmung des Alters der Erde" verbirgt sich fast immer nur die Schätzung der Zeit seit der Bildung der hypothetischen Erstarrungskruste, auf der Wasser zu Meeren sich sammelte und in denen dann zum ersten Male Leben sich bildete. Wie das vor sich ging, liegt im Dunkeln. Es ist auch nur eine wissenschaftliche Dichtung, noch lange nicht Hypothese, wenn der Oxforder Geolog Sollas, der die Meeresbecken

---

[1] The Foundation stones of the Earth Crust 1888. S. 12.

als eine Folge des Druckes der auf der eben erstarrten Erdkruste sich sammelnden Meeres auf seine Unterlage ansieht, erzählt, wie zuerst alles Wasser in der Atmosphäre war und gleichmäßig auf die ganze Erdoberfläche drückte, dann aber sich an einzelnen Stellen sammelte, wodurch sich der Druck über dem sich bildenden Land verminderte und sich über dem eben entstehenden Meeresboden vermehrte; in Folge jener Verminderung verflüssigte sich das Magma unter den Landarealen und hob diese zu Erdtheilen empor! Wenn Sollas noch hinzufügt, zwischen dem anfänglichen Zustand der Erhitzung, in dem das Meer Silikate auflöste, und einem Zustand, der nicht weit von dem heutigen entfernt war, lägen wahrscheinlich nur ein paar Hundert Jahre, und eben deßhalb seien die chemischen Sedimente aus der heißen Lauge wenig beträchtlich,[1] so hört wissenschaftliches Denken auf.

Der hypothetische Glutzustand, von dem hier Sollas ausgeht, bildet auch für die meisten anderen Schätzungen des Alters der Erdrinde in der Weise den Ausgangspunkt, daß man die Schmelzpunkte der Gesteine bestimmt, die die Erde aufbauen, und, indem man dann die Erde sich bei der Temperatur denkt, wo sie eben noch an der Oberfläche geschmolzen war, aus dem fortschreitenden Wärmeverlust den Zeitpunkt der Erstarrung und aus der Dicke der heutigen Erdrinde die Dauer des gleichmäßig fortgegangenen Abkühlungsprozesses zu errathen meint. Das eben ist der Weg, den Lord Kelvin, damals noch William Thomson, beschritt, als er sich gegen die Uebertreibung des Uniformismus in der Lyell'schen Geologenschule wandte. Aber man kann nicht sagen, daß er auf demselben sein Ziel erreicht hat, eine physikalische Erklärung der Entwickelung der Erde zu geben. Wohl sind die beiden Hypothesen, auf die er sich stützt, von Vielen angenommen: die sog. Kant-Laplace'sche und die gleichmäßige Zunahme der inneren Erdwärme bis mindestens zum Schmelzpunkt derselben Silikatgesteine, von denen man glaubt, daß sie die ganze Erdrinde bilden. Was nun gegen die Erhebung der Kant-Laplace'schen Hypothese zu einem Axiom der Erdgeschichte spricht, habe ich an anderer Stelle zu begründen gesucht.[2] Hier möchte ich nur noch einige Worte über die Art sagen, wie Lord Kelvin und seine Nachahmer über die Forderungen aus der Geschichte des Lebens und der Erde

---

[1] Report British Association for the Adv. of. Science 1900. S. 716.

[2] Die Kant-Laplace'sche Hypothese und die Geographie. Geographische Mitteilungen 1900.

hinweggehen. Im Vergleich mit diesen sind ihre beiden hypothetischen Stützen völlig morsch, weßhalb denn die Schlüsse, zu denen sie gelangten, in der Luft stehen. Welche Selbsttäuschung, zu glauben, auf solcher Grundlage könne man der Erd- und Lebensgeschichte eine Chronologie aufzwingen, die in vollem Widerspruch zu den nun mehr als 100 Jahre fortgesetzten Forschungen über die Geschichte des Lebens steht, die doch auch ein Stück Geschichte der Erde ist! Das Unbehagen, das man gegenüber einem solchen Beginnen empfindet, wird nur wenig durch das Interesse gemindert, womit man den Versuch betrachtet, eine Aufgabe, die wesentlich geschichtlicher, d. h. erdgeschichtlicher Natur ist, ohne Rücksicht auf die Forderungen der Methoden der Entwickelungswissenschaften[1] zu behandeln. Indem Thomson seinen Fall so einfach wie möglich zu machen sucht, vernachlässigt er alle Wechselbeziehungen zwischen den Planeten und dem Weltraum und alle Möglichkeiten des Eingreifens innerer Prozesse in den Ablauf der von ihm angenommenen Abkühlung und Erstarrung des weißglühenden Balles aus geschmolzenem Gestein, den er an den Anfang seiner Spekulationen setzt. Er geht also gerade so einseitig vor, wie Kant, der noch nichts von Meteoriten und Meteorschwärmen, Meteorstaub und überhaupt einem stofferfüllten Weltraum wußte, und ist ebenso fern, trotzdem er Robert Mayer zitiert, vor dem Gedanken an die Zurückverwandlung von Bewegung in Wärme im Inneren des erstarrenden Weltkörpers. Es ist charakteristisch für den Physiker, daß er dem ungeheuer verwickelten Prozeß der Erdbildung durch eine so gewaltsame Vereinfachung näher kommen will, wobei er seinen wissenschaftlichen Horizont in einer Weise verengt, die schon im Jahr der ersten Veröffentlichung[2] nicht mehr erlaubt war.

Nur eine Modifikation des einfachen, geradlinigen Abkühlungs- und Erstarrungsprozesses läßt er zu, wobei er ebenfalls einen Gedanken von Robert Mayer verwerthet, auf den vorher (1840)

---

[1] Vergl. die Ausführungen über die Methoden der Entwickelungswissenschaften im ersten Band dieser Annalen S. 309 u. f.

[2] On Geological Time. Adress delivered before the Geological Society of Glasgow 1868. Eine kürzere Veröffentlichung über denselben Gegenstand war schon 1865 vorausgegangen. Man muß indessen Eines bedenken: Lord Kelvins Speculationen über die Anfänge der Erde und die geologischen Zeiträume entstanden zuerst als Rückschlag gegen die Abneigung der Uniformisten von einem Anfang der Erde zu reden. Hatte doch Hutton ausdrücklich erklärt, in der Geschichte der Erde gebe es weder Anfang noch Ende.

James Thomson hingewiesen hatte, nämlich, daß die Umdrehung der Erde sich durch die Reibung der Gezeiten verlangsamen muß. Daraus folgert er, daß sie auch nicht immer dieselbe Form gehabt haben könne, wie heute, sondern einst stärker abgeplattet gewesen sei. Gemeinsam mit Tait setzt er nun voraus, daß die Erde die Form behalten haben müsse, in der sie erstarrt sei, und zieht daraus die Folgerung, daß wenn sie vor sehr vielen Millionen Jahren erstarrt wäre, sie in einer durch die raschere Umdrehung abgeplatteteren Form erstarrt sein müßte. Daß die Abplattung der Erde dennoch so gering ist, gilt ihm daher als Hauptargument für die Annahme einer verhältnißmäßig sehr kurzen Zeit seit der Bildung einer Erdrinde. Dabei ist vollständig die durch die Gebirgsbildung nachgewiesene Plastizität der scheinbar starren Gesteine übergangen, die, wie die archäischen Gebirge beweisen, immer bestand, und offenbar eine wesentliche Eigenschaft der Gesteine der Erde ist. Auch diese würde der Vereinfachung des Falles nicht entsprochen haben, wird daher nicht erwähnt. Da aber Thomson die Bildung der ältesten Gebirge und den damit zusammenhängenden Unterschied zwischen Kontinenten und Meeresbecken aus der einfachen gleichmäßigen Abkühlung seines weißglühenden Lavaballes nicht zu erklären weiß, sucht er innere Verschiedenheiten der geschmolzenen Masse dafür anzuziehen. Wie hätten sich aber diese in einem Abkühlungsprozeß, der von großen inneren Strömungsbewegungen begleitet sein mußte, erhalten können? Gerade die ältesten Gebirgsbildungen sprechen nicht bloß gegen diese Hülfshypothese, sondern auch gegen die vorausgesetzte rasche Erstarrung.

Die Alleghanies, die gegen das Ende des palaeozoischen Zeitalters gefaltet wurden, umschließen Schichten, deren Gesammtmächtigkeit 12000 m überschreitet; mindestens soweit mußte also die Erstarrung durch Abkühlung schon in die Tiefe der Erde vorgedrungen gewesen sein. Daß sie aber schon lange vorher tief eingedrungen war, beweisen die Gerölle kambrischer und vorkambrischer Schichten, die Gebirge voraussetzen, aus deren Zerklüftung und in deren hinabeilenden Flüssen sie entstanden sein müssen. Eine solche Uebereinstimmung in so tief hinabreichenden Bildungen schließt aber einen Unterschied des Wärme- und Erstarrungszustandes der Erde, wie Lord Kelvin ihn voraussetzt, unbedingt aus, denn nicht bloß müssen mächtige Schichtenkomplexe als Material der Faltenbildung schon zu einer Zeit vorhanden

gewesen sein, die für ihn unmittelbar hinter der Erstarrung liegt, es muß auch der Uebergang vom plastischen in den starren Zustand, der heute die Erdrinde charakterisiert, damals schon bestanden haben.[1]

Die geothermischen Tiefenstufen, auf denen Thomson und seine Nachfolger ihre Schätzung des Alters der Erde aufbauen, sind nicht festgestellt und werden es nicht sobald werden. Weit entfernt davon, einheitlich zu sein, zeigen sie schon in den beschränkten Gebieten, wo sie bis heute bestimmt wurden, große Unterschiede. Die genauesten und zugleich tiefgehenden Messungen sind wohl die von Schladebach bei Merseburg; sie zeigen eine Zunahme um 1° auf 39,5 m an. Früher hatte Prestwich aus zahlreichen, aber verschiedenwerthigen Beobachtungen mittlere Tiefenstufen von 28 m für artesische Brunnen, 27,5 m für Kohlenbergwerke und 23,6 m für andere Bergwerke berechnet. Nun haben wir aber auch Gebiete mit viel langsamerer Wärmezunahme. Und wenn man etwa von der ungewöhnlich geringen Wärmezunahme ausgeht, die Alexander Agassiz am Oberen See beobachtet hat, 1° auf 120 m, so erhält man natürlich ganz andere Ergebnisse für die Abkühlung der Erde. Aber eben diese Verschiedenheiten der Wärmezunahme müssen uns lehren, daß die einfachen Multiplikationsexempel Lord Kelvins und seiner Genossen nichts als Spielereien sind, deren Methoden in einem argen Mißverhältniß zu der Schwierigkeit der Sache stehen. Außerdem rechtfertigt aber auch nichts in den vorliegenden Beobachtungen die Annahme einer gleichmäßigen Zunahme der Wärme nach dem Erdinnern zu; dafür ist die Tiefe von noch nicht 2000 m, aus der die tiefsten Messungen stammen, doch viel zu klein; sie beträgt nur etwa ein Dreitausendstel des Erdhalbmessers.

Verschiedene Forscher sind durch die Summierung der inneren Erdwärme bis zu dem Schmelzpunkt der Silikate und schweren Metalle allerdings zu Zahlen gelangt, die nicht übermäßig weit auseinanderliegen. Lyell nannte 240 Millionen Jahre, wobei er die Primordialformationen ausschloß, Darwin fand 200 Millionen noch

[1] Die Einwürfe gegen die Lord Kelvin'schen Zeitschätzungsversuche aus der Gebirgsbildung hat James Geikie in dem Aufsatz A White-hot Liquid Earth and Geological Time im Scottish Geographical Magazine 1900 zusammengefaßt. Früher hatte die Geschichte dieser Discussionen Archibald Geikie in seiner Presidential Addreß bei der Edinburgher Versammlung der British Association (1892) geistreich erzählt; vergl. Report S. 18 u. f.

nicht genügend, Archibald Geikie spricht von 100 bis 680 Millionen, Croll nimmt gegen 100, Upham ebensoviel, Lapparent „seit dem Festwerden der Erdrinde“ 67 bis 90 Millionen an. Das sind im Vergleich mit den 3 Millionen von Winchell, den 10 von Tait, den 20 von Thomson, den 30 von Wallace Zahlen, die man fast noch in eine Gruppe zusammenordnen kann. Aber aus ihrer Aehnlichkeit einen Schluß auf ihre annähernde Richtigkeit zu ziehen, wäre verfehlt, denn sie ruhen alle auf derselben schwankenden Grundlage, und gerade die ähnlichsten, die von Lyell und Darwin, sind derselben hypothetischen Ueberlegung entsprungen.

Auffallenderweise haben die meisten Erstarrungstheoretiker das Meer ganz aus dem Spiel gelassen; sie folgten offenbar auch darin dem Trieb zur Vereinfachung des Problems, der jedoch in diesem Falle unlogisch ist.

Aber wenn die Zusammenziehung der Erde durch Abkühlung wirklich eine nothwendige Erscheinung wäre, müßte doch das Verhältniß des Meeres zur Erde sich beständig in dem Sinne ändern, daß das Meer größer, das Land kleiner würde; denn es ist klar, daß, wenn die Erde sich zusammenzieht, während das Meer unverändert bleibt, die Teile der Erde, die vorher über das Meer hervorragten, ebenso wie der Meeresboden, tiefer gelegt werden müssen. Giebt es nun für solche Folgen der Abkühlung und Zusammenziehung der Erde Beweise? Zunächst finden wir bei vielen Geologen und Paläontologen, die dieser Annahme gerade entgegengesetzte Ueberzeugung, daß das Meer größer gewesen sei und im Laufe der bekannten Erdgeschichte sich in kleinere Räume zusammengezogen habe. Sie ist jetzt von Manchem aufgegeben, man begegnet ihr aber doch immer wieder. Indessen hat schon die huronische Formation an weit entlegenen Stellen Syenit-, Granit- und Gneißgerölle, die anzeigen, daß der sogenannte Fundamentalgneiß einmal an der Oberfläche lag und denudiert wurde. Nur fliessendes Wasser oder Brandung kann diese Gesteine gerollt haben, und diese tiefsten Schichten, die wir kennen, bildeten nach diesen Einwirkungen den Boden für die Ablagerung der huronischen Schichten. Das ist, mit anderen Worten, ein Zustand, wie man ihn auch heute an der Nord- oder Ostsee finden hönnte!

Eine andere Schwierigkeit stellt sich bei der Betrachtung des Meeres der Annahme einer größeren Erdwärme in der Zeit entgegen, aus der fossilführende Schichten stammen. Eine wärmere

Erde setzt ein wärmeres Meer voraus, und ein wärmeres Meer müßte salzreicher sein. Dafür spricht nun gar nichts, wohl aber spricht dagegen die Identität kambrischer Steinsalzlager mit jüngeren, denn aus einem wärmeren Meer würden anders zusammengesetzte Salze sich niedergeschlagen haben. Alle genau bekannten ältesten Lebewesen sind Meerbewohner. Ein wärmeres Meer müßte sie unabhängig vom örtlichen Klima machen, ihnen also eine Verbreitung über die ganze Erde gestatten. Nun nehmen allerdings manche Paläontologen an, daß die geographische Verbreitung der Meere und Landbewohner früher viel gleichmäßiger gewesen sei als heute; bis auf die jüngste Zeit seien den einzelnen Arten ungleich größere Verbreitungsbezirke zugekommen als heute.[1] Wenn diese Annahme begründet wäre, würde sie überhaupt sehr folgenreich sein. Besonders würde sie eine entsprechend kleinere Zahl von Lebensformen in den früheren Perioden der Erdgeschichte und einen entsprechend langsameren Fortschritt derselben voraussetzen.

Nun zeigt uns aber schon das kambrische System auf engem Raum einen Unterschied der Meeresbewohner, wie er später nicht größer vorkommt. Böhmen hat seine kambrische Fauna, die von der Rußlands verschieden ist, und wo immer die unterkambrischen Trilobiten auftreten, zeigen sie eine große Variationslust, erinnernd an den Formenreichthum mancher Käfer- oder Schmetterlingsgruppen. Wenn man sie „morphologische Plastizität“ nennt, spricht man schon den Einfluß der äußeren Bedingungen auf diese Abwandlungen aus. Gerade dadurch sind ja die Trilobiten so wichtige Hülfsmittel für die Unterscheidung der geologischen Schichten geworden, daß selbst die dünnsten Schichten ihre besonderen Formen haben, durch die sie charakterisiert werden. Die westamerikanischen und ostamerikanischen Formen des mittleren Kambrium stehen nicht weniger weit von einander ab, als heute atlantische und pazifische. Wenn wir nun außerdem in diesen uralten Schichten auch schon den Unterschied der Tiefenzonen des Lebens begegnen, so sehen wir ungefähr dieselben Abstufungen der Lebensbedingungen wie später; jedenfalls können wir keine Spur von einer allgemein verbreiteten, einförmig herauswirkenden Erwärmung der Erdoberfläche wahrnehmen.

---

[1] Steinmann, Paläontologie und Abstammungslehre. Naturwissenschaftliche Wochenschrift 1899. No. 27.

Weiter sprechen gegen die Erwärmung der Erde von innen heraus noch zwei Eigenschaften des Lebens in dieser alten Zeit: Die geringe Größe der einzelnen Lebensformen und die verhältnißmäßig schwachen Kalkablagerungen in ihren Geweben. Die Steigerung der Lebensprozesse durch Wärme, die von außen zugeführt wird, ist eine allgemein bekannte Thatsache. Die Lebensfülle der Tropen und die Lebensarmuth der Polargebiete illustrieren sie kräftigst. Die kambrische Fauna zeigt nun weder im Einzelnen Riesenformen, wie sie später in allen Klassen des Thierreichs aufgetreten sind, noch einen tropischen Individuen- und Artenreichthum. Formen, die später riesenhaft werden, wie die Orthoceratiten, erscheinen vielmehr mit Volborthella und ähnlichen in zwerghaften Vorläufern.

Die Auflösungsfähigkeit des Wassers für die verschiedensten Salze würde durch die größere Erdwärme gesteigert worden sein müssen und aus dem Salzreichthum würde ein entsprechend größerer Antheil von Kalk und Kieselsäure in die Schalen, Gerippe u. s. w. der Thiere übergegangen sein. Die riesige Kalkausscheidung der Riff-Korallen, die centnerschweren Muscheln und dergleichen sind tropische Erscheinungen; selbst bei den Landschnecken sehen wir ein Wachsthum der Gehäuse an Größe, Stärke und Formenreichthum gegen die warme Zone zu. Wo finden wir im Kambrium diese Wirkung der angeblichen Wärme? Nirgends. Die kambrischen Lebensformen haben vielmehr in den mittleren Schichten eine so schwache Kalkabsonderung, daß Neumayr sie mit der Abnahme kalkschaliger Formen in unserer Tiefsee von heute vergleicht; er hat eben deshalb mittelkambrische Schichten als Tiefseeablagerungen angesprochen.

So führt uns die Methode der geologischen Zeitbestimmung, die von der heutigen Erdwärme siegreich bis zum Gluthball zu schreiten meinte, um keinen Schritt vorwärts. Die bescheidene Messung der Geschwindigkeit der Bildung eines Schuttkegels in einem Binnensee führt thatsächlich viel weiter als die große Deduction aus der Abnahme der Erdwärme. Jener Maßstab ist sehr klein, aber er ist aus der Beobachtung wirklicher Erdkräfte gewonnen; dieser ist imposant, wächst aber aus der ungesunden Wurzel einer schlecht fundirten Hypothese. Seine Anwendung hat uns weder eine große noch eine kleine Zahl gegeben, mit der man etwas anfangen kann; man trifft auch auf keine der Erscheinungen, die sie voraussetzen muß: weder die Erstarrungskruste noch ein ihr entsprechendes

Urmeer, noch endlich jene Zeugnisse für höhere Temperaturen in früheren Jahrmillionen. Da ist wohl die Frage erlaubt: Wenn die Abkühlungs- und Einschrumpfungshypothese gleich bei dem ersten Versuch einer ernsthaften Anwendung auf die Chronologie der Erdgeschichte so vollständig versagt, was ist dann überhaupt von ihr zu erwarten?

Die Bestimmung der Zeitfolge durch Lebensformen.

Als die Abkühlungshypothese beschränkte Jahresreihen nannte, die sie der Geschichte der Erde von der Abkühlung der Erdoberfläche an bewilligen könne, suchten die Wissenschaften vom Leben sich damit einzurichten. Aber die Methode der Gewinnung dieser Jahresreihen hat sich als verfehlt herausgestellt, und man ist jetzt genöthigt, wenn man nicht im Dunkeln tappen will, die Frage nach diesem Zeitraum umzukehren: Kann aus der Geschichte des Lebens eine Zeitschätzung für die Periode gewonnen werden zwischen den ersten Lebensspuren, die wir kennen, und heute? Und da die Zeit nur Eine ist, ob nun die Wärmeausstrahlung oder die Lebensentwickelung in ihr vorgehen, so werden die Abkühlungstheoretiker die Zeitvorstellung, zu der etwa die Paläontologie gelangt, nun auch ihrerseits hinnehmen und ihre Hypothesen derselben anpassen müssen, auch selbst, wenn letztere von Grund aus umgestaltet werden müßten.

Betrachten wir auch in diesem Falle zuerst die leichtere Aufgabe der Bestimmung der Zeitfolge durch die aufeinanderfolgenden Lebensformen, deren Verschiedenheiten das Mittel an die Hand geben, die Schichten scharf auseinanderzuhalten und dieselbe Gesteinsschicht überall wiederzufinden.

Die Schichten sind für den Erforscher der Erdgeschichte, was die Sterne für den Astronomen, die Arten für den Biologen. Ihre Grenzen und Aufeinanderfolge, ihre Natur und Ursprung bilden die Aufgaben des Geologen. Wie die Grenzen der Arten, sind auch die der Schichten nicht scharf zu bestimmen und der Streit darüber füllt einen guten Theil der geologischen Discussionen, seitdem Werner zuerst in Sachsen die Gesteinsmerkmale und Zeitfolge der Formationen festgestellt hat. Die Aehnlichkeit zwischen biologischen Arten und geologischen Formationen ist sogar noch tiefer begründet worden, als die Formation in Zonen getheilt wurde, denn die Zone ist die Folge und Anwendung einer schärferen

Artsonderung. Man kann die Zone als die Einheit der paläontologischen Stufenfolge bezeichnen; die Zone ist durch die Gegenwart eines bestimmten Fossils bezeichnet, wo dieses erscheint und verschwindet, liegen die Grenzen der Zone, und je schärfer und zeitlich abgegrenzt ein solches „Leitfossil" ist, um so bessere Dienste leistet es.

Das interessanteste Ergebniß der geologisch-paläontologischen Zonenstudien war zweifellos die Verbesserung oder Verfeinerung der paläontologischen Hülfsmittel der geologischen Zeitmessung durch schärfere Art- und Abartunterscheidung. Oppels und seiner Nachfolger Streben nach schärferer Sonderung der übereinanderliegenden Arten und Abarten der Fossilien im Interesse der geologischen Chronologie gehört in dieselbe Classe von Fortschritten wie eine verfeinerte Uhrenconstruction oder noch besser, wie ein Fortschritt in der Lesung von Hieroglyphen oder Keilschrift mit chronologischem Inhalt.

Mojsisovics hat damals das Bedürfniß der Geologie nach besseren Werkzeugen der Zeitmessung am klarsten ausgesprochen. Unterscheidungen von Ammoniten oder Terebratulaarten, die für den bloß classificirenden Zoologen hinreichen, genügen nicht dem Geologen, der diese Classification seiner höheren erdgeschichtlichen Aufgabe dienstbar machen möchte. Für den Geologen, sagt er, „haben die einzelnen Entwickelungsstadien eine chronologische Bedeutung, und er würde sich freiwillig der kostbarsten Documente begeben, wenn die in bestimmter geologischer Altersfolge auftretenden Zwischenformen in eine sogenannte ‚gute Art' zusammengezogen würden." [1]

Je empfindlicher die Lebewesen für Aenderungen ihrer äußeren Bedingungen sind, um so besser eignen sie sich für die Messung der geologischen Zeit. Für denselben Zweck macht sie auch eine feinere, verwickeltere Structur geeigneter, die eine größere Anzahl von Merkmalen der Unterscheidung liefert. Wenn man sie also sozusagen als Zeiger an der Uhr der geologischen Zeit schätzt und vergleicht, sind die Säugethiere weitaus besser als die Reptilien, diese besser als die Fische, diese wieder besser als Weichthiere, und Thiere im Allgemeinen besser als Pflanzen. Beide Eigenschaften faßte O. Marsh in seiner Arbeit: „The comparative

---

[1] E. Mojsisovics von Mojsvár, Die Dolomitriffe von Südtirol und Venetien. Wien 1879. Anm. zu Seite 3.

value of different kinds of fossils in determining Geological Age"[1] in den Begriff Specialisation zusammen; doch muß mit der Ausbildung der Sondermerkmale ein hoher Grad von Variabilität Hand in Hand gehen. Vergleicht man Brachiopoden mit Trilobiten, beide treten schon im Cambrium auf, so findet man bei den silurischen und devonischen Formen jener oft wenig Veränderungen und sie tragen wenig zur feineren Unterscheidung palaeozoischer Schichten bei; dagegen die Trilobiten erfahren eine ungemein reiche Entwickelung von ihrem ersten Auftreten bis zu ihrem Aussterben in der Permischen Formation; sie sind daher eines der wichtigsten Werkzeuge für die Unterscheidung der geologischen Schichten, denn jede besondere Form hat ihre besondere geologische Zone, d. h. ihre wohlabgegrenzte Lebenszeit. Unter den Weichthieren sind die schalentragenden Cephalopoden in ähnlicher Art nützlich, aber am allermeisten Verschiedenheiten zeigen die Ammoniten in ihrer wahrhaft wuchernden Entwickelung und entsprechend groß ist ihr Werth für die Bestimmung der geologischen Zeitfolge. Mit ihnen verglichen, haben die Süßwasserschnecken und -Muscheln wenig Werth; haben doch einige davon sich fast unverändert von palaeozoischen Zeiten an bis auf die Gegenwart erhalten. Unter den Fischen giebt es ähnliche Dauerformen, so ist der Werth der Reste von Lepidosteus für geologische Zeitbestimmung ungemein gering. Bei den Reptilien sind die Unterschiede ganz bunt vertheilt; die mesozoischen Crocodilier sind vortreffliche Zeitmesser, während sie in späteren Perioden und in der Gegenwart sehr wenig Wechsel zeigen. Dagegen benutzen die Geologen die Dinosaurier und Flugechsen, die nur verhältnißmäßig kurze Zeit gelebt haben, wegen ihres Formenreichthums mit großem Vortheil zur Wiedererkennung geologischer Horizonte. Nichts übertrifft aber den chronologischen Werth der Säugethiere in der Unterscheidung der Tertiärschichten. Ihr Formenreichthum, die hohe Entwickelung aller Merkmale und die Häufigkeit der Veränderungen, die sie erfahren, wirken alle auf diesen Zweck zusammen.

Die Lückenhaftigkeit der paläontologischen Ueberlieferung muß uns warnen, sie als Zeitmesser allzu vertrauensvoll zu behandeln. Wir sehen in den meisten Fällen ein Anfangs- oder ein Endglied einer Reihe, in nur wenigen beide, und in gar

[1] American Journal of Science. Vol. XIV (1877) und später noch einmal in dem Report British Association f. the Adv. of Science 1898. S. 869.

keinem Falle alle Mittelglieder. Man pflegt die Abstammung des Pferdes von tapirähnlichen Thieren des Eocäns, Paläotherium, durch Anchitherium und Hippotherium als eine ziemlich wahrscheinliche aufzufassen; in Amerika scheint die Reihe sogar noch über Paläotherium hinaus fortgeführt werden zu können. Selbst das ist aber in beiden Erdtheilen keine fortlaufende Kette, sondern eine Reihe von nahverwandten Gattungen, zwischen denen ganz bedeutende Zwischenräume für uns noch leer sind.

Die Lücken in den paläontologischen Urkunden sind viel größer als man bei der Masse der Versteinerungen und dem deutlichen chronologischen Zusammenhang der Formationen, in denen sie liegen, glauben sollte. Die Entwickelungsreihen von einigermaßen kenntlichem Zusammenhang sind noch so spärlich, daß man sie aufzählen kann. Noch stehen die großen Typen des Thier- und Pflanzenreiches scharf gesondert nebeneinander, die Zahl eigentlicher Zwischenformen ist verschwindend. Und kaum weniger tief sind die Lücken zwischen den Classen. Selbst der Archäopteryx, der in der ersten Freude über die Entdeckung als ein Mittelglied zwischen Reptilien und Vögeln angesehen wurde, ist ausgesprochen Flugreptil, wenn ihm auch einige Vogelmerkmale eigen sind; wir sind nach seiner Auffindung noch ebenso unsicher wie vorher über die Stelle, wo etwa die Vögel und die Reptilien von einem gemeinsamen Aste der Wirbelthiere sich abgezweigt haben. Die Hoffnung, daß eines Tages eine lückenlose Reihe von fossilen Resten der wasserlebenden Thiere sich vor uns aufbauen wird, stützt sich auf die Annahme, daß die Bodenschwankungen, die Meere trocken legten und festes Land ins Meer sinken ließen, immer nur kleine Theile der Erde verschieben konnten, so daß der Faden des Wasserlebens nie ganz abriß; die Fauna, der ein Meerestheil zu seicht wurde, zog sich nach einem tieferen zurück, und während ein Meerestheil Land wurde, hatten sich seiner Lebewelt durch Bodensenkung bereits neue Meerestheile geöffnet. Dieser Annahme scheint keine Thatsache entgegenzustehen. Aber doch ist die daran geknüpfte Folgerung nicht berechtigt, denn die gehobenen Meeresböden sind in vielen Fällen abgetragen und damit sind alle Spuren des Lebens vernichtet worden, die sie umschlossen. Es liegt auf der Hand, daß alle Lücken der paläontologischen Ueberlieferung Lücken in der Zeitreihe bedeuten, die wir mit Hülfe dieser Ueberlieferung zu reconstruiren suchen; sie sind also mindestens von hervorragender negativer Bedeutung für

jegliche Zeitschätzung, denn sie repräsentiren die verlorene Kunde von vielen Jahrmillionen.

Da für unsere Auffassung, die von den Katastrophen soweit entfernt ist wie vom Uniformismus, das Leben an der Erde, vergleichbar dem Meere, das den größten Theil davon umschloß, von ungünstigen zu günstigeren Stellen fluthete, dort ebbend und hier steigend, so besteht die Möglichkeit, die Ausfüllung einer Lücke, die an einer Stelle klafft, an einer anderen zu finden. Daher biologisch ähnliche Ablagerungen in ganz verschiedenen Schichten; aber nicht übereinstimmende, auch nicht zeitlich zusammengehörige. Das Fehlerhafte des gewöhnlich leichthin gezogenen Schlusses: gleiche Leitfossilien entstammen gleichzeitigen Schichten, wird leicht erkannt, wenn man an die Zeiträume denkt, die die Verbreitung eines Thieres oder einer Pflanze von einem Theile eines Verbreitungsgebietes zu einem anderen beansprucht. Erst wenn die Verbreitung abgeschlossen war, konnte dieselbe Art an entlegenen Stellen versteinert werden. Also nicht bloß die örtliche Verschiedenheit, sondern unter Umständen auch der Zeitunterschied läßt die Anlegung eines einzigen Maßstabes unthunlich erscheinen, und so ist z. B. die einfache Uebertragung der europäischen Schichtenfolge auf außereuropäische Verhältnisse schon früh als eine Quelle von Irrthümern erkannt worden.

Gewiß war die Verwendung der Fossileinschlüsse zur Bestimmung der Aufeinanderfolge der Schichten, wie sie zuerst von William Smith vorgenommen wurde, einer der größten Fortschritte der Geologie. Aber man hätte nicht vergessen sollen, daß es sich bei dieser Errungenschaft nur um ein Mittel zur Bestimmung der Zeitfolge in dem kurzen Abschnitt der Erdgeschichte handelt, aus dem Lebensreste erhalten sind. Dieses paläontologische Werkzeug ist dagegen schwach und klein gegenüber der ganzen Geschichte der Erde. Es hat bewundernswerthe Dienste für die Erkenntniß der Spanne Zeit geleistet, die zwischen dem Kambrium und der Gegenwart liegt; aber es hat eben dadurch dieselbe in ein so helles Licht gerückt, daß sie viel größer und wichtiger zu sein schien als sie wirklich ist. Was der Bestimmung der Zeitfolge dient, hat der Schätzung des Zeitverlaufes Abtrag gethan. Thatsächlich haben die Fortschritte der paläontologisch-stratigraphischen Geologie in den Augen Vieler zunächst die Gesammtgeschichte der Erde verkleinert, oder, was dasselbe ist, den Gesichtswinkel vergrößert, unter dem sie zu betrachten

ist. Die vorhin angegebene Wirkung jedes großen Fortschrittes in der Zeitfolgenbestimmung, die Ueberleitung zu einer richtigeren Zeitschätzung, beginnt sich erst zu zeigen.

Schätzungen des Alters des Lebens.

Seitdem Lamarck den Satz: „Die Arten sind nicht so alt wie die Natur selbst," mit der Forderung großer Zeiträume begründet hat, die für die äußerst langsamen Veränderungen der Arten nothwendig sind, ist die Zeitforderung von den Biologen mit noch viel größerer Entschiedenheit vertreten worden als von den Geologen, und jene haben noch viel höhere Summen von Jahrmillionen verlangt. Wir hören auf dieser Seite: was hindert uns eine Billion Jahre für eine Sekunde der Ewigkeit zu erklären? und von Jahrmilliarden wird hier ebenso leicht geredet[1] wie auf dem geologischen von Jahrmillionen. Zwar hat auch hier die Reaktion eingesetzt. Auf Darwin folgte Wallace, der in dieser wie in anderen Fragen tief unter das Niveau seines Forschungsgenossen hinabstieg, als er annahm, die Gegenwart sei eine Periode verhältnißmäßig langsamer Umbildungen, in vergangenen Zeitaltern sei in Folge von Aenderungen in der Form der Erdbahn und in der Bewegung der Erde um die Sonne die Stammesentwickelung rascher vorgeschritten und man könne daher von dem Cambrium bis zur Gegenwart höchstens 60 und geringstens 16 Millionen annehmen. Aber die Stützen dieser Annahme sind alle morsch. Ihr Interesse ist schon heute nur ein historisches, und zwar ganz besonders, weil sie so weit hinter den Punkt zurückgehen, den von Hoff und Lyell ein halbes Jahrhundert früher erreicht hatten. Doch bleibt es immer lehrreich, zu sehen, wie oberflächlich der geistreiche Zoogeograph die von ihm dogmatisch hingenommene Abkühlungshypothese, die schwierige Schätzung des Betrages der continentalen Abtragung und ozeanischen Niederschlagsbildung, endlich die Annahme größerer Veränderungen der Erdoberfläche in früheren Abschnitten der Erdgeschichte behandelt, um zuletzt bei „dem Wechsel kalter und warmer Perioden oder, noch häufiger, extremer und gemäßigter auf jeder Halbkugel" anzukommen, „die als Ergebnisse astro-

---

[1] J. Reinke, Die Welt als That. Umrisse einer Weltansicht auf naturwissenschaftlicher Grundlage. Berlin 1899. S. 117.

nomischer Umwälzungen in Verbindung mit geographischen nachgewiesen sind.“[1]

Ich überspringe die letzten drei Jahrzehnte, in denen über die Frage, die uns beschäftigt, viel geredet, aber wenig eigentlich gearbeitet wurde, um bei Sollas, Geolog und Paläontolog, anzukommen, der schon 1877 der uniformistischen Auffassung eine durch mehr Sonnen- und Erdwärme, dampfreichere Luft, heftigere Eruptionen, extremere Klimate u. s. w., belebtere Vergangenheit der Planeten entgegengestellt, und seitdem, von dem Bestreben geleitet, der rückläufigen Bewegung als Geolog Genüge zu leisten, auch in die Biologie hinübergegriffen hat, wo er die Frage: Genügt ein Zeitraum von 26 Millionen Jahre den Forderungen der Biologie? kurz bejahte. Er meint, dieser Zeitraum sei mehr als hinreichend. Wenn man für die Entwickelung der Wirbelthiere 18 oder 19 Millionen Jahre genügend erachte, so möchten wohl die übrigen 8 Millionen Jahre für die Entwickelung der Wirbellosen hinreichen, deren Vertreter wir in den untersten kambrischen Schichten finden. Man werde aus apriorischen Gründen dieser Annahme nicht widersprechen können. „Wenn zwei Millionen Jahre für die Verwandlung der Fische in Amphibien genügten, so konnte ein ähnlicher Zeitraum auch für den Uebergang von Anneliden in Trilobiten, oder von Trochosphären in Anneliden hinreichend sein. Der Schritt von der Gastrula zu den Trochosphären mochte sich in weiteren zwei Millionen Jahren vollziehen, und zwei weiteren Millionen könnten uns von der Gastrula zurück durch die Morula zu den Protozoen führen.“[2] Dieser Rechnung gegenüber, meint Sollas, könnten heute die Biologen ebensowenig etwas einwenden, als sie dafür zu sprechen vermöchten; sie seien nicht in der Lage, „independent evidence“ zu bringen, ehe sie das Tempo der Abänderung der Arten eingehender studirt hätten.

Ich bin der Meinung, daß sowohl Wallace als Sollas sich nicht genügend klar gemacht habe, welcher Weg überhaupt der Biologie in dieser Frage gewiesen ist, und daß eben darum ihre

---

[1] Island Life. London 1870. S. 217. Seitdem hat Wallace die Abkühlungshypothese mit der der Erdbildung durch zusammenstürzende Meteoriten zu versöhnen gesucht; vergl. den Aufsatz Our Molten Globe in Studies Scientific and Social. London 1900. I. S. 57.

[2] Evolutional Geology. Eröffnungsrede der geologischen Section der British Association for the Advancement of Science. Bradford 1900. S. 723. Vergl. damit die ältere Kundgebung im Geological Magazine von 1877.

anscheinend so kritischen Beiträge die erdgeschichtliche Zeitfrage wenig gefördert haben oder fördern werden. Bestimmt abgegrenzte Zeiträume, berechnet auf Grund des Tempos der Stammesentwickelung, kann die Biologie nicht geben; sie von ihr zu fordern, heißt die Art ihrer Erkenntnisse vollständig verkennen. Wohl aber vermag sie durch besonnene Erwägung der Zeitmerkmale der Lebensformen auf anderem Wege zu Einsichten in den Zeitverlauf der Erdgeschichte zu kommen. Es soll die Aufgabe dieses Aufsatzes sein, diesen Weg zu beschreiben und zu erproben. Vorher indessen noch einige Bemerkungen über das vielbesprochene „Tempo" der Stammesentwickelung.

Die große Genauigkeit, die mit Hülfe der Paläontologie und stratigraphischen Geologie in der Bestimmung der Zeitfolge der Lebewesen in der Erdgeschichte erzielt ist, legt sicherlich die Hoffnung nahe, so wie in anderen Entwickelungswissenschaften durch die Zeitfolge zur Zeitmessung vorzudringen. Das Studium der „Mutationen" scheint darauf hinführen zu müssen. Es ist ein schönes Ziel. Wenn es gelingt, die Frage nach dem Tempo zu beantworten, so liegt darin zugleich die einzige denkbare Möglichkeit, einen Blick in die Zeit hinter den ältesten bekannten Lebensresten zu gewinnen, und von diesem könnte sich dann die Frage nach dem Alter des Lebens ebenfalls die einzige denkbare Antwort erwarten. Zu diesem so wünschenswerthen Ziele scheinen nun folgende drei Wege zu führen: 1. Die bekannte Lebensentwickelung von den ältesten fossilführenden Schichten bis zur Gegenwart könnte eine Steigerung in der Entwickelung der Formen erkennen lassen, aus der man einen Rückschluß auf das Tempo in den vorcambrischen Zeiträumen wagen könnte; 2. die inneren Wachsthums- und Entwickelungsbedingungen der älteren Lebewesen könnten aus ihren überlebenden Resten erschlossen werden und 3. die äußeren Lebensbedingungen könnten andere gewesen sein als heute, die organische Formbildung beschleunigende oder verlangsamende.

Fassen wir die letztgenannte Möglichkeit zuerst ins Auge, da sie vielleicht die greifbarste ist: Haben äußere Bedingungen das Tempo der Stammesentwickelung beschleungt oder verlangsamt: Das Aussterben der Arten und größeren Abtheilungen des Thier- und Pflanzenreiches wurde sicherlich durch Aenderungen der umgebenden Bedingungen beschleunigt und durch die Andauer günstiger Bedingungen verlangsamt. Oft und

vielleicht gewöhnlich wurde das endliche Erlöschen durch katastrophische Aenderungen in dem engen Raume herbeigeführt, auf welche sie bei herannahendem Aussterben eingeschränkt worden waren.[1]

So erscheint uns die Geschichte des Lebens auf der Erde unter dem beständigen Einfluß der äußeren Bedingungen, die niemals für lange Zeit dieselben blieben, unaufhörlich sich änderten und mit jeder Aenderung auch in das Leben neue „Umgebungsreize" hineinbrachten. Mag das Leben seine eigenen inneren Entwickelungsantriebe haben, seine Geschichte hängt doch zu deutlich mit der Geschichte der Erde zusammen. Gerade darin liegt ja die Möglichkeit und Rechtfertigung, die Abschnitte der Erdgeschichte in der Geschichte des Lebens wiederzufinden, die geologischen Formationen paläontologisch zu charakterisiren. Und für uns ergiebt sich daraus zugleich die Unmöglichkeit der Annahme eines gleichmäßigen unabhängigen Fortschreitens der Lebensentwickelung, die vielmehr durch Land- und Meer-, Gebirgs- und Vulkanbildung, Klimaschwankungen Hemmungen und Beschleunigungen erfahren haben muß.

Die meisten von diesen Veränderungen, die den Lebensboden umgestalteten, blieben aber örtlich beschränkt. Zerstörungen aller Lebewesen und darauf folgende Neuschöpfungen, die die Einsichten in die Chronologie der Erdgeschichte zu erleichtern schienen, da sie angeblich scharfe Abschnitte bildeten, sind nicht nachzuweisen, so lange und so bestimmt sie auch behauptet worden sind. Nicht einmal der Wechsel lebensreicher und lebensarmer Zeitabschnitte ist zu beweisen. Wie viele haben mit d'Archiac geglaubt, daß in der Trias das Leben ärmer geworden sei, aber die alpine Trias mit ihrer Fülle von Versteinerungen hat eines Besseren belehrt. Jene Lebensarmuth war nur ein örtliches Phänomen, so wie heute etwa eine Wüste. Angesichts der früher weit verbreiteten Neigung, geologische Umwälzungen als eine große Kraft in der Verbreitung der Lebewesen zu betrachten, ist es auch interessant, zu sehen, wie reich ein geologisch unruhiger Archipel, wie der japanische, an alten Formen ist. Offenbar fördert abgeschlossene Lage mehr die Er-

---

[1] A White, The Relation of Biology to geological Investigation Report U. S. National-Museum 1892, S. 298, und meine eigene ausführliche Darstellung der Wirkungen der Raumverhältnisse auf das Leben in „Der Lebensraum. Eine biogeographische Studie." Festgabe für A. von Schäffler. 1901.

haltung alter Formen in einer Inselflora oder -fauna als geologische Ungestörtheit. Wir wissen jetzt, daß Hebungen und Senkungen sich unmerklich langsam vollziehen, daß Vulkanausbrüche und Erdbeben örtlich begrenzt sind, daß sie alle nicht die Macht haben, ganze Lebewelten zu vernichten.

Die geographische Verbreitung der Arten zeigt uns die äußere Begünstigung der Artbildung durch Absonderung, denn wo wir abgesonderte Wohngebiete finden, da wächst auch immer die Zahl und Mannigfaltigkeit der Arten, seien es nun die Kolibri oder Bergschafe einzelner Gebirgsstöcke, oder die „harmonisch" verbreiteten Arten oder Abarten eines Archipels, wie der Galápagos, in deren Verbreitungsweise auf den einzelnen Inseln und Klippen eben die Auseinanderlegung einer Stammart in Zweigformen je nach der Zahl und Lage der Wohnplätze sich gleichsam abspiegelt, oder seien es auch nur die blinden oder farblosen Thiere, die den engen Bezirken einzelner Höhlen eigen sind. So wie die Absonderung in solchen Fällen die Herausbildung besonderer neuer Arten begünstigte, bot sie in anderen Fällen alten Arten Schutz, die nur in solchen abgesonderten Oertlichkeiten sich erhalten konnten. Die Gemse der Alpen, der Apteryx Neuseelands, der Proteus der Karsthöhlen, der Ceratodus australischer Flüsse sind Beispiele von alten Formen, die durch die Gunst besonderer Oertlichkeiten erhalten sind. Vergleicht man mit diesen Thatsachen die Einförmigkeit der Lebewelt weiter Ebenen in zusammenhängenden Festländern oder der ausgedehnten Meerestiefen, so muß man annehmen, daß Perioden mit reicher Gliederung der Umrisse, Höhen und Tiefen der Erde eine größere Fülle von Lebensformen erzeugt haben müssen, als Erdperioden mit einförmiger Wasserbedeckung oder niedrigen breiten Landbildungen. Wenn die Erde von heute statt des einen Asien fünf Australien hätte, wäre die Zahl und Verschiedenheit ihrer Pflanzen- und Thierarten und Menschenrassen größer. In ähnlicher Weise müssen auch klimatische Unterschiede differenzirend auf den Lebensreichtum unseres Planeten eingewirkt haben; und der Schluß ist geboten, daß eine einförmig warme Erde, wie sie von vielen Geologen schon für lebensreiche Abschnitte angenommen wird, eine weniger mannigfaltige Schöpfung beherbergen mußte als eine Erde mit Zonenunterschieden, wie wir sie heute kennen. Zuletzt muß die diluviale Eiszeit durch ihr Klima, unabhängig von der Eisdecke,

einer Verminderung der Lebensformen an Zahl und Mannigfaltigkeit bewirkt haben.

Wenn uns nun diese Erwägungen zu der Annahme führen würden, die Entwickelung des Lebens auf der Erde sei durch die äußeren Bedingungen bald beschleunigt und bald verlangsamt worden, so dürften wir doch nicht übersehen, daß wir auf dem Boden der Hypothese stehen. Es wird nur angenommen, daß die Erde einst ein gleichförmigeres Klima gehabt habe; bewiesen ist es nicht. Dasselbe gilt von der im Zurückweichen begriffenen Annahme, die Erde sei einst einförmig vom Meere bedeckt gewesen, und von der wohl fast allgemein aufgegebenen, es sei ein Zeitabschnitt in der Erdgeschichte nachzuweisen, wo es keine Gebirgsbildungen und damit auch keine Einbrüche und Senkungen gegeben habe. Man darf es vielmehr heute als wahrscheinlich bezeichnen, daß als die ältesten Fossilreste, die wir kennen, abgelagert wurden, die Erdoberfläche Klimaunterschiede, Länder und Meere, Gebirge und Ebenen wie heute hatte, wenn auch nicht in derselben Lage, Gestalt und Ausdehnung.

Damit fällt die Möglichkeit, aus der Wirkung äußerer Einflüsse auf die Entwickelung des Lebens einen Schluß auf deren Tempo zu gewinnen. Diese Entwickelung ist hier beschleunigt und dort verlangsamt worden; aber sie zeigt z. B. nicht die andauernde Beschleunigung, die wir voraussetzen müßten, wenn die Erdoberfläche sich immer verschiedenartiger gestaltet hätte.

Besonders die Voraussetzung einer einst lückenlosen Meeresbedeckung des Erdballs, von allen Vorstellungen der besprochenen Art die verbreitetste, ist offenbar mit unserer Auffassung am wenigsten vereinbar. Schien es einst, als ob die Zeugnisse für das Hervorgegangensein des Pflanzen- und Thierlebens aus dem Wasser einen unabsehbaren Wasserhorizont vor die Schwelle des bekannt organischen Lebens legten, so ist heute als möglich zu erachten, daß Landbewohner unter den erhaltenen Resten der organischen Welt ebenso alt wie Wasserbewohner sind; die ältesten Spuren der ersteren reichen einstweilen nur bis in die Devonformation hinab, aber dafür haben wir in der Steinkohlenperiode schon ein hochentwickeltes und besonders ein sehr reiches Landleben, wo z. B. das Lungenathmen der Thiere schon lange begonnen haben muß. Man will auch im Bau der Landpflanzen noch Erinnerungen an das ursprüngliche Wasserleben

finden; dahin wird die auffällige Gabelverzweigung großer Pflanzenarten des palaeozoischen Zeitalters gerechnet, die an die gerade den Landpflanzen näherstehenden Algen erinnert; aber für das Alter dieser Erinnerung hat man durchaus keinen Anhalt. Wann nun auch das Heraussteigen des Lebens aus dem Wasser ins Trockene sich vollzogen haben möge, für die Frage nach einem älteren Zustand der Erde hat es keine Bedeutung, da auf einer Erde, deren Oberfläche aus Land und Wasser bestand, gleichwohl das Leben zuerst nur im Wasser sich entfalten konnte. Was aber das Alter des Lebens anbetrifft, so könnte es sich durch die Annahme, daß alle seine Anfänge im Wasser liegen, ja nur noch vergrößern, da dieses schwerer durchdringliche Medium von gleichmäßigerer Temperatur und einförmigeren Lebensbedingungen die Entwickelung nur verlangsamen konnte. Und wenn, wie Manche glauben, die Formen des Süßwassers einst verbreiteter waren als heute, so würde dies eine noch größere Verlangsamung bedeuten. Gerade der Unterschied zwischen dem Leben im Meere und im Süßwasser zeigt so recht deutlich den Einfluß der äußeren Bedingungen auf den Ablauf der Lebensentwickelung. Nordamerika, das in der Gegenwart so reich an Süßwassermuscheln ist, war es schon von den jurassischen Zeiten an. Wir kennen dort fossilführende Süßwasserbildungen fast aus jeder Formation vom Jura bis zum späten Tertiär, und in ihnen liegen wenig erloschene Gattungen und keine von ihren Familien ist ausgestorben. Wir finden Abänderungen, aber sie rufen fast immer nur neue Arten hervor, und auch selbst diese sind nur leicht verschieden, mehr Abarten, als „gute" Arten. Dasselbe gilt auch von Süßwasserschnecken und lungenathmenden Landschnecken. Und in derselben Zeit haben nicht bloß die exogenen Pflanzen ihren ungemeinen Formenreichthum entfaltet, sondern auch die Säugethiere haben sich großen Theils seitdem erst entwickelt. Ja, große Gruppen, wie die der Dinosaurier, haben in diesem Zeitraum sich entfaltet, in demselben ihren Höhepunkt überschritten und sind darin erloschen. Wäre also die Erde ein Planet, der dem Leben der Süßwasserbewohner günstiger wäre, als dem der Meeres- und Landbewohner, so würde offenbar die ganze Lebensentwickelung eine Verzögerung erfahren haben.

Leider ist es uns nicht gestattet, in die Entwickelungsgeschichte der Hydrosphäre unserer Erde einen so tiefen Blick zu thun.

Und so war es denn auch verfehlt, zu glauben, man sei mit dieser Zurückführung der früheren Lebensformen in das Meer in eine sehr frühe Zeit der Geschichte der Erde zurückgeschritten. Der marine Charakter der ältesten Fauna, die wir kennen, setzt wieder eine ungeheuer lange Zeit voraus, in der das Meerwasser entstand, das kein einfaches Auslaugungsproduct löslicher Gesteine ist. Wie kurzsichtig, darin nichts anderes als die Lösung der Salze des noch warmen Urgranits und Urgneisses zu sehen, wie die Erstarrungkrusten-Hypothese will! So weit Salzlager zurückreichen, bezeugen sie eine ähnliche Zusammensetzug des Meerwassers wie wir es in der Gegenwart kennen. Ein silurisches Meer hat seine eingetrockneten Salze in Nordamerika, ein kambrisches in Indien zurückgelassen, und die Steinsalzlager beider Länder lassen keine Entwickelung des Meerwassers etwa aus einem salzärmeren Zustand erkennen. Wenn man bedenkt, daß das Meer drei Viertheile unserer Erdoberfläche bedeckt und in vielen Beziehungen, besonders klimatisch, bestimmt, so scheint gerade in dieser Uebereinstimmung uralter und moderner Meere eines der stärksten Argumente für den Uniformismus zu liegen, ich meine nicht für den Uniformismus der Einförmigkeit, sondern der Gleichartigkeit erdumgestaltender Kräfte. Wir behaupten damit nicht, daß die Vulcanausbrüche und Erdbeben genau so verlaufen seien wie jetzt, daß die Erdtheile und Meere in den Gründzügen gerade so gelagert gewesen seien, daß keine großen klimatischen Schwankungen eingetreten seien. Wohl aber stellen wir fest, daß die Erde ungefähr so starr war wie jetzt, daß sie nicht wärmer war, daß das Meer und die Luft ebenso zusammengesetzt waren, daß auch die Sonne ungefähr ebensoviel Wärme einstrahlte, kurz, daß die äußeren Lebensbedingungen nicht wesentlich andere gewesen sein können. Und eben deßwegen sehen wir keine Möglichkeit, aus dem Vergleich älterer und jüngerer Zustände der Erdoberfläche zu einer Zeitschätzung zu gelangen.

Was bedeutet die Zeit in der Geschichte einer Art?

Was die Zeit in der Geschichte einer Art bedeutet, können wir im Allgemeinen feststellen, gleichsam als Minimalsatz, der allerdings sehr oft überschritten werden wird, aus dem wir aber doch mindestens eine Ahnung von dem bekommen, was man Chronologie der Arten nennen dürfte. Variationen, die eine Art-

bildung einleiten, können plötzlich entstehen, werden aber im Allgemeinen durch die sehr langsamen Aenderungen der Lage-, Größen- und Höhenverhältnisse an der Erdoberfläche ausgelöst. Von dem Ende der Eiszeit bis heute, also in einem Zeitraum von mehreren hunderttausend Jahren, sind nur wenige Varietäten und Arten neu entstanden, wenn wir absehen von den Hausthieren und Culturpflanzen. Die Variation braucht, um sich zu befestigen, wiederum Zeit. Durch Wanderung wird sie sich isoliren oder sie wird einen weiten Raum mit ihren Abkömmlingen bedecken. Dies ist der zweite Akt ihres Daseins, der ebenfalls in der Regel viel Zeit erfordert. Doch wird man zugeben müssen, daß z. B. auf Inseln oder isolirten Berggipfeln dieser Act manchmal kürzer sein mag. Jedenfalls braucht Wanderung und Festsetzung, diese oft noch mehr als jene, reichlich Zeit. Daß man nun gewöhnlich Schichten mit gleichen Fossileinschlüssen für gleichzeitig annimmt, auch wenn sie räumlich weit auseinander liegen, zeigt, wo die schwache Stelle der auf die Zeitfolge der Thiere und Pflanzen begründeten Erdgeschichte liegt. Fossileinschlüsse in entlegenen Schichten können niemals gleichzeitig sein, da die Lebewesen geraume und oft sehr lange Zeit brauchen, um sich von einer Stelle der Erde zu einer anderen zu verbreiten. Es ist das große Verdienst Barrande's, diesen Fehler durch die Entdeckung der silurischen „Colonieen" beseitigt zu haben. Zuletzt wird der dritte Act im Leben einer Art, ihr Rückgang und Absterben, oder ihre Auflösung in neue Abarten ebenfalls viel Zeit erfordern. Und in der Regel werden Jahrmillionen zwischen zwei nahverwandten Arten liegen, die wir in übereinander folgenden Zonen einer Formationsreihe, so zu sagen dicht übereinander, finden.

Um indessen die Chronologie der Arten auf ihren wahren Werth zurückzuführen, muß der Betrachtung der Entwickelung des Lebens, die nur einzelne Lebensformen sieht, und in deren Wechselbeziehungen, wie z. B. im Kampf ums Dasein, den treibenden Grund der Entwickelung zu finden glaubt, eine andere Betrachtung gegenübergestellt werden, die das Leben der Erde als ein Ganzes, Zusammenhängendes erkennt, aus dem die Lebensformen nur als verhältnißmäßig ephemere Erscheinungen, als Episoden hervortreten. Das Leben als Ganzes oder die Lebensmasse wird immer den Vorzug des Alters und der Dauer vor den Einzelformen haben; es ist im wahren Sinne des Wortes

das Bleibende in der Erscheinungen Flucht, und insofern auch das Wesentliche. Diese „Erscheinungen“ können als Arten eine verhältnißmäßig lange Dauer gewinnen, aber im Vergleich zum Ganzen der Lebensentwickelung oder zur Lebensdauer in einem großen tellurischen Sinne sind sie so zu sagen nur die Sekundenzeiger.

Innere Ursachen der Beschleunigung und Verlangsamung der Lebensentwickelung.

Wir haben in der Naturgeschichte die festen Arten, deren Formen so fest zu stehen scheinen, wie die von Krystallen und daneben die leicht veränderlichen, die in Einzelheiten auf jedem Standort anders sind. Die große Mehrzahl der Arten bezeichnet Stellen des Stillstands der Entwickelung, von denen wir eben so wenig, wie von Klippen im Strom wissen, wann sie der Bewegung, die sie umfluthet und an ihnen brandet, folgen werden. Andere Formen, in denen eine Entwickelungsrichtung nicht bloß vorübergehend, sondern für immer, gleichwie in einer Sackgasse, zum Stehen gekommen ist, mag man als Endformen bezeichnen; sie sind gegenwärtig Knospen, über die die Entwickelung nicht hinausgeht; es ist zwar wohl möglich, daß sie wieder aufbrechen, und dann sogar einer sehr reichen Entfaltung Ursprung geben, aber sehr oft sind sie thatsächlich der Abschluß eines Zweiges des Entwickelungsganges, und es ist erstaunlich, wie oft diese Endformen in Riesengestalt, wie die großen Laufvögel oder die Dickhäuter, in sonderbaren Abwandlungen, wie die kretacischen Ammoniten und dergl. erscheinen. Solche merkwürdige Vorgänge werden durch äußere Einflüsse, z. B. den beschränkten Raum der Inseln, gefördert, aber nicht veranlaßt. Insulare Einflüsse haben in einzelnen Fällen die Entwickelung auf sonderbare Abwege geführt, auf denen z. B. fluglose Riesenvögel wie Aepiornis oder Moa oder auch fluglose Vögel von mäßiger Größe entstanden sind; in anderen hat sie die Körpergröße reducirt, wie in den Elephanten der mittelmeerischen Inseln. Wie dunkel diese Vorgänge sind, zeigt die überraschende Thatsache, daß unter allen bekannten Säugethieren die noch jetzt in Australien und Tasmanien lebenden Schnabelthiere, Monotremen, am tiefsten stehen; die phylogenetisch ältesten Säugethiere überleben also, während viel höher entwickelte durch endlose Mannigfaltigkeit der Form-

bildung scheinbar viel anpassungsfähigere große Säugethiergruppen der Tertiärzeit ausgestorben sind. Und wenn ungemein alte Meeresthiere fortleben, so ist das nicht etwa nur Beweis dafür, daß auch im Meer Schutzmotive von großer Kraft wirken, wie man sie in den an alten Fischen, Amphibien und Reptilien reichen Flüssen und Seen kennt, sondern daß es ungemein erhaltungsfähiges Leben gibt. Betrachten wir uns einmal diesen merkwürdigen Proceß des Fortlebens unter kaum merklichen Aenderungen.

Die eben genannte Gattung Lingula tritt in den frühkambrischen Schichten als Lingula angusta auf, die sich kaum von der jurassischen Lingula Beani unterscheidet, die ihrerseits sich als Lingula anatina fast unverändert bis zur Gegenwart erhalten hat. Durch Millionen und vielleicht Milliarden von Generationen haben diese Lingulaschalen immer dieselbe Form bis ins Einzelne getreu wiederholt. Sie ist also in den engen Grenzen der Merkmale einer Art geblieben. Unterdessen sind die meisten anderen Thierformen, die mit ihr zusammenlebten, entweder ausgestorben oder haben sich in eine große Mannigfaltigkeit von Abartungen, Arten, Gattungen auseinander gelegt. Man denke an die nahverwandten Spiriferen, die Terebratelen, die schalentragenden Cephalopoden und so viele andere. Wenn wir die Entwickelung der Lebensformen als Bewegung auffassen, so ist also Lingula einfach stehen geblieben, während die anderen aus einer Form in die andere weiter geschritten sind, sich entwickelt haben. Wäre ein Verhalten wie das der Lingula allgemein, so gäbe es überhaupt keine merkbare Entwickelung der Lebensformen, an deren Stelle würde Stillstand zu herrschen scheinen. Gegenüber solchen verhältnißmäßig beständigen Formen, die durch ungemein lange Zeiten den äußeren Einflüssen trotzen, denen man unbegründeter Weise einen zwingenden Einfluß auf die Lebensformen zuschreiben wollte, kann mit gutem Recht an die Krystalle erinnert werden, zu denen anorganische Stoffe sich, soweit wir wissen, immer nach denselben Gesetzen zusammengelegt haben. So wohnt auch den beständigen Arten eine Widerstandskraft gegen umgestaltende Einflüsse inne, deren Ursache in den Lebewesen selbst liegen muß. Das Festhalten derselben Bauprincipien bis in kleinste Einzelheiten durch Millionen von Generationen setzt eine Sicherheit des Verlaufes der Vererbungsvorgänge voraus. Aber darum ist es doch nicht möglich, von

unsterblichen Formen der Thierwelt mit H. Trautschold zu reden.[1] Es sind nur Fälle von außerordentlicher Stärke der Festhaltung im Erinnerungsvermögen der organisirten Materie.

Im Gegensatz zu dieser einförmigen Wiederholung derselben beschränkten Formen durch ganze Zeitalter der Erdgeschichte steht die Entfaltung eines kleinen Zweiges einer persistenten Form in eine Fülle von Arten und Abarten, die sich sogar mehrere Male wiederholen kann. Man kann diese iterative Entwickelung, wie Koken sie genannt hat, mit einem Baum vergleichen, dessen Stamm mehrere Kronen übereinander treibt. „Diese Schwärme von Varietäten und Arten liegen gleichsam stockwerkartig übereinander, ohne, wie es scheint, direkt genetisch verbunden zu sein. Aehnliche Formen wiederholen sich, indem sie zu verschiedenen Zeiten aus dem conservativen Stammhalter hervorgehen, aber nicht, indem sie eine der anderen die Existenz gaben."[2] In solcher Weise tritt z. B. der Vola-Typus der Pectiniden schwarmartig zuerst im Lias, dann in der Kreide, dann im Oligocän auf, und diese drei Schwärme stammen nicht von einander, sondern jeder entsteht als eine besondere Verzweigung des normalen Pectinidenstammes.

Der Auffassung, daß große Schwankungen der Umbildungsfähigheit der Typen im Verlauf der uns bekannten Geschichte des Lebens eingetreten sind, kann man keinen Widerspruch entgegensetzen. Man kann sie aber auch nicht beweisen, so lange die in Betracht kommenden Zeiträume noch so wenig bekannt sind. Denn die Kraft der Umbildung der Arten messen wir an der Zahl neuerer Arten und Gattungen, die in einem bestimmten Zeitraume auftreten. Lyell hatte zuerst das Gesetz ausgesprochen, daß „die Langlebigkeit der Art im Ganzen geringer bei den Säugethieren, als bei den Weichthieren ist."[3] Dieser höhere Grad von Umbildungsfähigkeit der Säugethiere gilt für die Säugethiere der Tertiärzeit; seit dem Schlusse derselben sind wohl alte Formen ausgestorben, aber keine neuen hinzugekommen. Selbst der diluviale Mensch scheint nicht specifisch von dem der Gegenwart verschieden zu sein. K. E. von Baer

---

[1] Die langlebigen und die unsterblichen Formen der Thierwelt. Bull. d. l. Sociéte des Naturalistes de Moscou 1874. I. S. 165.

[2] Koken, Paläontologie und Descendenzlehre. Verhandl. d. Vers. d. Naturf. u. Aerzte, Hamburg 1901.

[3] Principles of Geology. 4th. Aufl. I. S. 40.

hatte angenommen,[1] daß die Umbildungsfähigkeit der Lebewesen jetzt auf ein Minimum herabgesunken, in der Tertiärzeit größer gewesen sei, „noch früher aber bei der wahrscheinlichen Umwandelung von Fischen in Reptilien und Vögel noch mächtiger gewirkt haben" könne. Diese Auffassung stützt sich nur auf die Wirbelthiere, umfaßt daher nur einen kleinen Theil der bekannten Lebensentwickelung. Auch Gaudry schließt ähnlich aus dem Vergleich der ungemein reichen Fauna der Obermiocän-Schichten von Pikermi mit der Thierwelt der Quartärzeit und Gegenwart, daß die Artbildung nachgelassen habe, denn während fast alle Typen der Gegenwart in Pikermi schon vorkommen, könnte man das Umgekehrte nicht sagen. Viele Pikermitypen sind ausgestorben: Ictitherium, Simocyon, Machairodes, Leptodon, Dinotherium, Chalciotherium, Helladotherium. Noch in der Quartärzeit lebten mit Formen von heute Mammuth, behaartes Nashorn, Riesenhirsch, Höhlenbär, Elasmotherium, die heute ausgestorben sind. Die Landthiere haben also entschieden abgenommen; seit jener Epoche könnten nur die wasserlebenden Säugethiere sich noch weiter differencirt haben. Auch diese Auffassung hat nur einen ganz beschränkten Ast des Wirbelthierstammes im Auge und erstreckt sich nur über einen kleinen Bruchtheil der Zeit der Lebensentwickelung, die uns bekannt ist.

Es kommt uns, die wir gewöhnt sind, das Leben wie einen mächtigen Strom von den ersten Spuren versteinerter Thiere bis zur Gegenwart herwallen zu sehen, heute schwer vor, uns in eine Auffassung zurückzudenken, gegen die noch 1854 L. Agassiz sein ganzes biologisch-paläontologisches Wissen aufbot, als er die „allgemein gehegte Ansicht" widerlegte, daß im gegenwärtigen Abschnitt der Erdgeschichte die Zahl der Gattungen und Arten der Lebewesen viel zahlreicher sei, als in allen vorhergehenden. Es fiel Agassiz, der damals wohl über die ausgebreitetste Kenntniß der Fossilien verfügte, nicht schwer, in dem Aufsatz „The primitive Diversity and Number of Animals in geological times"[2] dieser Ansicht sprechende Zahlen entgegenzustellen. Hatte doch damals schon Münster allein aus den Solenhofener Schichten mehr Crustaceen beschrieben, als man aus dem ganzen Mittelmeer kannte, und Barrande aus den böhmischen Silurschichten mehr Thiere dieser Classe als damals aus dem Indischen Ocean bekannt waren.

---

[1] Studien. S. 429.

[2] American Journal of Science and Arts, Mai 1854.

Behrens' Untersuchungen über die Bernsteininsekten hatten in einer beschränkten Schicht des mittleren Tertiär eine ungemein mannigfaltige Fauna nachgewiesen, der kaum eine Insekten-Familie der Gegenwart fehlte. Selbst die Funde fossiler Säugethiere in Australien fingen damals schon an, zahlreich zu werden, so daß ihre Artenzahl nicht mehr weit hinter den lebenden zurückstanden. Wie kam aber Agassiz, der letzte große Vertreter der geologischen Katastrophen und entsprechenden Neuschöpfungen und Zerstörungen des ganzen Lebens der Erde dazu, für eine Ansicht einzutreten, die der von ihm so schlecht verstandenen geschichtlichen Wirklichkeit entsprach? Die damaligen Vertreter der Entwickelungstheorie waren geneigt, in der geologischen Reihe der Lebewesen Belege für ein Hervorgegangensein der reichen Schöpfung von heute aus einer geringen Anzahl von noch wenig ausgebildeten Typen zu sehen. Uneingedenk der Warnung, in diesen fragmentarischen Ueberlieferungen nicht die eigentlichen Anfänge des Lebens sehen zu wollen, führte sie eine Anschauung von viel zu kurzer Perspective zu einer Auffassung der Geschichte des Lebens der Erde, die von der Wirklichkeit fast eben soweit entfernt war, wie die Curier'sche, die jetzt L. Agassiz vertrat. Dieser dagegen war zufrieden, in reichen und von einander grundverschiedenen vorweltlichen Schöpfungen Belege entsprechend verschiedener, scharf gesonderter Zeitalter der Erdgeschichte zu finden.

Es ist nicht möglich, von der Zeit, die die Umbildung irgend einer organischen Form gebraucht hat, einen Schluß auf die Zeit zu machen, die für die Umbildung anderer nöthig war. Wenn z. B. die Umbildung aller Reptilien ebenso langsam vor sich gegangen wäre, wie die der Krokodilier zwischen der Jurazeit und der Gegenwart – die Unterschiede zwischen den Teleosauriern, des Lias und den Krokodilen von heute sind sehr gering –, so hätte Huxley Recht gehabt, wenn er fast erschrak, vor der Riesengröße der Zeiträume, die dann für die Herausbildung der Krokodilier, Eidechsen, Ornithoscelida, Plesiosaurier u. s. w. aus einem gemeinsamen Stamme nöthig wären.[1] Aber wir haben ja gesehen, wie schwankend das Tempo der Umbildung in einer und derselben Gruppe von Lebensformen sein kann. Erinnern wir uns an die gewaltige Fülle rasch aufeinanderfolgender Variationen der schalentragenden

---

[1] Anniversary Adreß to the Geological Society 1870.

Cephalopoden von der Trias bis zum Ende der Kreide, und die im Vergleich damit fast Stillstand zu nennende Unveränderlichkeit des Nautilus. Und man muß sogleich hinzufügen, daß diese Schwankungen auch unregelmäßig eintreten. Es ist kein Rythmus in ihnen, soweit wir erkennen können; und also auch von dieser Seite bieten sie der erdgeschichtlichen Chronologie keine Hülfe für die Zeitmessungen. Nur für die Bestimmung der Zeitfolge ist ihr Werth natürlich unbestritten und sind sie unersetzlich.

Wenn die Entwickelung der Organismen ein Auseinanderstreben aus wenigen Stämmen, vielleicht sogar aus einer einzigen Urform ist, sollte uns dann nicht auch der Abstand zwischen ihren Aesten und Zweigen einen Maßstab für ihr Alter geben? Die Frage ist im allgemeinsten Sinne schon deshalb zu bejahen, weil einer der verbreitetsten und folgenreichsten Irrthümer die Annahme der geradlinigen Descendenz ist, wo in Wirklichkeit eine reiche Verzweigung vorliegt. Die geradlinige Ableitung des Menschen vom Affen ist ein charakteristisches Beispiel für diesen Fall von falscher Perspektive, die immer nur bei einer ganz unzulänglichen Vorstellung von den in Frage kommenden Zeiträumen möglich ist. Ferner nimmt bei den Entwickelungsreihen, die wir einigermaßen übersehen, sicherlich der Abstand mit dem Alter zu. Stärkere und einseitigere Differenzirung schaffte immer spezialisiertere Organismen aus solchen, in denen dieselben Merkmale noch nahe beieinander, weniger ausgebildet, oft nur angedeutet liegen. Sie sind wie eine Sammlung von ganz verschiedenen eng zusammengepackten Dingen, die später über einen weiten Raum ausgestreut werden. Es ist sehr bezeichnend, daß man neuerdings für solche Formen eigene „Sammeltypen" bildet, sowie Scudder für alle Insekten des paläozoischen Zeitalters eine Unterklasse Paläodictyoptera gebildet hat, in der die Vorläufer der Orthoptera, Neuroptera und Hemiptera vereinigt sind, die aber untereinander eben so viel Verwandtschaft aufweisen, als zu diesen Ordnungen, in die sie später auf Wegen auseinander gehen, die in ihnen schon angedeutet liegen. Einige Sammeltypen solcher Art und ihre Ausstrahlungen werden wir wahrscheinlich eines Tages so genau kennen, daß es möglich wird, ihr Auseinandergehen durch eine Reihe von übereinander folgenden geologischen Schichten zu verfolgen, und die Winkel ihrer Divergenz mit geschätzten Zeiträumen in Vergleich zu setzen. Der Stammbaum der Einhufer von Eocän bis zur Gegenwart läßt derartiges hoffen.

Der Unterschied der Zeiträume, die die Entwickelung verschiedener Lebensformen beanspruchen, ist lehrreich für das Verständniß der Bedeutung der Zeitunterschiede des Lebens überhaupt. Denn wenn wir davon ausgehen, daß die Variabilität der Lebensformen eine allgemeine Lebenseigenschaft sei, und sehen so große Unterschiede in ihrem zeitlichen Verlauf, dann erscheinen uns die Zeitabschnitte, wie wir sie abzumessen pflegen, überhaupt als eine unwesentliche Thatsache der Entwickelungsprozesse. Was können Zeitunterschiede in der Geschichte des organischen Lebens bedeuten, wenn die eine Gattung Hunderte von Millionen Jahren unverändert bleibt, während die andere sich in einem Bruchtheil dieser Zeit zu einem Riesenbaum entfaltet? Wir werden die praktischen Schwierigkeiten kennen lernen, die sich aus diesem Unterschied des Tempos der Lebensentwickelung für die Gewinnung allgemein gültiger Zeitmaße der Erdgeschichte ergeben. Auf eine andere Folgerung möchte ich jetzt hinweisen. Die Brombeeren und andere Rosen, die Weiden, die Habichtskräuter (Hieracium), die Wühlmäuse, die Ammoniten und andere Cephalopoden sind Beispiele von ungemein variablen Pflanzen- und Thiergeschlechtern. Wenn wir sie mit so beständigen Formen wie Lingula, Nautilus, den bis in die Juraperiode zurückreichenden Lungenschnecken, den noch älteren Myriapoden und Orthopteren vergleichen, macht uns ihre Geschichte den Eindruck einer viel- und kurzwelligen Linie, während die der letzteren nur wenige ganz lange, seichte Hebungen und Senkungen zeigt. Diese Hebungen und Senkungen, die für die beschreibende Naturgeschichte die Entfaltung einer Menge von neuen Arten bedeuten, sind also unwesentlich im Vergleich mit der einfach fortlaufenden Linie des Lebens. Diese Entfaltung, die wir gewöhnt sind, als einen Beweis von gewaltiger Schöpfungskraft des organischen Lebens anzustaunen, kommt uns etwa wie das Flackern eines Lichtes vor. Und wenn wir einmal dieses Bild gebrauchen, ist nicht die Entfaltung eines Geschlechtes, wie der Ammoniten, zu tausend Arten in einem verhältnißmäßig kurzen Zeitabschnitt, an dessen Ende sie schon in der Kreide völlig aussterben, wie das Flackern einer Flamme, die am Erlöschen ist? Dieses Auseinanderlegen des Lebens in eine Fülle von Formen, die wir Gattungen und Arten nennen, ist wohl nur eine Begleiterscheinung der anderen größeren langsam ansteigenden Entwickelung, die höhere Formen an niedere reiht. Es sind kleine, kurze Wellen, die auf eine große

lange Welle gleichsam aufgesetzt sind. Sehen wir so verschiedenwertige Entwickelungen neben oder übereinander hergehen, da kann es wohl auch kein Bedenken haben, einen Lebensprozeß, der nur einen Tag währt, mit den 70 Jahren eines reifen Menschenlebens zu vergleichen; dem Ausgangspunkt und Ziel sind in beiden Fällen die gleichen, und nicht minder ein großer Theil des Inhaltes. Wachsthum und Vermehrung füllen jene Stunden und diese Jahre aus. Sollten die geistigen Bemühungen und Ziele des Menschenlebens den Vergleich trüben wollen, so nehme man das Leben eines Elephanten, das 150 Jahre währt. Was anders unterscheidet es von dem Leben der Eintagsfliege als der langsamere Ablauf? Die Zeiträume ändern nichts am Wesen des Prozesses, der uns eben deshalb als ein verhältnißmäßig untergeordneter vorkommt, im Vergleich mit dem großen Entwickelungsgang des Gesammtlebens der Erde, in dem die einzelnen Formenkreise wie Wellen eines Flusses sind, die bald fortschreiten und bald zurückgehen, ohne die Richtung der strömenden Bewegung des Ganzen, sein Ebben und Fluten, zu hindern.

Die ältesten bekannten Spuren des Lebens auf der Erde.

Suchen wir das Leben frei von subjectiver Schätzung zu betrachten, die fast immer Ueberschätzung ist, weil es ja zugleich unser Leben mit ist, so will es uns nicht mehr berechtigt scheinen, das Auftreten des Lebens als das größte Räthsel im kosmischen Entwickelungsproceß aufzufassen. Wir kennen nur das Leben dieser Erde, die Entwickelung unzähliger anderer Welten mag mit oder ohne Leben geschehen, wir wissen es nicht. Und auf unserer Erde wieder ist das Leben nur eine Oberflächenerscheinung von ganz geringer Tiefe, die vielleicht am besten mit einem Lichthauch und Farbenspiel von der Sonne, der darüber hinhuscht, zu vergleichen wäre. Eben deshalb kann es uns gar nicht in den Sinn kommen, das Leben als Zeitmaßstab für die ganze Geschichte der Erde anzunehmen, denn dafür ist seine Geschichte zu kurz, sein ganzes Wesen zu ephemer, wie groß wir beide auch immer von unserem Standpunkte auffassen mögen.

Die Geschichte des Lebens auf der Erde ist uns nur in seinem allerletzten Abschnitt bekannt; wir halten nur das kleine Ende eines sehr langen Fadens in der Hand, der aus ganz nebensächlichen Gründen plötzlich von der Basis der palaeozoischen Ablagerungen abgerissen ist. Für die Geschichte des Lebens auf der Erde an

und für sich bedeutet dieses Abgerissensein nichts, unserem Wissen davon baut es allerdings eine Mauer. Gelingt es aber, über das dahinter liegende Leben Gedanken von irgend welcher Begründung zu bilden, so dürfen diese in keiner Weise von dem Dasein dieser Mauer beeinflußt sein. Das sind sie aber lange gewesen und sind sie zum Theil noch heute, denn man gewöhnt sich schwer, den zufälligen, unbedeutenden Charakter dieses Abschnittes zu erkennen. Man möchte soviel Unterschiede wie möglich zwischen jetzt und damals finden, die Ein- und Gleichförmigkeit des wirklichen Lebensverlaufes entspricht aber nicht den Vorstellungen, die wir davon mitbringen. Versuchen wir es, einmal die Frage zu beantworten:

Wo liegen die ältesten Lebensspuren?

Unter allgemeinem Einverständniß ist das Eozoon Canadense aus der Liste der Lebensreste gestrichen, so bleiben aus vorkambrischen Schichten noch Dawsons Archaeosphaerina und Matthews Cyathospongia, beide aus den Laurentischen Schichten Canadas. Ebenso hat man in Präkambrium der Bretagne Radiolarien- und Schwammnadeln zu finden geglaubt. Alle diese Dinge sind schwer zu bestimmen und werden auch angefochten. Unter allen Umständen gewähren sie eine höchst unvollkommene Vorstellung von der Lebensentwickelung jenes entlegenen Zeitalters, und wenn ihre organische Natur über allen Zweifel hinaus festgestellt sein werden sollte, würden sie uns auch nichts wesentlich Neues sagen. Der Reichthum kalk- und kieselschaliger Organismen in den kambrischen Ablagerungen und die Häufigkeit solcher Ausscheidungen in den niedersten Gruppen des Thier- und Pflanzenreiches von den Protozoen und Algen aufwärts läßt die Ansicht, daß die präkambrischen Formen alle weich, vergleichbar etwa den Larven lebender Echinodermen und dergl., gewesen sein möchten, und deshalb spurlos verschwunden seien, als ganz unglücklich erscheinen. Nichts rechtfertigt sie als der Wunsch nach einer Erklärung. Die Thatsachen des Lebens deuten zum Theil klar auf den umgekehrten Gang: bei Korallen, Cephalopoden, Schnecken sehen wir die schalenlosen Formen aus den schalen- oder gehäustragenden sich entwickeln, den Kalkreichthum abnehmen. Die Coelenteraten der palaeozoischen Schichten sind mit Kalk überladen; je näher wir der Gegenwart kommen, um so dünner werden bei ihnen die Lamellen und die Säulen.

Die Einbildungskraft früherer Forscher, die sich auf diese leere Wand eine jugendfrische Erde voll Schöpferkraft malte, lebt noch fort in der Deutung der Massen von Kohlenstoff, die in den Schichten der Kohlenformation liegen, als Zeugnisse der „jugendlichen Energie eines überschwellenden Typus der Vegetation, die damals zuerst den Boden zu ihrem Gedeihen fand.“ Die Kohlenlager in jüngeren Formationen und die Pflanzenreste des Devon zeigen, daß auch diese Vorstellung unbegründet ist.

So groß die Menge der ausgestorbenen Organismen des palaeozoischen Zeitalters, so beschränkt ist im Grunde doch ihr Formenschatz. Auch in den ältesten Perioden der Erdgeschichte hat es keinen anderen Typus von Thieren oder Pflanzen gegeben als heute. Das Aussterben und Neuentstehen von Hunderttausenden von Gattungen und Arten macht nur den Eindruck endloser Variationen über ein ganz beschränktes Thema. Das deutet auf äußere Umstände, die nicht sehr verschieden gewesen sein können von den heutigen und sollten wir Altersstufen der Erde annehmen, so würden die Lebewesen der Gegenwart und der kambrischen Periode einer und derselben verhältnißmäßig jungen zuzuweisen sein.

Aus der Zeit, aus der die ersten wohlerhaltenen Reste des Lebens stammen, kennen wir keine einzige fossile Pflanzen- oder Thierform, die nicht auch in der Gegenwart leben könnte, vielleicht an anderer Stelle, aber jedenfalls auf derselben Erde. Die Zahl der Lebewesen, die mit geringen Veränderungen sich aus jener sicherlich weit entlegenen Zeit bis heute lebend erhalten haben, ist gewiß noch nicht abgeschlossen. Sie umschließt nicht nur „niedere“ Thiere. Auch ein Wirbelthier, der permische Ganoidfisch, den einst Gaudry als Megapleuron bezeichnet hatte, entfernt sich so wenig von seinen in Australien erhaltenen Nachkommen, daß Vaillant ihn neuerdings einfach der lebenden Gattung Ceratodus einordnet. Aber auch Lingula, die zu den alleraltesten gehört, und der sehr alte Nautilus, sind als Brachiopoden und Cephalopoden verhältnißmäßig hochorganisirte Wesen, und leben wenig verändert, jener seit dem Kambrium, dieser seit dem Silur. Wenn auch die Zahl der kambrischen Fossilien durchaus nicht im Verhältniß steht zur Mächtigkeit der Schichten der cambrischen Formation, so finden wir doch alle Classen der Weichthiere, die tiefen Gruppen der Krustenthiere, zahlreiche Brachiopoden, Würmer, Cystideen, Coelenteraten; das besagt eine bereits sehr weit gediehene Differenzirung und läßt, um mit Gaudry zu

reden, „un laps de temps immense“[1] zwischen dem Auftreten der ersten Lebewesen und dieser „Primordialfauna“ voraussetzen. Mit anderen Worten hat dasselbe schon Ramsay zwanzig Jahre früher von dem, erdgeschichtlich gesprochen, ganz modernen Charakter der ältesten Fauna gesagt: „Im Vergleiche mit dem, was vorhergegangen sein muß, sowohl in der Erde als im Leben, kommen mir alle Erscheinungen dieser alten Zeit (der kambrischen) ganz modern vor; und das Klima des Landes und Meeres muß dasselbe gewesen sein wie heute.[2] So bezeugt denn auch der allgemeine Bau oder, wenn man so sagen kann, der Stil der Lebensformen nichts Anfängliches und verräth kein Tasten oder Irregehen. Ein geistreicher Paläontolog, wie Gaudry bekennt, daß er erstaunt gewesen sei über die „Eleganz“ der Geschöpfe des Silur-Zeitalters.

Versuchen wir kurz zusammen zu fassen, so liegt die Bedeutung der Geschichte des Lebens für die Zeitforderung nicht nur darin, daß das, was das Leben an Zeit fordert, noch weit über die Zeitforderung der geologisch bekannten Erde für sich hinausgeht, sondern daß jene überhaupt die größte Forderung für die Gesammtgeschichte unseres Planeten ist, die heute wissenschaftlich geltend gemacht werden kann. So ist es also nicht die Geologie, sondern die Biologie, welche zunächst über die „Masse“ verfügt. Was auch von anderer Seite über die Chronologie jener Geschichte geforscht werden mag, es muß sich hinsichtlich der Zeitmengen der Biologie unterordnen. Es ist möglich, daß die Astronomie uns eines Tages für die Erde als Weltkörper noch weit größere Zeiträume gewährt; doch liegt das in der Zukunft. Für die Chronologie der Abschnitte der Erdgeschichte, die wir hoffen dürfen, wissenschaftlich zu erkennen, wird wohl für lange die Zeitforderung der Biologie maßgebend bleiben.

Für die Abkühlungs- und Einschrumpfungs-Hypothese bedeutet das Folgendes: Wenn die Erdoberfläche in dem Abschnitt ihrer Geschichte, aus dem uns die ältesten Spuren ihres Lebens erhalten sind, im Allgemeinen bereits so beschaffen war, wie heute, wird die Frage berechtigt, ob nun der veränderte Zustand,

---

[1] Essai de Paleóntologie philosophique 1896. S. 47.

[2] An einer anderen Stelle betont Ramsay in demselben Aufsatz „On the comparative Value of certain Geological Ages considered as items of Geological Time“ (Proceedings R. Society 1870. S. 334) „this earliest known varied life“, das sogar nicht den Eindruck des Beginnens einer Entwickelungsreihe mache.

den die Abkühlungs-Hypothese fordert, einfach um einen Abschnitt zurückzuschieben sei? Die Geringfügigkeit wesentlicher Veränderungen an der Oberfläche des Planeten in der Zeit zwischen heute und dem Präkambrium macht die Annahme nicht von vornherein wahrscheinlich, daß in einem entsprechend großen vor dem Präkambrium liegenden Abschnitt die Veränderungen größer gewesen seien. Wir finden Gesteine, die jüngeren umgewandelten Schichtgesteinen vollkommen gleichen, und zwischen ihnen plutonische Einlagerungen von vulkanischem Charakter. Doch muß zugegeben werden, daß die Sprache dieser gewaltigen Gesteinsmassen noch sehr undeutlich ist, und daß nur die Rückschlüsse aus dem postkambrischen Leben auf das präkambrische im Stande sein werden, ein helleres Licht in jene so weit entfernten Zeiten zu werfen.

Wenn nun die physikalischen Grundlagen, auf die Lord Kelvin seine Berechnung stellte, sicher waren, so ist nur um so zwingender der Schluß, daß die Vorstellung von der Erde, von der er ausging, falsch sein müsse, auch für die Zeit, die noch vor den ersten Lebensspuren liegt. Die Erdrinde kann nicht nur nicht das Ergebniß einer verhältnißmäßig jungen Abkühlung und Erstarrung sein, wie er annahm, das Stadium der glühendflüssigen Erdoberfläche muß, wenn es je war, noch sehr viel weiter zurückliegen, als er meinte. Weit hinter der Zeit, die er für den Uebergang aus dem 'glühendflüssigen in den starren Zustand ansetzt, beweisen Land, Meer und Leben einen Zustand der Erdoberfläche, der nicht wesentlich anders war, als der heutige. Daraus folgen nun auch ganz andere Annahmen für das Erdinnere. Setzen wir auch mit jenem Physiker ein gleichmäßiges Wachsthum der Wärme des Erdinneren bis zum Schmelzpunkt der Gesteine voraus, so können wir es doch nicht als einen zusammenhängenden Rest der einst flüssigen Gluthmasse des Planeten auffassen, sondern müssen uns nach anderen Gründen umsehen, warum es noch so nahe bei der Oberfläche der Erde vorkommt. Und ebenso kann uns die fortdauernde Wärmeausstrahlung und Abkühlung der Erde nicht als ein einfacher Fortgang des Abkühlungsprocesses jenes Glutballes erscheinen, wir müssten doch sonst eine Abnahme dieser Ausstrahlung sehen; davon ist aber keine Spur zu finden. Damit fällt nun auch die Verknüpfung der Erscheinungen des Vulkanismus und der Gebirgsbildung mit der Kant-Laplace'schen Hypothese dahin; es muß eine neue Erklärung gesucht werden, die

diese Erscheinungen mit einem gealterten Erdball verknüpfen, der viel mehr, als man meinte, von seiner etwaigen ursprünglichen Wärme verloren hat, so daß es fraglich ist, ob das, was wir Erdwärme nennen, überhaupt geradlinig von dieser herzuleiten sei. Außerdem muß angesichts der ungeheueren Zeitforderung, die nun nöthig wird, die Mitwirkung von kosmischen, hereinstürzenden Stoffen als absolut nothwendig angenommen und jedenfalls viel größer gedacht werden.

Diese kosmischen Zufügungen waren einer kurzen und ungewissen Perspektive nebensächlich oder vielmehr zufällig erschienen; mit dem Anwachsen der wissenschaftlich berechtigten Zeitforderung werden sie zu einem zunehmend wesentlicheren Bestandteil der Erde. So dürfte mit dem Fortschreiten der Methoden der Zeitschätzung noch manche erdgeschichtliche Größe an Bedeutung wachsen oder auch abnehmen, und damit die Chronologie als ein wissenschaftliches Werkzeug von unerwarteter Leistungsfähigkeit erkannt werden.

Zur
Psychologie der naturwissenschaftlichen Forschung.[1]

Von

Robert Tigerstedt.

In Christiania werden Vorbereitungen getroffen, den hundertjährigen Geburtstag von Niels Henrik Abel zu feiern. Aus allen Ländern der civilisirten Welt werden die Akademieen und Universitäten zu dieser Gedächtnißfeier Vertreter entsenden. Dieser Mann, der auf die mathematische Forschung seines Jahrhunderts einen so tief eingreifenden Einfluß ausgeübt hat und dessen Arbeiten zu allen Zeiten zu den klassischen Werken der Mathematik werden gezählt werden, ist nur 27 Jahre alt geworden. Kurz war sein Leben, nach der Zahl der erreichten Jahre beurtheilt, lang aber, wenn es nach der Größe der Leistung geschätzt wird.

Es liegt unleugbar etwas sehr Bemerkenswerthes darin, daß Abel in einem Alter, wo die meisten Adepten der Wissenschaft eine selbständige Thätigkeit kaum begonnen haben, einen Platz unter den allergrößten Meistern der Forschung errungen hat. In dieser Hinsicht steht er indessen nicht allein, denn die Geschichte der Naturwissenschaften und der Mathematik bietet viele entsprechende Fälle dar. Bemerkt sei, daß ich hier und im folgenden nur von den Naturwissenschaften (und der Mathematik) spreche, und die sogenannten humanistischen Wissenschaften gar nicht berücksichtige.

Die drei größten Entdeckungen, mit welchen der Name Newton's unauflöslich verknüpft ist: die Infinitesimalrechnung, die Zusammensetzung des Lichtes und das Gravitationsgesetz hatte

---

[1] Vortrag, gehalten in der zweiten allgemeinen Sitzung der Versammlung nordischer Naturforscher und Aerzte zu Helsingfors am 9. Juli 1902.

der große Engländer in ihren Grundzügen schon vor seinem 25. Lebensjahre fertig. – Als Linné sein Sexualsystem veröffentlichte, welches ja die wichtigste Leistung seiner wissenschaftlichen Thätigkeit darstellt, hatte er kurz vorher sein 28. Lebensjahr erreicht; vier Jahre früher aber hatte dasselbe in einem der Gesellschaft der Wissenschaften zu Upsala eingereichten Entwurf schon vorgelegen. – Julius Robert Mayer war nur 28 Jahre alt, als er das Princip von der Erhaltung der Energie öffentlich aussprach; seine drei Nachfolger, Joule, Colding und Helmholtz, welche unabhängig von ihm dasselbe Princip entwickelten, waren nicht älter. – Andreas Vesalius gab in seinem 28. Lebensjahre sein Buch Humani corporis fabrica heraus, in welchem er die Anatomie des Menschen reformirte und innerhalb der medicinischen Wissenschaften den ersten großen Angriff gegen den blinden Autoritätsglauben des Mittelalters richtete. – Scheele entdeckte den Sauerstoff, als er eben sein 30. Lebensjahr erreicht hatte, und Berzelius war noch nicht 30 Jahre alt, als er seine wichtigste wissenschaftliche Leistung, die Untersuchung über die chemischen Proportionen, erfaßte, ja, er war nicht älter als 23 Jahre, als seine Abhandlung von den Wirkungen der galvanischen Säule erschien: diese Abhandlung enthält, wie bekannt, die Grundzüge der Gesetze, auf welchen später die elektrochemische Theorie aufgebaut wurde.

Ich habe hier einige der größten wissenschaftlichen Entdeckungen und Fortschritte aller Zeiten angeführt, um den Satz aufstellen zu können, daß eine beträchtliche Anzahl wirklich bedeutender Fortschritte innerhalb der Naturwissenschaften und der Mathematik von jungen Männern herrührt.

Von einer eingehenden Begründung dieses Satzes kann selbstverständlich bei einem kurzen Vortrage keine Rede sein. Dazu wäre es nothwendig, nicht allein die wichtigsten Fortschritte der Naturwissenschaften der Reihe nach zu erörtern, sondern auch das Leben und den wissenschaftlichen Entwickelungsgang jedes großen Naturforschers gründlich zu studiren; denn es ist ja einleuchtend, daß das Jahr, in dem eine Arbeit veröffentlicht worden ist, an und für sich in dieser Hinsicht keine entscheidende Bedeutung haben kann. So gab z. B. Harvey sein Buch vom Kreislaufe, welches die definitive Befreiung der Medicin von dem blinden Glauben an Galen bezeichnet und also eine neue Epoche in der Geschichte der medicinischen Wissenschaften einleitet, in

seinem 50. Lebensjahre heraus. Aus Harvey's Aufzeichnungen seiner ersten Vorlesungen geht indes unzweideutig hervor, daß er schon damals über die Frage der Circulation des Blutes vollständig im Klaren war: zu dieser Zeit war er nur 38 Jahre alt. Mehr wissen wir nicht von der Geschichte dieser Entdeckung, und es kann also mit keinerlei Bestimmtheit angegeben werden, wann Harvey die neue Lehre thatsächlich concipirte.

Bei einer solchen Prüfung ist ferner die Art und Weise zu beachten, wie die einzelnen Arbeiten eines Forschers genetisch untereinander zusammenhängen. Als sich Lavoisier von der Phlogistontheorie bestimmt lossagte, war er schon 40 Jahre alt; seine neue Auffassung vom Wesen des Verbrennungsprozesses stellte aber nur die logische Consequenz seiner gesammten früheren Thätigkeit dar. Schon 10 Jahre früher, also im Alter von 30 Jahren, hatte Lavoisier die Untersuchungen über die Chemie der Gase begonnen, welche ihn in seinem 33. Lebensjahre dazu führten, die wirkliche Natur der Athmung festzustellen.

Auch darf nicht unberücksichtigt bleiben, ob ein Forscher Gelegenheit gehabt hat, schon in jungen Jahren sich der Wissenschaft zu widmen, oder ob er erst später seine wissenschaftliche Arbeit hat beginnen können. Wenn also z. B. Claude Bernard die erste Untersuchung, durch welche er die allgemeine Aufmerksamkeit der Fachleute erregte, im Alter von etwa 33 Jahren veröffentlichte, so ist dabei zu beachten, daß der große Beobachter und Experimentator bereits 30 Jahre alt war, als er sein Doctorexamen machte, und daß er nur zwei Jahre früher bei Magendie als Préparateur eingetreten war.

Ohne eingehende Erörterung aller hierher gehörigen Thatsachen ist es nicht möglich, die Allgemein-Gültigkeit des Satzes aufzustellen. Schon bei einer ganz oberflächlichen Betrachtung kann jedoch behauptet werden, daß viele der bedeutendsten Errungenschaften innerhalb der Naturwissenschaften von Männern erzielt wurden, die ihr 30. bis 35. Lebensjahr noch nicht überschritten hatten.

Als eine weitere Stütze des Satzes in dieser sehr vorsichtig abgefaßten Formulirung werde ich noch ein Beispiel aus dem Gebiete meiner eigenen Wissenschaft heranziehen.

Wenn wir möglichst allgemein die Frage aufwerfen nach dem größten Fortschritt der Physiologie während des 19. Jahrhunderts, so dürfte die Antwort kaum anders lauten können, als

daß derselbe in der Befestigung der Ueberzeugung liegt, daß bei den Lebewesen keine principiell anderen Kräfte walten als innerhalb der todten Natur. Nur hierdurch wurde die Physiologie auf den festen Boden der exakten Naturforschung gestellt, und es steht außer jedem Zweifel, daß gerade diese Auffassung die wesentliche Ursache der großen und bedeutenden Entwickelung darstellt, welche die Physiologie während der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts durchgemacht hat, sowie daß sie auch auf die gesammte Biologie einschließlich der Medicin in hohem Grade fördernd eingewirkt hat.

Als Begründer dieser neuen Richtung nennt die Geschichte der Wissenschaft in erster Linie Ludwig, E. du Bois-Reymond, Helmholtz und Brücke. Sie begann in der Mitte der vierziger Jahre sich geltend zu machen; zu dieser Zeit waren die erwähnten Männer nur etwa 25 Jahre alt.

Wenn ich also für die Bedeutsamkeit des früheren Mannesalters in Bezug auf neue, bahnbrechende Fortschritte innerhalb der Naturwissenschaften eintrete, so will ich damit im Großen und Ganzen nichts anderes sagen, als daß sich das Genie frühzeitig offenbart.

Wird es sich auch während der späteren wissenschaftlichen Thätigkeit eines großen Naturforschers in der Weise offenbaren, daß derselbe die Wissenschaft immer wieder in neue Bahnen lenkt?

Ich bin geneigt, diese Frage verneinend zu beantworten. Es ist mir allerdings nicht unbekannt, daß viele, vielleicht die meisten unter den Meistern der Wissenschaft, denen ein langes Leben beschert worden ist, während ihrer langen wissenschaftlichen Laufbahn Leistungen aufzuweisen haben, welche zum größten Theil wenigstens auf der Höhe der derzeitigen Wissenschaft standen. Hierin liegt aber kein Beweis gegen meine Auffassung, da diese ja gar nicht behaupten will, daß ein großer Naturforscher nach seinen ersten Erfolgen wissenschaftlich steril wird oder Ergebnisse untergeordneten Werthes hervorbringen würde. Was ich hervorheben will, ist, daß die späteren Arbeiten eines Forschers in der Regel keinen Fortschritt repräsentiren, der nicht mit seinen früheren Leistungen in einem nahen genetischen Zusammenhange stände. Betrachten wir nämlich die spätere wissenschaftliche Thätigkeit sogar der größten Naturforscher, so müssen wir, meines Erachtens, bemerken, daß dieselbe bei der großen Mehrzahl in einer Rich-

lung stattgefunden hat, welche die natürliche Fortsetzung der früher gewonnenen Ausblicke darstellt. Und es trifft nur äußerst selten, wenn überhaupt jemals, ein, daß ein Autor, sei er noch so bedeutend, die Fragen, die von ihm in Angriff genommen wurden, so weit führt, wie er es mit seiner Begabung thatsächlich hätte thun können. In vielen Fällen ist dies allerdings davon bedingt, daß die Aufgabe ihn nicht länger interessirt, in anderen und sicher den zahlreicheren Fällen hat dies aber ohne Zweifel seinen Grund darin, daß sich der betreffende Autor vorstellt, er habe die Frage zu einem bestimmten Abschluß gebracht; er hat also keinen Blick mehr für die neuen Gesichtspunkte gehabt, die hierbei in Betracht gezogen werden müssen.

In einer eigenartigen Weise wird diese Erscheinung von der Thatsache beleuchtet, daß in einigen Fällen eine ganze Wissenschaft von einem Mann reformirt wurde, dessen eigentliches Forschungsgebiet in einer ganz anderen Richtung lag. Diese Reformatoren waren an die innerhalb der betreffenden Wissenschaft zur Zeit geltenden Doctrinen nicht gebunden und konnten daher mit völliger geistiger Freiheit die Thatsachen beurtheilen, welche theoretisch erklärt und weiter entwickelt werden sollten.

So war es der Fall mit Lavoisier in Bezug auf seine Entdeckungen der wahren Natur der Athmung und der Ursachen der thierischen Wärme – Entdeckungen, welche noch heute als der folgenschwerste Schritt bezeichnet werden müssen, den die wissenschaftliche Deutung der Lebenserscheinungen jemals gethan hat.

Als ein Curiosum mag in diesem Zusammenhange erwähnt werden, daß man in vollem Ernst behauptet hat, Lavoisier sei kein Chemiker, sondern ein Physiker gewesen – ein Physiker, der indes der Chemie eine ganz neue Gestaltung gab.

Vielleicht noch bemerkenswerther als der Einfluß Lavoisier's auf die Physiologie, ist die Einwirkung, welche durch Pasteur auf die gesammten medicinischen Wissenschaften ausgeübt worden ist. Ohne je klinische Studien gemacht zu haben, ja, ohne sich mit den theoretischen Theilen der Medicin beschäftigt zu haben, entwickelte Pasteur die Lehre von den Krankheitsursachen tiefer als irgend welcher Forscher vor ihm, und ihm gelang es, Krankheiten zu heilen oder vorzubeugen nach Methoden, von welchen vor ihm Niemand auch nur eine Ahnung hatte.

Ich habe ganz besonders Pasteur genannt, weil ich erwarte, daß man gerade seinen Namen als den schlagendsten Beweis

gegen die allgemeine Gültigkeit des hier ausgesprochenen Satzes herbeiziehen wollen wird. Ich räume die Berechtigung dazu ein, aber ich will ja auch gar nicht behaupten, die betreffende Regel sei ganz ausnahmslos richtig. In Bezug auf Pasteur will ich indes bemerken, daß alle seine Untersuchungen thatsächlich eine zusammenhängende Kette bilden, in welcher sich das eine Glied auf die natürlichste Weise dem anderen anreiht. So schließen sich seine Arbeiten über die Krankheitsursachen etc. seinen Studien über Gährung und Fäulniß an, welche in theoretischer Hinsicht zum definitiven Beweis gegen die Lehre von der Urzeugung führten, und in praktischer Beziehung den größten Fortschritt der Chirurgie — die Antiseptik Lister's — zur Folge hatten. Diese Untersuchungen wurden vom 35. Lebensjahre an von Pasteur veröffentlicht, sie stehen ihrerseits in einem nahen Zusammenhang mit denjenigen Arbeiten über Molecularchemie, durch welche der Name Pasteur's zuerst berühmt wurde.

In den Erscheinungen, welche ich kurz vorher gestreift habe, liegt eine Begrenzung, welche sogar die größten Naturforscher im Allgemeinen nicht haben vermeiden können, sie zeigen, daß unser Gedanke mit der Zeit in gewissen Bahnen erstarrt, von welchen wir uns in der Regel nicht mehr ganz lossagen können.

Ein banales Beispiel davon haben wir in der alltäglichen Erfahrung, daß ein akademischer Lehrer, der längere Zeit als Examinator thätig gewesen ist, seine Prüfungen allmählich nach einem ganz bestimmten Schema vornimmt.

Ein anderes Beispiel, wie schwer es dem Menschen ist, einen ihm geläufigen Gedankengang zu verlassen, liefert uns die Geschichte der Aufnahme, die mehreren großen naturwissenschaftlichen Fortschritten zur Zeit ihres ersten Hervortretens zu Theil geworden ist. So hat man bemerkt, daß unter denjenigen Aerzten, welche die von Harvey in seinem bewunderungswerthen Buch De motu cordis ausgesprochenen Ansichten über den Kreislauf des Blutes zuerst erfaßten, keiner älter war, als 40 Jahre. — Hierher gehören auch die letzten Tage der Phlogistontheorie. Trotz den schwerwiegenden Beweisgründen, welche Lavoisier gegen diese Theorie heranzog, wurde sie nichts desto weniger von fast allen Chemikern dieser Zeit eifrig vertheidigt, darunter von Männern, welche sich durch ihre sonstigen Arbeiten einen unvergänglichen Namen in der Geschichte der Naturwissenschaft erworben haben. Wie leicht war es dabei, durch eigene Ver-

suche sich von der Richtigkeit der von Harvey oder Lavoisier ausgesprochenen Ansichten zu überzeugen! — Vielleicht noch eigenthümlicher ist der Widerstand, dem Vesalius in Bezug auf seine Darstellung der Anatomie des Menschen begegnete, da die Section einer einzigen Menschenleiche genügt haben würde, um seine Ergebnisse zu bestätigen.

Man wende nicht ein, daß sich dies auf längst vergangene Zeiten bezieht, der Mensch verändert sich von Jahrhundert zu Jahrhundert nur wenig, und es ist unleugbar, daß der Höhepunkt der geistigen Begabung, der vor Jahrtausenden von einzelnen hervorragenden Persönlichkeiten erreicht worden ist, in späterer Zeit nie überschritten worden ist. Und die wissenschaftliche Unvollkommenheit, die sich in dem mangelnden Vermögen offenbart, neue Fortschritte nach ihrem wirklichen Werthe zu würdigen, sie findet sich leider heut' zu Tage noch ebenso wie früher vor. Wollen wir einen entscheidenden Beweis dafür haben, so brauchen wir uns z. B. nur des Widerstandes zu erinnern, welchem Semmelweiß bei der Veröffentlichung seiner Lehre von den Ursachen des Puerperalfiebers begegnete, — ein Widerstand, der um so beklagenswerther war, als ohne denselben zahlreiche Menschenleben von einem frühzeitigen Tode errettet worden wären.

Diese mehr oder weniger scharf hervortretende Unfähigkeit des Menschen, in einem etwas reiferen Alter wirklich neue Gedanken zu concipiren, dieser in vielen Stücken deutlich sich offenbarende Conservatismus in wissenschaftlichen Fragen, dürfte, zum Theil wenigstens, eine rein physiologische Ursache haben.

Bei aller unserer geistigen Thätigkeit finden in unserem Gehirn materielle Vorgänge statt. Diese in mannigfacher Weise bestätigte Thatsache gestattet uns allerdings nicht, wissenschaftlich bindende metaphysische Folgerungen, sei es in materialistischer oder in spiritualistischer Richtung, zu ziehen. Sie zeigt aber jedenfalls, daß man bei der theoretischen Deutung der Entwickelung und des Zurückgehens der geistigen Fähigkeiten auch die rein anatomischen und physiologischen Verhältnisse zu berücksichtigen hat.

Wir wissen alle, in welchem hohen Grade unsere Kenntniß von den Verrichtungen des Gehirns durch die modernen Untersuchungen über dessen Physiologie und Pathologie gefördert worden sind. Indessen genügen die dadurch erzielten Resultate noch lange nicht, um den Antheil des Gehirns bei der Ausübung

unserer höheren geistigen Fähigkeiten im Detail zu präcisiren und deuten. Die Ergebnisse der Forschung scheinen jedoch immer mehr in der Richtung zu gehen, daß die betreffenden Verrichtungen nicht allein von der Erregung gewisser specifischer Centren bedingt sind, sondern daß vielmehr auch bei den einfachsten geistigen Vorgängen mehrere verschiedene Theile der Großhirnrinde zusammenwirken. Wenn dies der Fall ist, so sind diese Verrichtungen, insofern sie mit materiellen Processen in unserem Gehirn zusammenhängen, theils von gewissen Zellengruppen der Großhirnrinde, theils von den diese verbindenden nervösen Leitungsbahnen abhängig. Mehrere Erfahrungen scheinen dafür zu sprechen, daß diese Bahnen hierbei eine sehr bedeutende Rolle spielen, wie es auch diese Bahnen sind, welche die durch die verschiedenen Sinne erhaltenen Eindrücke eines und desselben Objectes zusammenknüpfen, so daß daraus die Gesammtvorstellung des Objectes resultirt.

Durch Untersuchungen, welche sich auf die rein somatische Sphäre unserer Lebenserscheinungen beziehen, ist es uns bekannt, daß eine Nervenbahn im centralen Nervensystem, die wiederholten Erregungen ausgesetzt gewesen, endlich diese leichter hindurchläßt, als andere Nervenbahnen, welche nicht in dieser Weise beeinflußt wurden. Ohne uns zu weit in das Feld der Hypothesen zu wagen, dürfen wir wohl annehmen, daß dasselbe Verhalten auch bei den höchsten Theilen des Nervensystems stattfindet. Daraus würde nun folgen, daß, wenn unsere Gedankenoperationen immer wieder hauptsächlich in einer bestimmten Richtung erfolgen, gewisse Verbindungsbahnen im Großhirn geeigneter als die übrigen Bahnen werden, um die Zusammenknüpfung verschiedener Zellengruppen zu bewirken. Hiermit wäre ein physiologisches Erklärungsprincip der Erfahrung gegeben, daß eine einmal eingeleitete Gedankenrichtung mit Vorliebe wieder aufgenommen und weiter verfolgt wird, sowie daß in einem reiferen Alter neue Gedanken so selten concipirt werden und wir mit einer so großen Beharrlichkeit an wissenschaftlichen Ansichten festhalten, denen wir einmal beigetreten sind.

Noch ein Umstand dürfte hier zu beachten sein, nämlich die im Laufe der Jahre eintretenden Veränderungen in der Leistungsfähigkeit des Gehirns. So weit wir zur Zeit die Sache übersehen können, ist diese von der Zahl und der Beschaffenheit der Nervenzellen, sowie von der durch die Vereinigungsbahnen be-

wirkten, mehr oder weniger umfangreichen Verbindung verschiedener Zellengruppen abhängig. Bis jetzt besitzen wir indes nicht die geringste, auf direkte Beobachtung gestützte Kenntniß davon, wie sich diese Factoren während der Entwickelungsperiode des Gehirns verändern, oder in welchem Alter sie den Höhepunkt ihrer Entwickelung erreichen. Vielmehr hat sich zunächst die Forschung auf eine viel bescheidenere Aufgabe beschränken müssen: die Veränderungen des Hirngewichtes im Laufe der Jahre zu bestimmen.

Unter denjenigen Instanzen, von welchen die Leistungsfähigkeit des Gehirns abhängig ist, hat aber das Gewicht an sich nur eine ziemlich geringe Bedeutung, und aus den Variationen des Gewichtes während der verschiedenen Lebensperioden dürfen wir daher nur mit der größten Vorsicht irgend welche Folgerungen in Bezug auf die Aufgabe des Gehirns bei der Seelenthätigkeit ziehen. Andererseits ist jedoch zu bemerken, daß sich ein gewisser Zusammenhang zwischen Hirngewicht und Intelligenz vorfindet. Dies wird vor allem durch die Erfahrung dargethan, daß das Gehirn als materielles Substrat einer normalen, wenn auch mäßigen Intelligenz nicht genügt, wenn sein Gewicht unterhalb einer gewissen Grenze liegt. Auch die Beobachtung, daß in einem höheren Lebensalter ebenso wie die geistige Leistungsfähigkeit auch das Gewicht des Gehirns abnimmt, ist in diesem Zusammenhange zu berücksichtigen.

Unter solchen Umständen kann der Zeitpunkt, wann das Gehirn sein größtes Gewicht erreicht, für die Frage nach dem Zeitpunkt, in welchem es seine größte Leistungsfähigkeit gewinnt, möglicher Weise eine gewisse, wenn auch sehr beschränkte Bedeutung haben. Nach den zur Zeit vorliegenden Beobachtungen erreicht das Gehirn sein maximales Gewicht vor dem 30. Lebensjahr.

Die Wägungen, durch welche dieses Ergebniß festgestellt worden ist, sind indes wesentlich an Gehirnen von Körperarbeitern ausgeführt worden, deren intellectuelle Entwickelung, insofern sie von Studien sensu strictiori abhängig war, schon in jungen Jahren zum Abschluß gekommen ist. Es läßt sich daher wohl denken, daß das Gehirn bei Individuen, welche als Lebensaufgabe wissenschaftliche Studien gewählt haben, erst etwas später das Maximum seines Gewichtes erreicht.

Dem sei jedoch, wie es wolle, so viel dürfte jedenfalls als sicher erwiesen angenommen werden können, daß das Gehirn,

als materielles Substrat der intellectuellen Verrichtungen betrachtet, in einem gewissen Zeitpunkt des Lebens seine größte Leistungsfähigkeit erreicht, eine Zeit lang auf diesem Höhepunkt bleibt, bis endlich die Altersveränderungen allmählich eintreten und weiter fortschreiten. Zu welcher Zeit letzteres stattfindet, kann freilich nicht angegeben werden: daß aber die volle Entfaltung aller geistigen Kräfte in der Regel nicht allzu lange andauert, zeigen meines Erachtens die oben angeführten Erfahrungen.

Ich erlaube mir, aus dieser Darstellung eine praktische Consequenz zu ziehen.

Kein Erzieher in der ganzen Welt vermag aus einem wenig begabten Menschen ein Genie zu machen, und der beste wissenschaftliche Unterricht kann zwar tüchtige Forscher ausbilden, aber keinen Bahnbrecher hervorrufen, wenn die angeborene eminente Leistungsfähigkeit nicht vorhanden ist. Dagegen können unzweckmäßig angeordnete und durchgeführte Studien das Genie ganz ersticken oder dasselbe in seiner Entwickelung hemmen. Bei jedem Studienplan muß man also genau beachten, daß die Selbständigkeit und die geistige Frische des Schülers so weit als möglich erhalten werden. Vor allem ist zu berücksichtigen, daß die für den gesammten Lebensgang des Menschen so überaus wichtigen Jahre des früheren Mannesalters nicht ausschließlich von Examenstudien in Anspruch genommen werden. Man bedenke, eine wie große Beschränkung die leider viel zu kurze Zeit, während welcher das Gehirn und die Intelligenz in ihrer kräftigsten Entwickelung begriffen sind, von einem zu weit ausgedehnten Studienkursus erleiden muß. K u r z, e s m u ß d e m f r i s c h e n G e d a n k e n d e r J u g e n d G e l e g e n h e i t g e g e b e n w e r d e n, s i c h i n g e n ü g e n d e m U m f a n g e g e l t e n d z u m a c h e n.

Ueber
die Mannigfaltigkeit chemischer Erscheinungen.

Von

F. Wald,
Kladno (in Böhmen).

1. Vorliegende Studie bringt zunächst gewisse allgemeine Betrachtungen über Mannigfaltigkeit, und ist in dieser Hinsicht gleichsam ein Nebenproduct meiner Bemühungen um die Reform der chemischen Theorien. Seit ich mit dem Begriffe Mannigfaltigkeit einigermaßen vertraut geworden bin (in der reinen Chemie selbst ist er nicht einmal dem Namen nach bekannt, obwohl daselbst die reichlichste Gelegenheit zu seiner Anwendung gegeben ist), habe ich mich des Gedankens nicht erwehren können, daß wir betreffs der Mannigfaltigkeit chemischer Erscheinungen völlig im Blinden herumtappen, und daß wir sie oft gröblich überschätzen. Diese Ansicht wird zum Schlusse dieser Arbeit ausführlicher begründet, und führte mich eben zum abstracten Studium der Frage, welchen Einfluß Fehler in der Beurtheilung der Mannigfaltigkeit eines Erscheinungsgebietes auf die Entwickelung der Ansichten haben.

Aendert sich die Temperatur eines Gases bei constantem Drucke, so ändert sich auch das Volumen, und zwar derart, daß jeder Temperatur ein bestimmtes Volumen entspricht. Man kann daher den Zusammenhang von Temperatur und Volumen in einer Ebene (unter Verwendung zweier Coordinatenaxen) abbilden, und das Bild selbst ist eine gerade Linie. Nimmt man statt des Gases eine Flüssigkeit, so wird zwar der Zusammenhang (und damit die Form der Linie) vollkommen geändert, aber es reicht immer noch eine Ebene zur Abbildung, indem eine Axe zur Darstellung der einen Unabhängigen (der Temperatur) und die zweite zur Darstellung der Abhängigen (des Volumens) genügt.

Mit der Temperatur bei constantem Druck ändern sich auch andere Eigenschaften des Körpers, z. B. die Brechungsexponenten verschiedener Lichtstrahlen. Der Zusammenhang einer von diesen abhängigen Eigenschaften mit der einen Unabhängigen ist immer in einer Ebene darstellbar; wollte man zwei Eigenschaften in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur darstellen, so wäre ein Bildraum von drei Dimensionen nöthig; hätte man aber die Absicht, z. B. sieben abhängige Eigenschaften gleichzeitig abzubilden, so müßte man einen Raum von acht Dimensionen benutzen, oder — da es keinen geometrischen Raum dieser Art giebt — die Darstellung in lauter ebene oder (dreidimensionale) räumliche Bilder zerlegen.

Das Bild wäre indessen immer eine Linie, resp. eine Reihe solcher, und die Linie würde bei mehr als zweidimensionalen Bildern durch ihre Krümmungen den ganzen verfügbaren Bildraum bestreichen; wir haben eben nur eine Unabhängige (die Temperatur) zu berücksichtigen.

Wollen wir die gleichen Erscheinungen auch noch bei Druckänderungen verfolgen, so hätten wir zwei Axen für die Unabhängigen (Temperatur und Druck) nöthig, und würden daher schon für eine Abhängige zusammen drei Coordinatenaxen brauchen, wobei die Bilder selbst Flächen wären. Diese Betrachtung kann beliebig weiter geführt werden, so daß man drei, vier etc. Coordinatenaxen für die Unabhängigen allein haben müßte.

Die beiden betrachteten Beispiele waren absichtlich so gewählt, daß durch die Unabhängigen der Werth der Abhängigen eindeutig bestimmt sei; wird dann irgend eine Unabhängige variirt, so erscheint diese Variation als ein Eingriff von Außen, welcher als Ursache die Aenderung der Abhängigen bewirkt. Es sind aber auch Fälle möglich, in welchen die Unabhängigen die Abhängigen nicht eindeutig bestimmen, sondern zwei, drei oder mehrere Werthe in endlicher Zahl freistellen, und dann müssen irgend welche Umstände secundärer Art darüber entscheiden, welchen bestimmten Zustand von den mehreren möglichen der Körper wirklich einnimmt; hieher gehören also die sogenannten metastabilen Zustände.[1] Auch hier werden die Variationen der Unabhängigen die Variation der Abhängigen ein-

[1] Die Unterscheidung primärer und secundärer Umstände oder Ursachen in dem eben bestimmten Sinne wird weiterhin öfter berührt werden, und wolle also vom Leser genauer beachtet werden.

deutig bestimmen, und als Ursachen ihrer Variation angesprochen werden dürfen; aber so viel ist klar, daß dies eben nur für die Variationen der Unabhängigen gilt, nicht für die Unabhängigen selbst, während im ersten Falle auch die Unabhängigen direct als Ursachen des gegenwärtigen Zustandes des Körpers betrachtet werden können — wenn auch nicht müssen.[1]

Bemerkt man, daß den Unabhängigen nicht bloß je ein Werth der Abhängigen entspricht, wie man vielleicht bisher gemeint hatte, sondern eine größere, vorläufig unbestimmte Anzahl Werthe, so ist es naheliegend, ein mathematisches Modell zu wählen, welches den Abhängigen eine unbeschränkte Anzahl verschiedener discreter Werthe zuweist, wodurch man zu punktförmigen Mannigfaltigkeiten der Abhängigen gelangt. Da jedoch jedesmal ein besonderer Anlaß vorliegen muß, welcher unter den möglichen Werthen der Abhängigen denjenigen bestimmt, welcher von dem Körper (oder Körpersystem) wirklich eingenommen wird, ist durch ein solches Denkmittel die Möglichkeit einer unendlichen Zahl von Anlässen resp. Zufälligkeiten und secundären Umständen überhaupt mit in Rechnung gezogen, und es ist daher a priori glaubhaft, daß man damit kaum einen richtigen Einblick in das Getriebe der Natur zu gewinnen vermag.

2. Ist ein Problem zur experimentellen Erforschung gegeben, so muß es als erste Aufgabe erscheinen, über die Art und Zahl der unabhängig variabelen Bestimmungsstücke der hier vorkommenden Erscheinungen, also über deren Mannigfaltigkeit, Aufklärung zu finden. Die bloße Neugierde wird allerdings darnach streben, zunächst alle möglichen Wirkungen der „Ursachen" zu sehen, und also alle möglichen Werthe der Abhängigen kennen zu lernen, ist aber diese Neugierde einigermaßen befriedigt und tritt an ihre Stelle wirkliche Forschung, so kann diese nicht anders fortschreiten, als daß sie zunächst über die Unabhängigen Belehrung sucht. Wir wollen also zusehen,

---

[1] Wir werden Gelegenheit haben, weiterhin die entstehende Confusion zu sehen, wenn in einem Forschungsgebiete gewisser Art zunächst Eindeutigkeit der Abhängigen vorausgesetzt wird, und der Einfachheit halber die Unabhängigen selbst als Ursachen des Werthes der Abhängigen hingestellt werden, und wenn es dann versäumt wird, bei constatirter Mehrdeutigkeit der Abhängigen diese (an sich wenig ansprechende, dann aber ganz unhaltbar gewordene) Ansicht künstlich so zu modificiren, daß sie noch lebensfähig zu sein scheint. (Abschnitt 10 dieser Arbeit.)

welche Folgen es für die Forschung haben wird, wenn man sich über die Zahl der Unabhängigen eines Studienobjectes irgendwie getäuscht hat; solche Täuschungen sind nämlich durchaus nicht so unmöglich, wie dies auf den ersten Blick erscheint, und können besonders dadurch bewirkt werden, daß man die Unabhängigen mit den erwähnten secundären Umständen verwechselt.[1]

Setzt man eine zu kleine Mannigfaltigkeit der möglichen, willkürlichen Einwirkungen voraus, so treten entweder zufällig oder doch bei aufmerksameren Studium neue Erscheinungen auf, welche man nicht erwartet, vielleicht sogar für unmöglich gehalten hatte, und solche Entdeckungen haben dann oft das Gepräge des Sensationellen; vom Zucken der Froschschenkel Galvani's bis zu den X-Strahlen und den radioactiven Stoffen gehören auch wirklich alle überraschenden Entdeckungen des letzten Jahrhunderts in dieses Gebiet. Natürlich muß dann jedes Mal die herkömmliche Auffassung so geändert werden, daß sie eine größere Freiheit der Ergebnisse liefere, und es ist klar, daß diese Wandlung der Ansichten schon durch eine einzige, sicher festgestellte Thatsache unerbittlich erzwungen wird. Sie wird aber in verschiedener Weise erfolgen, je nachdem man vorher die neuen Erscheinungen bloß nicht vorausgesehen, oder aber deren Möglichkeit direct bestritten hatte, und es ist dabei ziemlich gleichgiltig, ob es sich um neue Ursachen oder um neue Anlaßwirkungen handelt. Hat man die Möglichkeit der neuen Erscheinungen bloß übersehen, so brauchen die alten Ansichten nur eine Ergänzung,

---

[1] Als unabhängig Variable können, wie ich glaube, nur Umstände gewählt werden, welche eine continuirliche Variation zulassen und dabei eine Richtung der Variation erkennen lassen, wie z. B. die Temperatur, Volumen, Gewichte oder Gewichtsverhältnisse, kurzweg Umstände, welche entweder direct einer Messung zugänglich sind, oder doch einer solchen auf irgend einem Umwege zugänglich gemacht werden können. So giebt es für Temperaturen kein directes Temperaturmaß, wohl aber ergiebt sich ein solches, wenn man den Temperaturen z. B. die Volumina einer Flüssigkeit zuordnet. Wenn man nun in eine übersättigte Salzlösung einen Splitter des Salzes hineinwirft, und dadurch eine Crystallbildung hervorruft, so kann diese Handlungsweise (obwohl sie natürlich ebenfalls unserem Ermessen anheimgestellt ist) selbstverständlich nicht als eine unabhängig Variabele aufgefaßt werden, weil sie ja keiner Variation fähig ist. Derartige Eingriffe, zu welchen besonders auch die willkürliche Reihenfolge gegebener Operationen zu zählen wäre, fasse ich hier als „secundäre Umstände" oder „Anlaßwirkungen" zusammen, und bringe sie, wohl zweifellos mit Recht, in Gegensatz zu den unabhängig Variabelen.

während sie völlig umgestaltet werden müssen, wenn sie die neuen Erfahrungen geradezu ausgeschlossen haben.

Wesentlich anders liegt die Sache, wenn man in Vornhinein eine zu große Mannigfaltigkeit der Erscheinungen voraussetzt. Die Grundauffassung zeigt hier allerdings die Möglichkeit von Erscheinungen an, welche nie zur Beobachtung gelangen, allein dabei bleibt immer der Hinweis auf die Zukunft offen, welche die erforderliche Combination jener Umstände kennen lehren soll, durch welche die noch fehlenden Erscheinungen zur Verwirklichung kommen werden. Ein klassisches und einleuchtendes Beispiel einer derartigen Theorie giebt die alchemistische Lehre; diese nahm an, daß jeder beliebige Körper durch chemische Proceduren geeigneter Art in jeden anderen umgewandelt werden könne, und bemühte sich dann praktischer Weise hauptsächlich um die Umwandlung billiger Metalle in Gold. Der außerordentlich lange Bestand dieser Theorie erklärt sich leicht aus der Fülle von Ausreden, welche jeden Mißerfolg zu bemänteln erlaubten. Auch ist diese Theorie im Principe heute noch zulässig, denn Niemand kann bestreiten, daß die Transmutation der Metalle immer noch möglich sei; wir können höchstens sagen, daß sie mit den uns verfügbaren Mitteln noch nie gelungen ist, allein es ist immerhin denkbar, daß schon morgen Jemand eine neue Behandlungsweise der Naturstoffe finden könnte, welche die Transmutation der Metalle ermöglicht.

Diese Art der Zulässigkeit der Alchemie kann uns allerdings nicht bewegen, zur Alchemie zurückzukehren, wir ziehen es vor, die Möglichkeit der Transmutation so lange zu leugnen, bis sie erwiesen sein wird, denn wir haben uns überzeugt, daß es besser ist, nur mit denjenigen Erfahrungen zu rechnen, welche wir wirklich gewonnen haben, als mit denjenigen, welche zwar denkbar sind, aber welche wir nicht besitzen und vielleicht auch nie besitzen werden.

3. Hat man eine Theorie, welche eine größere Mannigfaltigkeit der Erscheinungen voraussehen läßt, als thatsächlich beobachtet wird, so nimmt diese sehr leicht den Charakter eines unwiderleglichen Dogmas an, weil sich nie eine einzelne Erscheinung findet, welche ihr direct widerspräche. Die Theorie sagt eben über den Verlauf der Erscheinungen weniger aus, als man berechtigt wäre, nach dem gegebenen Stande der positiven Erfahrungen zu sagen, und so gleicht sie dem Manne, welcher als be-

sonders weise gilt, weil er in seinen Aeußerungen sehr zurückhaltend ist. Die Erfahrung ist mit einer solchen Theorie scheinbar in bestem Einklange, und nur mit der Zeit kann es auffallen, daß für möglich gehaltene Erscheinungen niemals auftreten. Solcher Art war in gewisser Hinsicht auch die Entdeckung des Energieprincipes; vorher hatte man unzählige Male Erscheinungen beobachtet, bei welchen sich die jetzt im Energieprincipe zusammengefaßten Erfahrungen deutlich äußerten, aber kein Auge sah dieselben, weil die stillschweigend angenommene Theorie keinen solchen Zusammenhang erwarten ließ; man vermuthete also kein Gesetz, und daher konnte man auch keines finden.

Der Fortschritt hängt hier nicht von einzelnen Beobachtungen ab, sondern von einer Denkoperation, nämlich der Zusammenfassung einer Fülle von einzelnen Beobachtungen scheinbar verneinender Natur in eine positive Behauptung, welche sich meist durch neue Begriffsbildungen (wie „Energie", „Element") vollzieht. Auch hier wird die alte Theorie unhaltbar, wenn sie sich mit den neuen Begriffen nicht zu vertragen vermag, während sie allenfalls mit Verbesserungen davon kommt, wenn sie die neuen Begriffe nicht geradezu ausschließt. So mußten die Alchemie und die Lehre von der stofflichen Natur der Wärme vollkommen aufgegeben werden, weil man nicht in einem Athem die vollkommene, gegenseitige Umwandelbarkeit aller Stoffe annehmen und zugleich verneinen kann, ebenso wie man nicht die in der Natur vorhandenen Vorräthe von Wärme als constant und gleichzeitig als variabel hinstellen darf. In den übrigen Fällen begnügt man sich aber damit, die alte Theorie zu adaptiren, indem man ihr den neuen Erfahrungssatz als Ergänzung hinzufügt, welche die alten Lehren nicht widerlegt, sondern bloß einschränkt. So bemerkte Dalton die Rationalität der Gewichtsverhältnisse der Bestandtheile chemischer Verbindungen, wo man seit Lavoisier die Möglichkeit aller denkbaren (also auch irrationalen) Gewichtsverhältnisse zugelassen hatte. Die Dalton'sche Atomtheorie läßt ihrerseits à priori keine Beschränkung in den rationalen Indices voraussehen, sondern ist auch mit Formeln wie z. B. $Cl_7 H_{29}$ etc. verträglich, und so wurde ihr in der Chemie noch die Valenztheorie aufgepfropft, welche derartige Beschränkungen aufstellt. (Daß die Valenztheorie nicht consequent durchführbar ist, fällt hier außer Betracht.) Auch der Energiesatz muß sich im Entropiesatze eine derartige Beschränkung gefallen lassen, und der Schluß-

effect ist in allen solchen Fällen derartig, als wenn man z. B. auf einer gegebenen Fläche durch eine andere eine bestimmte Schnittlinie abgrenzt. Die alte Theorie erscheint durch die eine Fläche abgebildet; indem sie behauptet, die Erscheinung sei durch die Fläche dargestellt, hat sie zwar Recht, doch sagt sie zu wenig. Die neue Erfahrung behauptet, daß die Erscheinung auch an die andere Fläche oder sonst ein geometrisches Gebilde gebunden sei, und ist, allein genommen, ebenfalls ungenügend; beide Behauptungen zusammengenommen können dann die ganze Wahrheit sagen. Kleidet man also die neu erkannten Beziehungen in die Form neuer Gesetze, welche neben der alten Auffassung zur Geltung zu bringen sind, so kann die Uebersicht wiedergewonnen und die alte Lehre beibehalten werden. Nur werden diese neuen Gesetze natürlich immer der alten Lehre als fremde Zusätze, welche aus ihr allein nicht verständlich sind, entgegentreten.

4. Die allmähliche Correctur der Ansichten, welche sich auf solche Weise vollzieht, muß natürlich bei Annahme einer zu großen Mannigfaltigkeit unvergleichlich länger dauern, als wenn man eine zu kleine Mannigfaltigkeit angenommen hatte. In letzterem Falle genügt ein einziges Experiment, um die Correctur zu erzwingen, im ersteren können zahllose Beobachtungen dieselbe Wahrheit lehren, ohne daß man dies bemerkt, und so ist es auch ganz begreiflich und richtig, daß man bei der Forschung bemüht ist, sich stets mit den einfachsten Vorstellungen so lange fortzuhelfen, als irgendwie möglich; allerdings ist dies nur so weit berechtigt, als sich die Einfachheit der Vorstellungen als Einfachheit der zu erwartenden Mannigfaltigkeit der Erscheinungen ausspricht.

Durch diese Betrachtungen wird auch klargelegt, welche Rolle im Fortschreiten der Erkenntniß einerseits dem bloßen Experimentator, andererseits dem bloßen Denker zukommt. Der Experimentator kann durch einen glücklichen Griff die ältesten Vorurtheile umwerfen, und dadurch mit einem Schlage eine neue Welt erschließen, sofern er eben etwas zu Wege bringt, was Niemand vorhergesehen hat. Aber selbst ein ganzes Heer von eifrigen Experimentatoren arbeitet erfolglos, wenn es von Ansichten geleitet wird, welche mehr versprechen als möglich ist. Umgekehrt wird ein nicht experimentirender Denker sich fruchtlos abmühen, wenn er sich auf einem Gebiete bewegt, auf welchem er vermöge seiner Ansichten keine Erscheinungen vorauszusehen vermag, welche wirklich möglich sind, aber bisher nicht realisirt wurden;

hier geht eben Probiren über Studiren, und das Studiren kann nur als Ansporn zum Probiren nützlich sein. Dagegen kann er, ohne einen Handgriff zu thun, die Ergebnisse einer ganzen Generation von Experimentatoren zum Range von fundamentalen Wahrheiten erheben, welche bis dahin kein Mensch geahnt hatte, obwohl sie – einmal erkannt – sich als längst erwiesen und reif daliegend zeigen.

Wenn sich nun auf einem, in raschem Aufblühen begriffenen Wissensgebiete irgend eine Theorie lange Zeit ohne wesentliche Aenderungen zu behaupten vermag, und dadurch das Ansehen einer besonders tiefen Wahrheit gewinnt, so ist nach dem eben Gesagten immer der Verdacht berechtigt, die Theorie sei zu schweigsam und verdanke ihre außerordentliche Lebensdauer eben dem Umstande, daß ihre Schöpfer es glücklich vermieden haben, über Sachen zu sprechen, von welchen sie nichts wußten. Damit haben sie wohl ihren Zeitgenossen einen großen Dienst erwiesen, aber den folgenden Generationen ein Danaergeschenk gemacht; die Epigonen fühlen sich von der tiefen Weisheit ihrer Vorgänger zur Bewunderung hingerissen, und werden dadurch gegen ihre eigenen Wahrnehmungen unempfindlich. Nur so wird es verständlich, wie die Entdeckungen Carnot's und Mayer's von ihren Zeitgenossen so lange völlig verkannt werden konnten, und auch heute noch setzt sich jeder Forscher, welcher es wagt, an derartig geheiligten Anschauungen Kritik zu üben, der Gefahr aus, vollkommen mißachtet zu werden.

5. Es ist natürlich nicht ausgemacht, daß eine Theorie immer nur entweder in der einen oder anderen Richtung verfehlt sein muß, indem sie eine zu große oder zu kleine Mannigfaltigkeit der Erscheinungen anzeigt, sondern es ist recht wohl denkbar, daß die Theorie einerseits zu eng, andererseits zu weit gefaßt ist. Dann kann die Lösung der Schwierigkeiten ein überaus schweres Problem werden, indem die Theorie in vielen Beziehungen außerordentlich sicher begründet zu sein scheint, und dadurch ihre Anhänger verführt, selbst jene sehr auffallenden Widersprüche künstlich zu bemänteln, welche auf anderen Seiten hervortreten. Es ergiebt sich dann leicht das Bestreben, diese Fehler unter einander auszugleichen, wodurch allerdings eine Lehre entsteht, welche mit den Beobachtungen selbst nur noch ganz lose zusammenhängt, und eben die unabhängig variabelen Bestimmungsstücke der Erscheinungen vollständig verbirgt. Nur

so wird es begreiflich, wie in einer Experimentalwissenschaft eine Theorie Platz greifen kann, in welcher der Begriff unabhängig Variabeler überhaupt nicht vorhanden ist, und die Handlungen des Experimentators ganz hinter das angebliche Walten der todten Natur zurücktreten müssen.

Bei der Beurtheilung der Mannigfaltigkeit eines Erscheinungsgebietes irrt man natürlich um so leichter, je größer diese Mannigfaltigkeit an und für sich schon ist; hätte man aber in irgend einem Falle um etwa ein Dutzend oder einige Dutzend Mannigfaltigkeiten zu viel vorausgesetzt, so wäre die intellectuelle Situation des Forschers eine geradezu verzweifelte, weil in diesem Falle die empirisch aus einer ungeheueren Fülle von Einzelresultaten zu abstrahirenden Zusatzbedingungen oder unvermutheten Gesetze selbst Gleichungen mit einem oder einigen Dutzend veränderlichen Größen darstellen müßten, und es daher eines geradezu übermenschlichen Scharfblickes bedürfen würde, um auf dem Wege des Probirens das Richtige herauszugreifen und richtig zu verknüpfen; bei alledem würde es sich ja — wie schon bemerkt — um die Entdeckung von Beziehungen handeln, welche auf Grundlage der Auffassung, von welcher man sich leiten ließe, nicht vorhergesehen, nicht abgeleitet, und also auch nicht verstanden werden und daher nur sehr schwer bemerkt werden können.

Wir haben oben zur Erklärung des Begriffes Mannigfaltigkeit räumliche Bilder benutzt, allein es kann Fälle geben, in welchen die Beziehungen etwas abweichender Natur sind, und durch diese Analogie nur unvollkommen wiedergegeben werden können. Solche Fälle treten z. B. dann auf, wenn die Reihenfolge, in welcher bestimmte Einwirkungen stattfinden, das Resultat wesentlich mitbedingt; werden solche Eigenschaften verkannt, so wird natürlich die Aufklärung des Erscheinungsgebietes noch schwieriger.

6. Der Jammer, welcher hier eben als möglich geschildert wurde, scheint mir nun in der Chemie, wenigstens bezüglich der Gewichtsbeziehungen unter den reagirenden Stoffen, leider wirklich vorhanden zu sein, und ich will es versuchen, unter möglichster Anlehnung an die bestehenden Ansichten diese Meinung näher zu begründen. Um die Sache zu vereinfachen, will ich dabei vorläufig auch noch von möglichen Isomeriefällen absehen, und mich also hauptsächlich auf Erscheinungen der unorganischen Chemie beschränken.

Wir haben es in der Chemie mit ca. 70 Elementen zu thun, von welchen die herrschende Theorie im Principe zunächst annimmt, daß sie in allen erdenklichen Gewichtsverhältnissen zu homogenen Verbindungen oder homogenen Mischungen von Verbindungen vereinigt werden können. Um die Gesammtheit der nach diesem Principe denkbaren Stoffe geometrisch darzustellen, hätten wir also ein Coordinatensystem von so viel Axen nöthig, als Elemente minus Eins in Betracht gezogen werden. Jeder Punkt eines solchen Bildraumes würde eine denkbare Phase darstellen. Diese Vorstellung erweist sich aber sofort als eine zu reichhaltige, denn es treten Sättigungserscheinungen auf; zusammengeführte Stoffe vereinigen sich oft gar nicht oder nur bis zu einem Grenzverhältniß, und der „Ueberschuß" eines oder mehrerer Reagentien bleibt intact. Dieses Intactbleiben der Ueberschüsse suchte ich vor meiner „Kritischen Studie" durch energetische Beziehungen zwischen den Eigenschaften der gebildeten Phasen zu erklären, welche dem Principe gemäß unbeschränkt variabele Zusammensetzung haben sollten, um dann auf Umwegen daraus die Rationalität gewisser Gewichtsverhältnisse zu deduciren. Die Atomhypothese nimmt die Grenzverhältnisse und die Rationalität direct als gegeben an, und führt sie ebenfalls auf eine Art energetischer Beziehungen — absolute Härte oder sonstige Unangreifbarkeit kleinster Theilchen — zurück.

Es wurde schon oben bemerkt, daß die Einschränkung betreffs der Rationalität der Gewichtsverhältnisse sich nicht als hinreichend erwies, und daß durch die Valenztheorie neue, wenn auch nicht ausnahmslos giltige, Einschränkungen hinzugefügt wurden. Wir wollen uns nun über diese Dinge diesmal hinwegsetzen, und werden im Geiste der herrschenden Lehre den ungefähr siebenzigdimensionalen Bildraum acceptiren, um in denselben so viele, die Bewegungen eines Bildpunktes beschränkenden Grenzflächen (oder allgemeiner gesagt Grenzgebilde) einzubauen, als nur überhaupt für nothwendig erachtet werden sollte. Nur wird man zugestehen müssen, daß wir über die Form und Lage dieser Grenzgebilde, sowie über eine etwaige Veränderlichkeit derselben z. B. mit der Temperatur oder dem Drucke nur äußerst schlecht orientirt sind.

Wenn wir nun eine Anzahl von Elementen in willkürlich gewählten Verhältnissen zusammenführen und sonst irgendwie behandeln, so sollte — im Principe — eine einzige Phase daraus

werden, und deren Bild wäre einfach durch die zugehörigen Verhältnisse der Elemente gegeben; man brauchte diese Verhältnisse nur auf die Coordinatenaxen des Bildraumes aufzutragen und daraus den Punkt zu bestimmen. Nun falle aber der Punkt außerhalb eines Grenzgebildes, so daß eine Phase von der gewünschten Zusammensetzung nicht existirt; dann müssen Punkte gesucht werden, welche einer Mehrzahl Phasen entsprechen, und zwar solchen Phasen, welche coexistenzfähig sind und zusammen die gegebene mittlere Zusammensetzung haben. Wie immer die Grenzgebilde beschaffen sein mögen, so wird es eine mehrfach unendliche Anzahl von Punktgruppen geben, welche in Hinsicht auf Zusammensetzung die Aufgabe befriedigen; aber die Coexistenzbedingungen machen das Problem entweder eindeutig, oder allenfalls nur einfach oder doppelt unbestimmt, so lange Temperatur und Druck als unabhängig variabel gelten.

Es sei nun die Lage der zusammengehörigen Bildpunkte gefunden, welche die coexistenten Phasen darstellen; obwohl wir eigentlich gar keine Daten besitzen, welche eine wirkliche Lösung dieses Problems anders als durch den directen Versuch möglich erscheinen lassen, denken uns doch das Problem gelöst. Nun können wir aber die Coordinaten variiren, indem wir neue Mengen der Bestandtheile zuführen, und dies giebt eben im Geiste der herrschenden Theorie ungefähr siebenzig unabhängige Variationen der Zusammensetzung unseres Phasensystems. Lassen wir auch diesen Gedanken gelten und sehen wir zu, wie die herrschende Lehre zu Werke geht; man sollte doch glauben, daß sie vor allem die ursächlich an einander geknüpften, gemeinsamen Variationen der Phasen beachten werde, aber darin sieht man sich gründlich getäuscht. Die Theorie nimmt jede einzelne Phase für sich allein vor, und stellt uns die Aufgabe, experimentell herauszubringen, was mit jeder einzelnen Phase geschieht, wenn ihr neue Mengen der Bestandtheile zugeführt werden. Wieviel verschiedene Phasen überhaupt existiren, weiß heute noch kein Mensch, aber wenn es z. B. hundert solche Phasen giebt, so verlangt diese Art der Auffassung für jede Phase ein neues Coordinatensystem von ca. siebenzig Axen, und man rechnet also unbewußt mit ca. $70 \times 100 = 7000$ unabhängigen Variationen der Zusammensetzung von Phasen. Die kühnste Phantasie muß erlahmen, wenn sie sich einem solchen Probleme gegenübergestellt sieht, und ich kann den Muth der physikalischen Chemiker nicht

genug bewundern, welche es unternommen haben, ein derartiges Problem überhaupt nur anzufassen. Man wird mir wohl einwenden, daß niemand daran denkt, die Phasen seien wirklich so vieler unabhängiger Variationen fähig; aber die Grundauffassung glaube ich richtig charakterisirt zu haben, und wenn man also meint, durch zu entdeckende oder schon bekannte Zusatzbedingungen die Mannigfaltigkeit der stofflichen Formen auf ein zulässiges Maß zurückschrauben zu können, so muß ich erwidern, daß man dann jedenfalls auf die Entdeckung von wenigstens 6000 Zusatzbedingungen ausgeht, und daß man also damit ein Unternehmen riskirt, welches für Menschen sicherlich unlösbar bleiben muß.

7. Meine älteren Studien waren von dem Gedanken getragen, daß man in dem geometrischen Bilde, welches vorhin entwickelt wurde, die coexistent entstehenden Phasen immer gleichzeitig betrachten muß, so daß eben schlimmsten Falles im Ganzen nur ca. siebenzig unabhängig Variabele in Frage kommen können. Daneben war ich mir aber stets eines Gedankens bewußt, welcher sehr wahrscheinlich auch noch dieses Problem zu vereinfachen vermag. Man denkt sich heute in der Chemie jeden Stoff aus Elementen entstehend; aber es ist klar, daß man zur Gewinnung aller existirenden Körper gelangen kann, ohne die Elemente zu besitzen. Es ist denkbar, daß ein Laboratorium bloß mit einer beschränkten Zahl von (meist oder durchwegs „zusammengesetzten") Stoffen ausgestattet wird, welche nach der üblichen Theorie selbst schon alle „Elemente" enthalten, und daß man aus diesen Stoffen jedes andere gewünschte Product — die Elemente einbegriffen — darzustellen vermöge. Dann hätte man bei z. B. zehn solchen Ausgangsstoffen mit einem Coordinatensystem von nur neun Axen gegen ca. siebenzig der gewöhnlichen Ansicht seine Studien zu beginnen. Bei dem Zusammenführen dieser Stoffe erhält man nicht regelmäßig ein Product, wie man im Principe bei der gewöhnlichen Auffassung voraussetzt, sondern eben mehrere; die Eigenschaften aller dieser Stoffe (die Quantitäten derselben einbegriffen) wären also Functionen von ungefähr neun gemeinsamen unabhängig Variabelen. Nun kann man diese Producte trennen und neuerdings in geänderten Gewichtsverhältnissen zusammenführen; damit kommen scheinbar so viel neue unabhängig Variabele in Rechnung, als Phasen minus Eins erhalten wurden, aber dieser Schluß ist irrig, denn die Phasen sind coexistenzfähig und reagiren daher nicht. Erst wenn man physi-

kalische Eingriffe macht, kann eine Reaction folgen, und so kommen als unabhängig Variabele zunächst physikalische Größen in Betracht, für welche die herkömmliche Theorie keinen Platz hat.

Hat man eine solche Zwischenoperation gemacht, so gewinnt man neue Phasen, und kann die Trennung und neuerliche Zusammenführung derselben abermals vornehmen etc., aber diese Operationsreihe muß nach einer endlichen Zahl von Operationen zum Abschlusse gelangen, weil man zuletzt keine neuen Phasen mehr zu gewinnen vermag. Es giebt also einen Cyklus von Operationen, welche chemisch wirksam sind, und diesen Operationscyklus muß man studiren.

Es wollte mir lange Zeit nicht gelingen, diese Gedankenreihe näher auszuarbeiten, und auch jetzt sind meine diesbezüglichen Ergebnisse noch nicht ganz reif zur Publikation; allein man fühlt doch ohne weiteres heraus, daß die bisherige Methode chemischer Forschung, welche überall von Elementen ausgeht und sich auf die Betrachtung einzelner Producte beschränkt, wobei sie alle Eigenheiten der einzuschlagenden Operationsweisen völlig ignorirt, total verfehlt sein muß. Die künftige Theorie der Chemie kann nur eine Theorie der Operationen werden, in welcher zwar auch das Zusammenführen von Stoffen zur directen Berührung eine Rolle spielt, aber daneben auch das Trennen von Producten, sowie physikalische Eingriffe als gleichberechtigte Elemente der Erkenntniß, d. h. als Bestimmungsstücke des Operationsresultates auftreten. Selbst wenn wir dann in der anorganischen Chemie so viel unabhängig Variabele beibehalten müßten, als es jetzt stoffliche Elemente giebt, so wird doch die Zahl der durch die Waage meßbaren unabhängigen Operationselemente um so viel kleiner, als andere Operationselemente auftreten, und so wird klar, daß die Anzahl der unabhängigen Gewichtsbeziehungen unter der Gesammtheit chemisch darstellbarer Körper unvergleichlich kleiner sein muß, als die bisherige Theorie mitsammt ihren Ergänzungen (Atomhypothese, Valenztheorie, Ionentheorie, Vertheilungssätze, Massenwirkungsgesetze und dergleichen) zu erkennen vermag. Alle diese Ergänzungen werden ja eben dadurch nothwendig, daß die Theorie im Vorhinein nur solche Operationselemente anerkennt, welche sich als mechanisches Zusammenbringen chemischer Elemente darstellen, und daß sie uns überdies verleitet, immer nur an eine zu bildende Phase zu denken; dadurch läßt sie eine Mannigfaltigkeit von Er-

scheinungen zu, wie sie in der realen Welt gar nicht vorkommt, und wird mit dem Aufsuchen von beschränkenden Zusätzen nicht fertig, welche die a priori weitaus überschätzte Mannigfaltigkeit der unabhängigen Gewichtsänderungen auf ein natürliches Maß zurückführen sollen.

Die schon am Anfange dieser Studie berührte Unterscheidung von unabhängig Variabelen von secundären Umständen (von welchen die ersteren continuirliche, die letzteren discrete Aenderungen der Versuchsergebnisse bewirken) läßt übrigens vermuthen, daß in der Chemie sehr oft implicite Mannigfaltigkeiten vorausgesetzt werden, wo sie gar nicht bestehen.

8. Es ist sehr betrübend, daß wir in der Chemie noch nicht einmal zu dem Begriffe unabhängig Variabeler gelangt sind, nachdem die Chemie doch durchaus eine Experimentalwissenschaft ist, und das Ergebniß jeder Reaction als das Resultat unserer willkürlichen Handlungen aufgefaßt werden muß, so lange wir im Laboratorium arbeiten, während bei chemischen Vorgängen in der Natur eben Zufälligkeiten an Stelle unserer Willkür treten. So ist es wohl einleuchtend, daß jede Reactionsgleichung, wenn sie nicht auf einer gröblichen Verkennung der Thatsachen beruht, das Vorhandensein eines und nur eines von uns einstellbaren, unabhängigen Operationsparameters voraussetzt, welcher die Menge der sich umsetzenden Stoffe regelt, sei dieser nun die Menge eines in relativ kleinstem Quantum benutzten Ausgangsstoffes, eine Volumänderung, die Menge zugeführtes Licht und dergleichen; dann können immer nur so viele Gleichungen zur Supperposition gebracht werden, als wir unabhängige Operationsparameter beherrschen. Diese (wie mir scheint selbstverständliche) Forderung der Naturforschung ist aber in der landläufigen Theorie überhaupt nicht durchführbar, und jedes Streben, die Beschreibung chemischer Vorgänge auf die Basis des Satzes vom zureichenden Grunde zu stellen, muß mit der Zerstörung alles dessen beginnen, was in der theoretischen Chemie bisher gelehrt wird.

Es giebt Reactionen, bei welchen Stoffe wie a und b, wenn sie unter bestimmten Umständen (z. B. gegebener Temperatur) in irgend welchen Gewichtsverhältnissen zusammengeführt werden, ohne weitere Maßnahmen sofort eine Reaction eingehen, und dabei Producte wie c und d geben. Wir wollen eine solche Reaction eine reine Berührungsreaction nennen, und schreiben statt

$$a + b = c + d,$$

indem wir uns an Stelle des Zeichens + neuer Zeichen $\smile$ und $\frown$ bedienen

$$a \smile b = c \frown d$$

Das Zeichen $\smile$ zeigt an, daß eine reine Berührungsreaction zwischen den nicht coexistenzfähigen Stoffen a und b vorliegt, während das Zeichen $\frown$ daran erinnert, daß die Producte coexistenzfähig sind. Die mit den neuen Zeichen geschriebene Reactionsgleichung zeigt nun sofort, daß der Vorgang einen einseitigen Verlauf haben muß, und also nicht direct umkehrbar sein kann; würde man c und d fertig gebildet den etwa vorhandenen Sammlungen entnehmen und zusammenführen, so können sie unmöglich reagiren, und auch nicht a und b liefern. Nur wenn man neue Reagentien zuführt oder einen physikalischen Eingriff (wie z. B. Temperaturänderung) vornimmt, kann eine Reaction eintreten. Wir entnehmen weiter noch der logischen Algebra für physikalische Eingriffe das Zeichen $\uparrow$ und schreiben z. B.

$$(c \frown d) \uparrow = x \frown y \frown z.$$

Die Producte x, y, z werden im Allgemeinen neue Körper sein, und wenn überhaupt die ursprünglichen Körper a und b wieder gewinnbar sind, so müssen sie entweder in zwei getrennten Reactionen entstehen, so daß sie überhaupt nicht in Berührung kommen, oder sie müßten sich doch unter ganz anderen Bedingungen bilden, als diejenigen waren, unter welchen sie die erste Reaction eingegangen waren.

Als ich diese Darlegung gewissen Chemikern vorlegte, wurde mir vorgeworfen, meine Theorie sei vollkommen verfehlt, denn sie setze voraus, daß jede Reaction quantitativ zu Ende gehe und mißachte also die best begründeten Thatsachen, unter anderem auch das Massenwirkungsgesetz. Wenn man Alkohol mit Essigsäure mische, so bilde sich ein Ester und Wasser; nach meiner Theorie dürfte diese Reaction nicht umkehrbar sein, während thatsächlich der Ester mit Wasser versetzt Alkohol und Wasser zurückbilde, so daß diese Reactionen umkehrbar seien. Statt der Gleichungen

$$C_2H_6O \smile C_2H_4O_2 = H_2O \frown C_4H_8O_2$$

oder $$H_2O \smile C_4H_8O_2 = C_2H_6O \frown C_2H_4O_2$$

von welchen eine (aber nur eine) nach meiner Theorie gelten müßte, finde man thatsächlich die umkehrbare Reaction

$$C_2H_6O + C_2H_4O_2 \rightleftarrows H_2O + C_4H_8O_2$$

Man bemerkte gar nicht, daß meine Behauptungen durch die einfachsten Forderungen des Menschenverstandes dictirt seien, und daß also durch Bestreitung derselben jede Logik mit Füßen getreten wird. Vergeblich wies ich darauf hin, daß man hier fehlerhaft meine Formeln auf imaginäre Moleküle angewendet habe, während sie für wirkliche Körper erdacht seien; bei den fraglichen Reactionen entstünden aus Alkohol und Essigsäure nicht fertiges Wasser und Ester, sondern ein Product, und ebenso gebe Ester und Wasser nicht fertigen Alkohol und fertige Essigsäure, sondern (nach Verlauf entsprechend langer Zeit) das gleiche Product wie Alkohol und Essigsäure. Aus diesem gemeinsamen Producte beider Reactionen habe man erst durch eine Reihe von weiteren Operationen reinen Alkohol, reine Essigsäure, reinen Ester und reines Wasser zu machen. Alle diese meine Darlegungen blieben wirkungslos; der Chemiker sieht eben im Geiste der heutigen Theorie in dem fraglichen Product schon die fertigen Körper Ester und Wasser, resp. Alkohol und Essigsäure, und so erklärte man meine Unterscheidung von imaginären Molekülen und wirklichen Körpern für eine unverständliche Spitzfindigkeit.

Es wäre vielleicht ungerecht, wenn man aus diesem Vorfalle weitgehende Consequenzen ziehen wollte; allein er scheint mir doch bemerkenswerth zu sein, weil er zeigt, wie die herrschenden Denkweisen sich in Köpfen gestalten, welche ihre wissenschaftlichen Ansichten aus zweiter Hand entnehmen müssen. Wenn eine Theorie anfängt, den natürlichen Schatz von Logik zu gefährden, welcher Gemeingut der Menschen ist, so ist dies gewiß ein bedenkliches Zeichen, wenn nicht für die Theorie selbst, so doch für die Lehrmethoden, deren sie sich bedient.

9. Die kleine, oben angewendete Modification der gewohnten chemischen Symbolik zeigt deutlich, daß gewisse chemische Reactionen unmöglich direct umkehrbar sein können, sondern daß sie mindestens zwei oder mehrere Reactionen zur Umkehrung erfordern, vorausgesetzt natürlich, daß es eine solche Umkehrung überhaupt giebt. In der „Kritischen Studie“ habe ich nun bereits (diese Annalen I, pag. 205 u. f.) Zweifel darüber geäußert, ob die Umkehrbarkeit chemischer Vorgänge durch Reihen folgender Reactionen in jenem Ausmaße besteht, wie man es allgemein voraussetzt. Diese Zweifel haben sich mit der Zeit zur Gewißheit

gestaltet, daß die gewöhnliche Anschauung vollkommen verfehlt ist.

Für die Theorie sind chemische Elemente unverwüstliche Substanzen, welche in den Verbindungen bloß verborgen sind und jederzeit genau in der ursprünglichen Menge und Beschaffenheit, ohne daß auch nur ein Milligramm fehlte, wieder gewonnen werden können, sofern nur die richtige Art und Menge Energie zur Verfügung steht, um sie frei zu machen.

Zur Prüfung dieses Glaubensartikels der heutigen Chemie schlage ich folgenden Versuch vor: Man gründe ein Laboratorium, welches mit allen erdenklichen (auch energetischen) Hilfsmitteln ausgestattet sei, aber an Reagentien nur so viel bekommt, als die herrschende Theorie unbedingt verlangt; wir geben also dem Laboratorium nur einen begrenzten Vorrath an fertigen Elementen, lassen darin Verbindungen herstellen und verlangen dann die Wiedergewinnung aller Elemente in ursprünglicher Menge — selbstverständlich ohne Nachschaffungen von Reagentien. Diese Aufgabe wird vielleicht in einigen, speciell dafür ausgewählten Fällen lösbar sein, aber im Allgemeinen ist sie unlösbar, und daher werden auch in jedem Laboratorium eine Menge Producte sammt den darin enthaltenen „unverwüstlichen" Elementen dem Dunstabzug, dem Ausguß und dem Abfallkasten überantwortet, und durch ständige Nachschaffungen ersetzt; die unvermeidliche Dotation aller Laboratorien für solche Nachschaffungen ist ein ständiger Hohn auf die Lehre von den ewigen chemischen Elementen, welcher nur deßhalb überhört wird, weil es der Theorie widerspräche, und weil man nicht gerade Goldlösungen oder Galliumpräparate wegwerfen muß, sondern z. B. Lösungen billiger Natriumverbindungen, Calciumverbindungen etc. dem Orcus opfern kann. So wie bisher noch niemals Gold aus Silber oder Blei gemacht worden ist, ist auch noch niemals aller Kohlenstoff und aller Sauerstoff wiedergewonnen worden, aus welchen Kohlenoxyd gemacht worden war (und aus welchen es angeblich „besteht"), sofern bei den Wiedergewinnungsarbeiten nicht eine entsprechende Menge anderer Stoffe (nicht bloß Energie) dem Verderben geweiht wurde.[1]

---

[1] Gegen diese Argumentation könnte eingewendet werden, daß man eben gewisse Energieformen (wie z. B. die Affinität des Magnesiums an Sauerstoff) nur in Verbindung mit bestimmten Stoffen anwenden könne. Damit wird aber nur die Form geändert, in welcher die Thatsache ausgesprochen wird, die That-

Die ewigen, unverwüstlichen Elemente der heutigen Chemie sind also genau so chimärisch wie das Phlogiston unserer Vorfahren, und der nächste Fortschritt der Chemie muß darin bestehen, daß diese vermeintlichen Ewigkeiten aus der Theorie ausgemerzt werden. Es darf nicht mehr gesagt werden, woraus bestimmte Körper angeblich bestehen, sondern höchstens woraus und wie sie gemacht werden, und was aus ihnen wieder gemacht werden kann; keinesfalls kann man aus Producten gewisser Stoffe allein immer wieder die Ausgangsstoffe selbst machen, und es sind also zu den bestehenden Lehren – wenn man sie nicht ganz verwerfen will – zum mindesten noch ergänzende Lehrsätze nothwendig, welche ungefähr derselben Art wären, wie die Lehre vom Wachsen der Entropie; man hätte die allmähliche Vernichtung der Vorräthe wirksamer chemischer Rohstoffe anzuerkennen, wobei wegen der Constanz des Gewichtes die Mengen unwirksamer Stoffe wachsen müßten. Es mag hingestellt bleiben, ob diese Lehrsätze als Folgerungen des Entropiesatzes aufgefaßt werden können oder nicht, obwohl ich das letztere für wahrscheinlicher halte, so daß wir da einen vom Entropiesatze unabhängigen, neben demselben geltenden neuen Satz hätten.

10. Die eben berührte Frage wurde von mir nicht weiter verfolgt, weil sich noch eine andere erhebt, welche mich zwingt, die herkömmlichen Ansichten noch tiefer an der Wurzel zu prüfen. Es handelt sich um die Isomerie chemischer Verbindungen, oder – genauer gesprochen – um die Darlegung jener Fehler in den Schlußweisen der herrschenden Theorie, welche eben zu den Isomerien führte. Die Ueberlegungen, welche hier für die Gestaltung der heutigen Ansichten maßgebend waren, sind unzählige Male Gegenstand der Prüfung und selbst des Streites zwischen verschiedenen Parteien gewesen, und haben dadurch, daß sie sich eben unter so schwierigen Verhältnissen zu behaupten und zu

sache selbst jedoch zugestanden. Wenn Elemente aus ihren Producten nur dadurch wiedergewonnen werden können, daß man andere Elemente unwiederbringlich verloren giebt (unwiederbringlich in dem Sinne, daß wieder neue oder auch alte Elemente geopfert werden müßten), so ändert es wenig, ob dabei noch Energie entwerthet wird oder nicht. Jedenfalls hat man über die Möglichkeit der vollständigen Wiedergewinnung der Elemente aus Verbindungen nur sehr unklare Vorstellungen, und neigt trotz widersprechender Erfahrungen zur Annahme einer vollkommenen Wiedergewinnbarkeit. Bei Nichtchemikern dürfte aber das Zugeständniß, daß Elemente nicht ohne Aufwand anderer wiedergewinnbar sind, die Werthschätzung der Elemente selbst bedeutend herabstimmen.

entwickeln vermochten, ein außerordentliches Ansehen gewonnen. Freilich ist dabei niemals daran gedacht worden, daß man chemische Vorgänge ohne Annahme chemischer Elemente discutiren könnte, wie es jetzt möglich ist, und so erklärt es sich, wenn die neuerliche Prüfung ein anderes Resultat giebt als jede vorangehende. Gleichwohl habe ich hier mit den am tiefsten eingewurzelten Vorurtheilen zu thun, und so möge es mir nicht verdacht werden, wenn ich zur Bekämpfung dieser Vorurtheile die stärksten Mittel verwende.

Denkt man sich in eine Zeit zurück, welche noch sehr arm an chemischen Erfahrungen war, so empfindet man leicht, daß damals viele Körper verwechselt werden konnten, und die Geschichte der Chemie weist wirklich eine Fülle solcher Körper auf; es gab eine Zeit, wo man Wasserstoff und Kohlenoxyd sowie Graphit und Molybdänglanz, Natrium- und Kaliumverbindungen nicht recht unterschied. Bei chemischen Versuchen ergeben sich aber deutliche, oft sogar krasse Unterschiede, und so sah man mit Recht in der Verschiedenheit des Ergebnisses chemischer Proben das sicherste Criterium für die Verschiedenheit ähnlicher oder anscheinend identischer Körper.

Wir wollen weiterhin, um die Darlegungen zu vereinfachen, nur noch organische Körper betrachten, und zwar solche, welche bei der Verbrennung bloß Kohlensäure und Wasser liefern. Chemische Versuche mit organischen Stoffen geben ziemlich complicirte Resultate, und so mochte man es als eine Art Erlösung empfinden, als man sie verbrennen lernte, und dabei immer constante Ergebnisse gewann; es zeigte sich, daß bei qualitativer Gleichheit der Producte doch eine quantitative Verschiedenheit in den Mengen gebildeter Kohlensäure und Wasser sowie des verbrauchten Sauerstoffs bestehen kann, und glaubte nun (indem man ähnliche Erfahrungen aus der unorganischen Chemie heranzog), daß sich jede Verschiedenheit solcher Stoffe durch die quantitative Verschiedenheit der Producte und des Sauerstoffverbrauches verrathe. Thatsächlich konnte man auf Grund dieser Annahme oft noch Körper gut unterscheiden, welche in Hinsicht auf physikalische Eigenschaften außerordentlich ähnlich waren.

Hätte man die Verbrennungsresultate immer nur als ein Criterium der Identität oder Verschiedenheit benützt, welches mit anderen Criterien, also z. B. mit den Ergebnissen anderer chemischer Versuche gleichberechtigt ist, so hätte auf diesem

Wege keine Schwierigkeit entstehen können. Allein man blieb eben nicht dabei, sondern überging zur Berechnung der „Zusammensetzung“ der Körper, sachlich gesprochen, zur Berechnung derjenigen Mengen reinen Kohlenstoffes, reinen Wasserstoffes und reinen Sauerstoffes, welche statt des gegebenen Stoffes in die Verbrennungsröhre gebracht werden müßten, damit die gleichen Verbrennungsproducte unter gleichem (weiterem) Sauerstoffverbrauch resultiren, und verknüpfte damit den Gedanken, daß nur die Verbrennungsprobe über Identität oder Verschiedenheit dieser Stoffe zu entscheiden habe. Einen anderen Sinn hat nämlich die Behauptung, die Eigenschaften eines Stoffes hingen nur von seiner „Zusammensetzung“ ab, bei den vorausgesetzten Stoffen thatsächlich nicht, obwohl sie im Geiste der Lehre von den Elementen etwas ganz Anderes zu bedeuten scheint.

In Kopp's „Entwickelung der Chemie in der neueren Zeit“ liest man für die Zeit der Entdeckung der festen Proportionen (pag. 222): „Weniger war es ausdrücklich behauptet, als vielmehr gar nicht in Frage gestellt, daß das Verhältniß, nach welchem die Bestandtheile gewisser Verbindungen sich vereinigen, für jede der letzteren ein besonderes und constantes sei“. („Ein besonderes“ von mir unterstrichen).

Diese Ansicht erscheint heute nur als ein voreiliger Inductionsschluß, allein es lag viel mehr darin, und dieses Mehr wurde der weiteren Entwickelung chemischer Logik geradezu verhängnißvoll. Aus einem Criterium der Identität oder Verschiedenheit, und zwar einem Criterium, welches mit anderen gleichberechtigt war, wurde das ausschließliche Criterium, welches überdies nicht einmal mehr als Criterium angesehen wurde, sondern zum Range einer Ursache der Verschiedenheiten oder Identitäten der Stoffe avancirte.

Als nun in einzelnen Fällen für verschiedene Stoffe gleiche Resultate bei der Verbrennung zum Vorschein kamen, war — meines Wissens — Berzelius der einzige Forscher, welcher deutlich empfand, daß diese Resultate mit der Theorie nicht in Einklang zu bringen sind; erst im Jahre 1830 gab er das Axiom der Chemie auf, „daß Körper von gleicher qualitativer und quantitativer Zusammensetzung nothwendig auch gleiche chemische Eigenschaften haben müssen“.[1] Aber den Ausweg aus diesem

[1] Kopp, Entwickelung der Chemie in der neueren Zeit, pag. 562.

Wirrsal fand auch er nicht, sondern er folgte (wenn auch schweren Herzens) den übrigen Chemikern, welche sich längst [z. B. Thénard und Biot schon 1807[1]] zur Ansicht geneigt hatten, daß man es in diesen Fällen mit einer verschiedenen Anordnung der Atome in der Verbindung zu thun habe. Diese Schlußweise war natürlich eine Frucht der Atomhypothese; wenn man aber von der Atomhypothese absieht, und sich an das Thatsächliche hält, so erscheint sie ganz unbegreiflich.

Hätte es damals keine Atomhypothese gegeben, so wäre einem jeden Chemiker klar geworden, daß man in einen Widerspruch zwischen Theorie und Wirklichkeit gerathen sei, und dieser Zustand hätte nur mit einer Prüfung und Aenderung der Theorie abschließen können. Diese Aenderung wäre aber damals noch sehr leicht gewesen: Man hätte sich einfach zu sagen gehabt, daß Verbrennungsversuche allein unfähig sind, über chemische Identität oder Verschiedenheit organischer Stoffe Aufschluß zu geben, und daß man eben auch andere chemische Proben berücksichtigen müsse. Sobald man den Verbrennungsversuchen den hohen Werth abgesprochen hätte, welchen man ihnen bis dahin zugeschrieben hatte, wäre man wohl unausweichlich zum Schlusse gekommen, daß die „Zusammensetzung“ der Stoffe nicht allein maßgebend ist für deren Eigenschaften, und daß entweder noch andere reale (nicht hypothetische) Ursachen (wie z. B. die Art der Darstellung) mitspielen, oder daß man überhaupt die Betrachtung der Zusammensetzung aufgeben müsse. So wäre man schon damals in jenes Fahrwasser gerathen, in welchem sich meine gegenwärtigen Studien bewegen.

Dem durch die Atomhypothese gefestigten Dogma von der Tragweite der „Zusammensetzung“ der Stoffe gegenüber war aber die Logik machtlos geworden, umsomehr als eben die Atomhypothese einen Schleichweg anbot, wie man den einzig berechtigten, aber unangenehmen Folgerungen entschlüpfen konnte. Es sollte auch fernerhin die **verschiedene** „Zusammensetzung“ für die Verschiedenheit der „**gleich** zusammengesetzten“ Stoffe maßgebend sein, und die Atomhypothese lieferte das Modell, an welchem dieser schauderhafte Nonsens ausführbar war. Nur mußte aus der „Zusammensetzung“ im alten Sinne von Zahlenverhältnissen eine „Zusammensetzung“ ähnlich

---

[1] Kopp, Entwickelung der Chemie in der neueren Zeit, pag. 555.

einer mechanischen Construction — wie Zusammensetzung einer Mauer aus Mörtel und Ziegelsteinen werden.

Es ist wahr, daß man für diese neue „Zusammensetzung" auch ein neues Wort „Structur" eingeführt hat, und also damit die Abänderung des alten Begriffes nach außen hin kenntlich machte; aber die Schlußweisen, mit welchen man sich selbst und den Jüngern der Wissenschaft die Nothwendigkeit des Ueberganges von der alten „Zusammensetzung" zur neuen nachweist, sind deßhalb doch nicht logisch besser geworden, denn sie gründen sich immer noch auf das Axiom, daß nur die „Zusammensetzung" maßgebend sei für die Eigenschaften der Stoffe. Erst wird — in der anorganischen Chemie — gezeigt, daß es nur auf die „Zusammensetzung" ankomme, und wenn dieser Glaube durch fortwährende Wiederholung gefestigt ist, tritt man — gewöhnlich erst in der organischen Chemie — an den Beweis heran, daß die „Zusammensetzung", von welcher bisher gesprochen worden war, noch nicht die rechte „Zusammensetzung" sei, und daß es noch einer tiefer verborgene, direct gar nicht nachweisbare „Zusammensetzung" geben müsse.

So bitter dies ist, so scheue ich mich doch nicht, es auszusprechen, daß diese Beweisführung nur auf einem Spielen mit dem Worte „Zusammensetzung", auf einer unbewußten, logischen Escamotage beruht, bei welcher man eben einem Worte zwei verschiedene Bedeutungen unterlegt, ohne daß man sich dessen bewußt wird. Der Laie und der Anfänger fühlen es deutlich heraus, daß hier etwas nicht richtig sei, und daß man aus Erfahrungen nicht Dinge deduciren könne, welche über die Grenzen der Erfahrung hinausgehen, und also metaphysischer Natur sind; aber vergeblich kämpfen hellere Köpfe gegen die oben erwähnte Argumentation, denn sie scheitern daran, daß sie mit der alten „Zusammensetzung" allein nicht auszukommen vermögen (weil sie dann „isomere" Körper für identisch erklären müßten, was sie entschieden nicht sind) und gleichwohl ohne den Begriff „Zusammensetzung" mit den Erscheinungen überhaupt nichts anzufangen wissen. Der einzige Ausweg ist ihnen durch die Ehrfurcht vor dem Alten (und jetzt vielleicht erst frisch Erlernten) abgeschnitten.

Die krassen Denkfehler, welche man bei Ableitung der Nothwendigkeit von Structurtheorien begeht, sind indessen so eingelebt, daß man sie vielleicht selbst nach obiger Darlegung nicht wird anerkennen wollen; und so sei es mir gestattet, sie an einem drastischen

Beispiele bloßzulegen. Kommt ein Dorfbewohner nach Prag, so wird er (wie in anderen Städten) an den Straßenecken Tafeln mit den Namen der Gassen finden, und wird dadurch bald zu dem Inductionsschluß geführt, daß die Anzahl der Gassen durch die Anzahl der Namen gegeben sei, und daß jeder Gassenname die Beschaffenheit der Gasse eindeutig bestimme. Anderwärts dürfte er damit recht haben, aber Prag besteht eigentlich aus mehreren, dicht beisammen liegenden, ganz unabhängigen Städten, und gewisse beliebte Gassennamen wiederholen sich in diesen Städten. (Ich habe Prag als Beispiel genommen, weil mir kein ähnlicher Fall sicher bekannt ist).

Wenn wir nun den Dorfbewohner bei dieser Gelegenheit eine Probe für die Brauchbarkeit der Schlußweisen machen lassen, welche in der Chemie zur Structurtheorie geführt haben, so wird die Sache in folgender Art verlaufen: Er wird zunächst gleich die Verschiedenheit der Gassennamen nicht als eines von den vielen Criterien für Identität resp. Verschiedenheit der Gassen selbst betrachten, sondern wird dieselbe als deren einzige Ursache erklären.

Damit ist nun der entscheidende Schritt gethan, und was weiter folgt, ist allerdings vollkommen logisch. Er wird die Isomerie der Gassen entdecken, und eine Ortho-Palacký-Gasse von den Meta-, Para-, Rechts- und Links-Palacký-Gassen unterscheiden. Im Allgemeinen wird die Verschiedenheit der Gassen durch verschiedene Zusammensetzung der Namen aus Buchstaben bewirkt; da sich aber Gassen vorfinden, welche trotz verschiedener Länge, Breite, Lage etc. genau gleiche Zusammensetzung haben, so muß neben der sichtbaren Zusammensetzung der Gassen (resp. Gassennamen) noch eine unsichtbare existiren; damit ist dann bewiesen, daß man ohne Atomtheorie die Isomerie von Gassen nicht verstehen kann. Die Isomerie besteht eben darin, daß gewisse Körper, welche nach der Theorie vollkommen gleich sind, nach derselben Theorie auch verschieden sind.

Ich will noch bemerken, daß das Beispiel in einem wichtigen Punkte sehr zutreffend ist: Weil sich das Gewicht eines Stoffes aus den Gewichten jener Stoffe zusammensetzt, aus welchen er ohne Nebenproducte darstellbar ist (oder darstellbar gedacht wird), nimmt man den ganzen Körper als zusammengesetzt aus den Bestandtheilen an, gerade so wie unser hypothetischer Dorfbewohner die Zusammensetzung der Gassennamen aus Buchstaben

mit der Zusammensetzung der Gassen selbst verwechselt. Während sich die Gewichte einfach addiren, gilt dieses Schema für nahezu keine andere Eigenschaft, weder für das Volumen, noch Härte, noch Farbe etc. etc.

11. Man wird schwer bestreiten können, daß unter Chemikern im Großen und Ganzen eine gewisse Geringschätzung der speculativen Geistesthätigkeit besteht, indem man unter allen Umständen den Versuch als allein entscheidend und nothwendig ansieht. Ich bin durch meine vorangehenden Darlegungen wohl gegen den Vorwurf geschützt, daß ich den Wert des Experimentes irgendwie unterschätze, und setze mich also hoffentlich keiner Gefahr aus, wenn ich das Bestehen dieses Zuges im Denken der Chemiker constatire, und als sehr bedauerlich bezeichne. Man verkennt dabei den Umstand, daß es Wahrheiten geben kann, welche in jedem einzelnen Experiment zu Tage treten, ohne doch gesehen zu werden, wenn man voreingenommen ist, und sich stets geistig in einem ausgefahrenen Geleise bewegt. Die herrschende Theorie giebt einige wenige Thatsachen sehr gut wieder, und es ist noch nie ein einziges Experiment gefunden worden, bei welchem die Grundlehren dieser Theorie bei Zuhilfenahme der Atomhypothese versagt hätten; dagegen hat schon jeder Chemiker oft die Erfahrung machen müssen, daß er sich vergeblich um Dinge bemühte, welche nach der Theorie glänzend gehen müßten; aber solche negative Befunde zählen nicht, und es gelingt im besten Falle, Regeln aus ihnen zu formen, welche zwar zehn Mal stimmen, aber beim elften Male versagen. Daraus entspringt dann die Resignation, welche einerseits alles Theoretisiren als nutzlos verwirft, da doch nur der Versuch lehren könne, wie die Sachen stehen, andererseits aber gerade jene Theorie überschätzt, welche uns einiges Wenige lehrt, um uns gegenüber allen sonstigen Thatsachen hilflos zu machen.

Wenn wir bisher zu wenig experimentirt hätten, so könnten wir hoffen, durch ein Mehr von Erfahrungen zu besserer Einsicht zu gelangen, aber wir versinken fast in der Fluth von Thatsachen und kommen doch nicht vorwärts. An allen Ecken und Enden der Welt wird fleißig experimentirt, und es giebt wohl keinen Chemiker, welcher auch nur ein Viertel aller Publikationen lesen und behalten könnte; jede Arbeit bringt ein sorgfältig bearbeitetes Sandkörnchen zum künftigen Bau der Wissenschaft, aber aus all' den Körnchen wird kein Bau, sondern nur ein Sandhaufen, von

welchem man ruhig tausende von Körnern wegnehmen könnte, ohne daß ein namhafter Verlust entstünde.

Gerade so muß es aber sein, wenn man sich von einer Theorie leiten läßt, welche den Erscheinungen eine größere Mannigfaltigkeit zuschreibt, als sie wirklich besitzen. Wenn man zum vermeintlich bequemeren Studium ein Weichthier in der Reibschale zerstört, kann man seine Anatomie nicht mehr reconstruiren; würde man eine Pflanze vorher mit dem Microtom auf lauter mikroskopische Präparate verarbeiten lassen, so könnte man sich die Pflanze als Ganzes nicht mehr vorstellen. Wie sollen wir nun in der Chemie die Beziehungen der Präparate zu einander erkennen, wenn wir jedes einzelne Präparat für sich studiren, ohne uns darum zu kümmern, unter welchen Umständen es mit anderen gemeinsam entstehen kann, und wenn wir unser Thun und Lassen bei Herstellung dieser Körper aus anderen mißachten.

Die Stagnation in theoretischen Versuchen bringt nothwendig einen Stillstand in der Wissenschaft selbst, mögen daneben die Acten noch so sehr anschwellen; behauptet eine neue Theorie zu viel, und wird sie widerlegt, so weiß man wenigstens, daß eine Behauptung nicht wahr ist; schweigt aber die Theorie, und gestattet uns – abgesehen von einigen wenigen Grundlehren – über jede Frage zu denken was wir wollen, so ist alle Arbeit vergebens; denn bestätigt sich die Vermuthung, so ist es gut, und bestätigt sie sich nicht, so ist es auch gut. Die Theorie sitzt in den Wolken und läßt jeden Forscher glauben und vermuthen, was er will; heute sieht ein Forscher, daß er geirrt hat; morgen versucht sein Nachbar dieselbe Ansicht ebenfalls, übermorgen ein dritter etc. Wie immer der Versuch ausfalle, die Theorie bleibt unberührt – und das wissenschaftliche Wissen auch.

Neue Bücher.

Grundzüge der Psychologie von H. Ebbinghaus. Erster Band, XIV und 694 S. Leipzig, Veit & Comp. 1902. Preis M. 14.–, geb. in Halbfr. M. 16.50.

Die Art, in welcher eine junge Wissenschaft ihren Fortschritt bethätigt, hat sich zur Zeit sehr gegen früher geändert. Während sonst die Einzelarbeiten in einer langen Vorbereitungsperiode sich aufsammelten und ein Einzelgebiet nach dem anderen erhellten, worauf dann schließlich durch ein Lehrbuch plötzlich zu Tage trat, in wie hohem Grade sich bereits eine systematische Darstellung des Gesammtgebietes durchführen läßt, geht jetzt die Sache einigermaaßen den umgekehrten Weg. Die große Wirkung eines gelungenen Lehrbuches für die Vereinheitlichung und somit die Förderung der Wissenschaft ist allgemein bekannt geworden: so wird denn bei einer noch in den Anfangsstadien des Werdens befindlichen Wissenschaft bewußt oder unbewußt das Verfahren angewendet, durch lehrbuchsmäßige Zusammenfassung des Vorhandenen den Uebergang in die höhere Entwicklungsstufe zu beschleunigen.

Auf die Psychologie finden diese Bemerkungen in besonders auffallendem Maaße Anwendung. Von ihrer großen Wichtigkeit ist heute jedermann überzeugt. Ihre Auffassung als empirische Naturwissenschaft hat sich aber erst in neuerer Zeit allgemein durchgesetzt, und übereinstimmende Grundlinien ihres Bestandes sind noch nicht sicher gezogen worden. So kommt es, daß wir heute sehr zahlreiche Lehrbücher der Psychologie haben, daß aber fast jedes von ihnen in wesentlichen und entscheidenden Fragen eine andere Auffassung vertritt. Das sind die ererbten Kennzeichen, die sie von ihrer Mutter, der Philosophie, vermöge der verhältnißmäßig kurzen Zeit, in der sie selbständig geworden ist, noch mit sich herumtragen muß. Aber ihre Entwicklung zu einer Naturwissenschaft wird man daran abmessen, in welchem Maaße ihre Lehrbücher Uebereinstimmendes enthalten, unabhängig von dem Verfasser, der sie geschrieben hat.

Ein solches Ziel wird, wie man aus der Entwicklung der einfacheren Wissenschaften deutlich sehen kann, um so sicherer erreicht werden, je mehr es üblich wird, die Untersuchung der Realitäten, der aufweisbaren und meßbaren Dinge, als die erste Aufgabe der Wissenschaft anzusehen, und die daraus zu ziehenden allgemeinen Schlußfolgerungen als Ergebniß der vorausgegangenen Untersuchung an das Ende zu stellen.

Auch in der Psychologie giebt es solche Realitäten, eben die unmittelbaren psychischen Erscheinungen. Sowie über deren Eigenschaften und Zusammenhänge Einigung erzielt ist, ist auch die gesuchte übereinstimmende Grundlage in der Darstellung dieser Wissenschaft gefunden, und ihre Weiterentwicklung nimmt einen verhältnißmäßig ruhigen und gleichförmigen Gang.

Das vorliegende Lehrbuch stellt nun unzweifelhaft einen wesentlichen Fortschritt in dieser Richtung dar. Zwar enthält es auch ein einleitendes Kapitel über allgemeine Fragen, das man lieber am Ende, als am Anfange des Werkes gesehen hätte – schon um den Leser, der in diesen strittigen Dingen anderer Meinung ist, nicht von dem Studium des werthvollen Werkes abzuschrecken — alsdann aber nimmt es den zweckgemäßen naturwissenschaftlichen Weg, indem es nach einander behandelt: Bau und Functionen des Nervensystems; die einfachsten seelischen Gebilde (Empfindungen nach ihren specifischen Eigenthümlichkeiten, Empfindungen nach ihren gemeinsamen Eigenthümlichkeiten, Vorstellungen, Gefühl und Wille); allgemeinste Gesetze des Seelenlebens (Zugleichsein und Aufeinanderfolge der seelischen Gebilde, Wiederholung derselben, Zusammenhang mit Körperbewegungen).

In dem angedeuteten Rahmen findet man einen sehr großen Umfang sorgfältig analysirter und sachgemäß dargestellter Thatsachen gesammelt, wie denn das Buch durch seine empirisch-experimentelle Behandlung des Gegenstandes gerade dem Naturforscher willkommen sein wird. Die sehr reichlich bemessenen Litteraturangaben gewähren außerdem die Möglichkeit, jede der berührten Fragen bis in ihre Einzelheiten zu verfolgen, so daß das Werk seinen Zweck als Lehr- und Handbuch vortrefflich erfüllt.

Einzelne Zweifel und Beanstandungen, die sich beim Durchlesen gefunden haben, sollen hier nicht ausgeführt werden. Bei dem jugendlichen Charakter des Gebietes sind Meinungsverschiedenheiten nahezu selbstverständlich, aber in keiner Weise entscheidend für den Werth des Buches. Dies aber wird jedem von Nutzen sein, der sich wissenschaftlich mit Psychologie beschäftigt oder beschäftigen will. W. O.

Ueber Harmonie und Complication von V. Goldschmidt. IV und 136 S. Berlin, J. Springer 1901. Preis geb. M. 4.–.

Dies ist ein Buch, dem eine kurze Besprechung schwerlich gerecht werden kann. Der Verf. ist von krystallographischen Studien ausgegangen, deren Ergebnisse sich ihm in Gestalt eines sehr allgemeinen Gesetzes verdichtet haben, und er bestrebt sich, das Vorhandensein und die Wirksamkeit eben dieses Gesetzes in anderen Gebieten, zunächst dem der Töne, dann dem der Farben nachzuweisen. Er nennt sein Gesetz das der Complication; es besteht in der Krystallographie darin, daß sich die Mannigfaltigkeit einer zu einer Zone gehörenden Flächengruppe in Reihen ordnen läßt, welche folgenden Typen entsprechen:

N_0 ···	0								∞
N_1 ···	0				1				∞
N_2 ···	0		$^1/_2$		1		2		∞
N_3 ···	0	$^1/_3$	$^1/_2$	$^2/_3$	1	$^3/_2$	2	3	∞

U. S. etc.

Diese Typen stellen die nullte, erste, zweite und dritte Complication dar; höhere Typen kommen äußerst selten vor.

Während der Verf. diese Dinge für die Krystalle bereits in früheren Arbeiten entwickelt hat, wendet er sie in dem vorliegenden Werke

auf die Töne der musikalischen Harmonieen und auf die Farben an. Ihm hierbei im Einzelnen zu folgen, verbietet der Raum, zumal die Uebertragung nicht ganz einfach gelingt, sondern neue Begriffsbildungen erforderlich macht. Den Sinn, in welchem die Untersuchung geführt ist, wird man aus den nachstehenden Sätzen der Schlußbetrachtung erkennen:

„Der Geist wählt als begrifflich einheitlich die Harmonie aus, deshalb, weil sie der Empfindung nach ein Ganzes ist, und zwar ein in bestimmter Weise gegliedertes Ganzes. Der Geist der Erkenntniß wiederholt den Empfindungsvorgang und faßt ihn zum Begriff als Ganzes in seiner Gliederung. Er kann das, indem sein Organ analog arbeitet (analog entwickelt ist) wie das Aufnahmeorgan der Empfindung. Die Empfindung nimmt nun das als wohlthuend auf, was der Einrichtung des Aufnahmeorgans entsprechend ist. Diesem entsprechend zeigt sich aber das, was dem Gesetz der Complication und der harmonischen Zahlen folgt. Dies Gesetz finden wir bei den harmonischen Tönen in der Musik, und es zeigt sich, losgelöst von Empfindung und persönlicher Auswahl, als Beherrscher der Entwicklung der Krystallformen. Dort können wir es objectiv und mechanisch in seiner Reinheit studiren".

Zu dem auf diese Weise gekennzeichneten Forschungswege können wir dem Verfasser nur Glück und Erfolg wünschen. Es handelt sich hier ersichtlicher Weise um einen Theil der allgemeinen Erkenntniß, daß alle Theorie in letzter Instanz nur angewandte Mannigfaltigkeitslehre ist. Daraus ergiebt sich allerdings alsbald der weitere Anspruch, auf den Nachweis der übereinstimmenden Elemente in den verschiedenartigen Mannigfaltigkeiten der Krystallformen, Töne und Farben auch eine Untersuchung darüber folgen zu lassen, in welchen Punkten sie wieder verschiedenen Mannigfaltigkeitscharakter aufweisen. Ein derartiges Gesetz kann natürlich niemals etwas wie ein allgemeines Weltgesetz darstellen, das ist ja schon in der thatsächlichen Verschiedenheit dieser Dinge begründet. Mit der Einordnung des gefundenen Gesetzes in die gesammte Mannigfaltigkeit würde es zugleich den etwas mystischen Charakter verlieren, der ihm trotz der ernstlichen gegentheiligen Bemühungen des Verfassers noch anhaftet. W. O.

Einleitung in die Psychologie der Gegenwart von G. Villa. Nach einer Neubearbeitung der ursprünglichen Ausgabe aus dem Italienischen übersetzt von Chr. D. Pflaum. XII u. 484 S. Leipzig, B. G. Teubner 1902. Preis M. 10.–.

Wenn die deutsche Litteratur, welche eine ganze Auswahl vortrefflicher, ja klassischer Darstellungen der Psychologie besitzt, um ein weiteres Werk über diesen Gegenstand vermehrt wird, welches hierfür aus einer fremden Sprache übersetzt werden muß, so fragt man sich naturgemäß, welche Vorzüge diesem Werke den erwähnten gegenüber eigen sind. Der Uebersetzer hat nicht Anlaß genommen, auf eine derartige Rechtfertigung seiner Unternehmung hinzuweisen; die Vorrede des Verfassers giebt nur den Hinweis, daß es sich hier um eine

historisch-kritische Darstellung der Entwickelung und des gegenwärtigen Standes der Psychologie handele.

Der Berichterstatter hat leider in dem Buche selbst die Rechtfertigung der deutschen Ausgabe nicht finden können. In wenig anschaulicher und vielfach unbestimmter Sprache wird ein dürftiger Gedankeninhalt in unerträglichen Wiederholungen vorgetragen; statt eine wirklich geschichtliche Kritik durchzuführen, begnügt sich der Verfasser meist mit kurzen Werthurtheilen, die sich aus dem Verhältniß der dargestellten Lehren zu seinen eigenen Ansichten ergeben. Diese eigenen Ansichten fordern ihrerseits vielfach Kritik und Widerspruch heraus. So wird man weder mit dem Verfasser den Unterschied zwischen Physischem und Psychischem darin sehen können, daß ersteres nur quantitativer, letzteres nur qualitativer Natur ist, noch wird man (S. 420) seine Schilderung des Wesens der chemischen Vorgänge zutreffend finden. Die S. 260 oben gegebene Schilderung vom Seelenleben der Mikroorganismen überrascht ebenso durch die unbefangene Sicherheit, mit welcher höchst zweifelhafte Vermuthungen als Thatsachen behandelt werden, wie andererseits der Umstand überrascht, daß die fundamentalen Arbeiten von J. Loeb auf dem Gebiete der Psychologie der niederen Organismen überhaupt keine Erwähnung finden. So ließen sich noch viele Punkte anführen, welche Beanstandung fordern, „doch am Ende sei's genug". W. O.

Das Weltgesetz des kleinsten Kraftaufwandes in den Reichen der Natur und des Geistes, von Gustav Portig. I. Band: In der Mathematik, Physik und Chemie. XII u. 332 S. Stuttgart, M. Kielmann 1902. Preis M. 8.–.

In lebhafter Sprache, die von dichterischem Schwunge und religiöser Begeisterung sich bis zu kräftigem Ausschelten Andersdenkender abstuft, versucht der Verfasser seinen Lesern die Gesammtauffassung der Welt und des Lebens zu vermitteln, zu der er durch ein möglichst ausgedehntes Studium der verschiedenartigsten Wissenschaften gelangt ist. Es ist ein Dualismus. Er sieht diesen als eine nothwendige höhere Entwickelungsstufe des menschlichen Denkens an, welche eintritt, nachdem der Monismus alle für ihn möglichen Formen erschöpft hat. Nun wird für einen jeden unbefangenen Forscher eine dualistische Auffassung gegebenen Falls ebenso willkommen sein, wie eine monistische, wenn sie nur den Zweck einer wirksameren Bewältigung der Mannigfaltigkeit der Erfahrung erreichen läßt, und es ist daher von vornherein gegen einen solchen Versuch nichts zu sagen. Erwünscht aber wäre es für den an die geschichtlichen Erscheinungen denkenden Leser aber doch gewesen, wenn ihm eine Auseinandersetzung bezüglich des Jahrtausende alten Dualismus geboten worden wäre, der sich insbesondere in der europäischen, religiös beeinflußten Philosophie geltend gemacht hat.

Bedenken erregen aber die Denkmittel, durch welche der angestrebte Fortschritt bewirkt werden soll. Der Verfasser kennzeichnet sie selbst in folgenden Worten:

„Nun ist aber scharf zu unterscheiden zwischen der niederen Stufe des bloß logischen und der höheren Stufe des metaphysischen Denkens. Das erstere müssen alle Wissenschaften auf ihren Gebieten bethätigen, das letztere ist das Recht und die Pflicht der Philosophie ... In ihm muß ein schöpferisches Zeugen mit größter Besonnenheit, Muth mit Demuth, heldenhaft kühn sich vorwagender Flug der Phantasie mit tiefgründender Verbindungskraft der Vernunft verschmelzen. Alle Wissenschaften arbeiten rein formal nach denselben Gesetzen der Logik; aber materiell tragen sie alle, eine jede ihre Bausteine zu dem erhaben einfachen, aber göttlich stolzen Tempel der Methaphysik bei. Erst in der Metaphysik erreichen sie ihr höchstes Ziel, durch sie empfangen sie ihre volle Weihe ... Wie Gott erhaben thront über seiner Welt, so muß der Methaphysiker frei schweben über den Reichen der Natur und des Geistes ... Es ist naiv, aus sogenannter reiner Vernunft eine ganze Weltanschauung herausspinnen zu wollen; aber es ist armselig, bei einer bloß logischen Bearbeitung aller Wissensgebiete stehen bleiben zu wollen."

Gegenüber diesen Darlegungen muß der Berichterstatter bekennen, daß er kein höheres Ziel aller wissenschaftlichen, auch der philosophischen Arbeit kennt, als die Welt „bloß" logisch, d. h. intellectuell zu begreifen. Selbst wo es sich um eine „Weltanschauung" handelt, liegt für ihn keine das Gemüth betreffende Aufgabe vor, sondern eine rein verstandesmäßige. Das Gemüthsleben tritt erst in Geltung bei der praktischen Frage, wie sich der Mensch zu seinen Mitmenschen thätig und leidend verhalten will. Damit ist ein unüberbrückbarer Gegensatz zum Autor des vorliegenden Werkes gekennzeichnet, der eine weitere Erörterung von Einzelheiten zwecklos macht.

Zur Vervollständigung des Berichtes sei noch erwähnt, daß der vorliegende Band der erste des beabsichtigten Werkes ist, dem noch zwei andere folgen sollen. Der Aehnlichkeit des Titels mit bekannten Werken von Avenarius und Mach entspricht keine Aehnlichkeit des Inhaltes. W. O.

Die Philosophie der Weltmacht. Ein Entwurf von F. Selle. VI u. 74 S. Leipzig, J. A. Barth 1902. Preis M. 2.40.

Der Verfasser hat den Inhalt der vorliegenden Schrift zunächst als Leipziger Doctordissertation verwendet, indem er gewisse Gedankengänge bei Spencer und bei Nietzsche als einander ähnlich und auf den gleichen Endpunkt hinweisend, aber ihn nicht erreichend dargestellt hat. Diesen gemeinsamen Endpunkt hält er nun anscheinend für den Endpunkt, den alle Philosophie überhaupt erreichen kann; er faßt ihn folgendermaaßen:

„Rhythmus-Aesthetik ist das Axiom aller Erkenntniß, der objectiven wie der subjectiven, d. h. des Wissens wie des Denkens".

Das Wort Aesthetik wird hier in einem viel allgemeineren Sinne als gewöhnlich, etwa gleichbedeutend mit Empfindung oder Bewußt-

seinsinhalt gebraucht. Zur Erläuterung sei die vom Verfasser selbst gegebene Zusammenfassung mitgetheilt (S. 54).

„Fassen wir zunächst nochmals knapp und klar unseren kritischen Standpunkt in Bezug auf die für die Frage subjectiv-objectiv zu gebende Antwort, die für die von Spencer und Nietzsche gegebene Norm der Kritik sein soll, zusammen. Im I. Theile wurde von ästhetischen Grundlagen her die Frage aufgefaßt und gelöst, als Einheit im Rhythmus-Aesthetik-Axiom erkannt. Zunächst wurde für die Begriffe subjectiv-objectiv die Eigenschaft der ästhetischen Charakteristik, als Wissen nur, nachgewiesen, d. h. der Denkproceß dabei war, ästhetisch betrachtet, nur die Feststellung der (annähernden) Gleichheit der Wiederkehr eines ästhetischen Vorganges im Bewußtsein. Dies als Vorgang also ästhetisch betrachtet und dem Rhythmusgedanken als nur in ihm vorstellbar zugeordnet, zeigte dann die beiden Begriffe subjectiv-objectiv als rhythmische Zweiseitigkeit der höchsten Vorstellungseinheit, der Gegensatz ergab sich als ein im Fortbestehen der Kraft nothwendiger rhythmischer Wechsel zweier Qualitäten dieser Einheit, die in ihr correlativ sind: Rhythmus ist objective Erkenntniß, Aesthetik ist subjective Erkenntniß, als Erkenntniß im Ich ist aber Rhythmus gleich Aesthetik, also subjectiv, und Erkenntniß als Vorgang ist Rhythmus, also objectiv. Nun aber hebt eben diese Doppelheit des Axioms den Gegensatz auf."

Man wird dem Berichterstatter zugeben, daß die Durchsicht von fast fünf Bogen derartigen Textes weder eine leichte, noch eine heitere Sache ist, zumal eine verdächtige Stilähnlichkeit mit gewissen vor einem Jahrhundert weitverbreiteten Producten die Hoffnung auf eine faßbare Ausbeute sehr gering erscheinen lässt. Die unzweifelhafte subjective Ehrlichkeit des Verfassers und eine ebenso unzweifelhafte bohrende Entschlossenheit des Denkens, welche sich alsbald zu erkennen giebt, hat indessen den Berichterstatter bei der Arbeit willig gehalten, doch scheint ihm das Ergebniß, in schlichtes Deutsch übertragen, nicht ganz im Verhältniß zu der darauf gewendeten Arbeit und den daran geknüpften Hoffnungen zu stehen. Soviel sich hat ermitteln lassen, wird der Gedanke vertreten, daß zunächst all unser Denken durch die Erfahrung mittelst der Sinnesapparate begründet und bestimmt ist. Wird das Denken auf die zeitliche Existenz der Welt angewendet, so entstehen bei der Annahme einer Entwickelung von Ewigkeit her Schwierigkeiten insofern, als nicht angegeben werden kann, warum nicht dieser Process bereits abgelaufen ist. Diesen Schwierigkeiten entgeht man, wenn man den Entwickelungsproceß nicht einsinnig stetig, sondern rhythmisch veränderlich annimmt. Nach dem gleichen Schema lassen sich ferner alle besonderen oder einzelnen Vorgänge auffassen, wobei allerdings eine scharfe Bestimmung des Begriffes Rhythmus vermißt wird. Im Einzelnen wird dargelegt, wie sich Spencer und Nietzsche häufig in der Nähe dieser Gedankenbildung bewegen, sie aber nicht erreichen.

Ich glaube nicht, daß diese Frucht die an sie gewendete Arbeit lohnt. Die Frage, ob die Welt von jeher besteht oder einen endlichen Anfang hat, gehört zu denen, die deßhalb unbeantwortet bleiben, weil

von ihrer Beantwortung gar nichts abhängt. Denn es läßt sich nicht ein einziger realer Umstand aufweisen, der mit der Entscheidung der Frage in einem oder dem anderen Sinne eindeutig zusammenhinge, abgesehen davon, daß mehrere der in der Fragestellung benutzten Wörter von einer aufweisbaren und bestimmten Bedeutung weit entfernt sind. Somit können die hieraus gezogenen Schlußfolgerungen auch keinen sachlichen Inhalt haben, und alle auf solchen Boden wachsende Philosophie hat nur gemüthlichen, nicht intellectuellen Werth.

W. O.

Die Dogmen der Erkenntnißtheorie von Fred Bon. VIII und 349 S. Leipzig, W. Engelmann 1902. Preis M. 7.—.

Dieses Buch gehört zu den recht seltenen Erscheinungen, von denen man sagen kann, daß sie einen neuen und wichtigen Inhalt bringen, und daß sie daher eine vielleicht langsam eintretende, jedenfalls aber tiefgreifende und weitreichende Wirkung ausüben werden. Es erörtert die methodischen Grundlagen der wissenschaftlichen Arbeit und bringt dabei eine einschneidende und energische Kritik der bisherigen Bemühungen der Philosophie, auf deren Betrieb einen maßgebenden Einfluß zu gewinnen. Von dem Umstande ausgehend, daß der thatsächliche Wissenschaftsbetrieb sich nur in verhältnißmäßig geringem Grade (der Verfasser meint überhaupt nicht) durch die Vorschrift der Erkenntnißtheorie hat beeinflussen lassen, sucht der Verfasser nach der Ursache dieser Erscheinung und findet sie darin, daß die Vertreter der Erkenntnißtheorie ganz irrige Ansichten von den Aufgaben und Methoden gehabt haben, welche von der Wissenschaft thatsächlich bearbeitet und benutzt werden. Es ist also dieselbe Reaction, welche Liebig seinerzeit so lebhaft geschildert hat, als er im vielgepriesenen Baco eine Zusammenfassung der Denkmittel zu finden suchte, die ihm vielleicht unbewußt bei seiner Arbeit wesentlich und nützlich gewesen waren, und statt dieser eine Art von juristischer Procedur vorfand, die mit dem ihm erfahrungsmäßig wohlbekannten Wesen der wissenschaftlichen Forschung keinerlei Aehnlichkeit zeigen wollte.

Die Darlegungen des Verfassers gliedern sich in fünf „Abende" (die ganze Darstellung ist in der Form eines Zwiegespräches zwischen „Misodogmos", den Erkenntnißtheoretiker und „Episthemos", den Autor durchgeführt), welche nacheinander die haupsächlichsten Dogmen, bez. Irrthümer der Erkenntnißtheorie behandeln. Der erste Abend gehört dem Berkeleyschen Dogma von der Subjectivität aller Erfahrung. Es wird geltend gemacht, daß es einen „naiven Realismus" nicht giebt, sondern jeder Mensch schon sehr früh die wechselnden Erscheinungen eines Dinges von dessen constant bleibenden Antheil unterscheidet, also ein der jeweiligen Erscheinung zu Grunde liegendes „Ding an sich" annimmt, und daß ihn die Erfahrung sehr früh darüber belehrt, daß dieses Ding keineswegs vom Beschauer abhängig ist, sondern sich oft genug seinen Wünschen und Beeinflussungen widersetzt.

Der zweite Abend ist der Widerlegung des „Aristotelischen und Hume'schen Dogmas gewidmet, wonach alle Begriffe Kopieen gehabter

Sinneseindrücke seien. Es wird darauf hingewiesen, daß wir oft Worte und Urtheile verstehen und selbst fällen, ohne daß wir gleichzeitig die zugehörigen anschaulichen Vorstellungen haben. Es folgt also auf das sinnliche Erlebniß noch ein Zweites, dadurch Hervorgerufenes im denkenden Menschen, was das eigentliche Material des Denkens, des Urtheilens und Schließens, bildet.

Am dritten Abend wird das „Kant'sche Dogma“ daß wir von den „Dingen an sich“ nicht das Geringste wissen können, behandelt. Hierzu dienen die Ergebnisse des vorigen Abends, daß das Denken sich nicht nothwendig auf im Bewußtsein vorhandene Vorstellungen bezieht. Indem diese allein das Immanente, alle anderen geistigen Inhalte das Transcendente genannt werden, gelingt der Beweis, daß auch das Transcendente Gegenstand des Denkens sein kann und thatsächlich es vielfach ist.

Das „Locke'sche Dogma“ des vierten Abends bezieht sich auf den Begriff der „primären und sekundären Qualitäten“, wonach zwar erstere (Maaße, Zahl, Gestalt und Bewegung) den Dingen selbst zukommen sollen, die anderen (Farbe, Temperatur u. dergl.) dagegen rein subjectiv seien. Es wird gezeigt, daß letztere eine subjective Bedeutung (Farbenempfindung, Temperaturempfindung) haben können, daß aber in der Wissenschaft außerdem ihre objective Existenz (die entsprechenden Schwingungen etc., allgemein die vorhandenen Energieen) überall vorausgesetzt wird. Bei dieser Gelegenheit wird in sehr zutreffender Weise das Verhältniß der materialistischen Anschauung zur energetischen dargelegt und insbesondere gezeigt, daß die Vorzüge der letzteren wesentlich methodischer Natur sind.

Den Gegenstand des fünften und letzten Abends bildet das „Descartes'sche Postulat“, daß man bei allem Philosophiren nur von unmittelbar gewissen und unbezweifelbaren Grundsätzen ausgehen dürfe. Es wird sehr glücklich gezeigt, daß die „intuitive Gewißheit“ gerade das wahre Kennzeichen jedes Dogmas ist, da sie jedesmal für dessen Inhalt von den Vertretern jedes beliebigen Dogmas beansprucht wird. Hierdurch wird denn auch der Zielpunkt der ganzen Untersuchung bloßgelegt. Da die Beschaffung „absolut“ gewisser Grundsätze, die von Niemandem bezweifelt werden könnten, sich als unmöglich erweist, so bleibt nichts übrig, als nach dem Vorbilde der Wissenschaft die zur Zeit bestbewährten Sätze als richtig anzunehmen und mit ihnen zu arbeiten. Dabei bleibe man stets dessen eingedenk, daß diese Sätze sich als ungeeignet oder falsch erweisen können und dann durch angemessenere ersetzt werden müssen. Somit bestehe der Fortschritt nicht im Uebergange vom Dogmatismus zum Kriticismus, sondern vom unkritischen zum kritischen Dogmatismus.

Es ist bisher vermieden worden, kritisch oder polemisch gegen die allgemeinen Gedanken des Verfassers oder gegen einzelne Ausführungen Stellung zu nehmen. Wie aus der vorstehenden Uebersicht hervorgehen dürfte, handelt es sich um einen gedankenkräftigen und scharfsinnigen Forscher, dessen Darlegungen das Recht wohl beanspruchen können, zunächst gehört und sorgfältig bedacht zu werden, bevor man

versuchen darf, berichtigend einzugreifen. So sind einige Beanstandungen sekundärer Natur übergangen worden, damit die Leitgedanken des Werkes um so deutlicher hervortreten.

Nur einige Worte über die Darstellungsform seien noch gesagt. Der Verfasser hat die Form des Zwiegespräches gewählt, und den Beweis geliefert, daß diese viel zu wenig angewendete Darstellungsweise dem Autor nicht nur leichte Siege über künstlich hergestellte Gegner ermöglicht, sondern wirklich die Eindringlichkeit und Lebendigkeit der Gedankenführung und Darstellung im hohen Maaße zu steigern vermag. Der Berichterstatter hat eben selbst Gelegenheit, an einer Aufgabe von ganz anderer Beschaffenheit sich der Vorzüge dieser Form zu erfreuen. Aber zur Durchführung einer exakten Untersuchung, bei welcher möglichste Vollständigkeit und Geschlossenheit der Gedankenarbeit angestrebt wird, ist diese Form doch weniger geeignet, und so bleibt zum Schlusse der Wunsch übrig, der Verfasser möge die Ergebnisse seines Nachdenkens frei von polemischer Belastung in einem „System des kritischen Dogmatismus" zusammenfassen. W. O.

Der Realismus und das Transcendenzproblem. Versuch einer Grundlegung der Logik von W. Freytag. IV u. 164 S. Halle a/S., M. Niemeyer 1902. Preis M. 4.—.

Als Hauptaufgabe der Berichterstattung über philosophische und erkenntnißtheoretische Arbeiten glaube ich heute die Ermittelung und den Nachweis solcher Ergebnisse bezeichnen zu sollen, welche von den verschiedenen Forschern auf verschiedene Weise erlangt, inhaltlich sich als übereinstimmend erweisen. Bei der eigenthümlich schiefen Entwickelung, den die europäische Philosophie bisher genommen hat, wobei jeder Philosoph auf die Bildung seines eigensten „Systems" in erster Linie bedacht, vor allen Dingen sich die Kennzeichnung des „absolut" Neuen, alles Vorangegangene Beseitigenden seines Hauptgedankens angelegen sein ließ, ist es wirklich noch heute einigermaaßen schwierig, sich von der thatsächlich recht weit gehenden Uebereinstimmung der großen Mehrheit bezüglich vieler einzelner Angelegenheiten zu überzeugen. Eine ordentliche Untersuchung und Zusammenstellung solcher allgemein anerkannter Ergebnisse wäre ungefähr das verdienstlichste Werk, das heutzutage ein Philosoph unternehmen könnte.

Was man nicht gleich im Großen durchführen kann, muß man im Einzelnen anfangen. So sei denn auf die sehr bemerkenswerthe Uebereinstimmung hingewiesen, welche die vorliegende, sorgfältig und klar gearbeitete Untersuchung mit der soeben an gleicher Stelle (S. 139) angezeigten Arbeit von F. Bon erkennen läßt. Diese Uebereinstimmung besteht in der Erkenntniß, daß als unzweifelhafte Realität nur der augenblicklich vorhandene Bewußtseinsinhalt anzuerkennen ist, und daß jede Herstellung irgend eines Zusammenhanges zwischen diesem und früheren Bewußtseinsinhalten, also z. B. jede Begriffsbildung bereits ein Hinausgehen über diese Realität im engsten Sinne ist. Damit erweist sich alles Zusammenhängendmachen unserer Erleb-

nisse als transcendent, und es entsteht nur die Frage, wie dies am Besten zu bewerkstelligen ist. Der Verfasser der vorliegenden Untersuchung entscheidet ebenso wie F. Bon die Frage dahin, daß die Annahme einer wirklichen Außenwelt allen anderen möglichen Annahmen vorzuziehen ist, und zwar aus den beiden Gründen:

1. „Der Realismus bietet gegenüber den antirealistischen Standpunkten ein harmonisches und widerspruchsfreies Weltbild dar, er allein ermöglicht die Wissenschaft.

2. Wer einen einigermaaßen regelmäßigen oder gar einen lückenlosen Kausalzusammenhang der Welt annimmt, muß auch die Existenz und Erkennbarkeit der Außenwelt annehmen."

Dem Naturforscher wird dieser Standpunkt durchaus sympathisch sein, und ebenso die hinzugefügte Bemerkung, daß diese „Beweise" des Realismus nicht absolut sind, sondern auf bestimmten Voraussetzungen beruhen. Dagegen erscheinen die alsbald eintretenden Erörterungen gegen die Motivirung dieser Auffassung als der zweckmäßigsten nicht recht begründet. Der Hinweis auf die Zweckmäßigkeit soll ja kein Beweis für den Realismus sein, sondern nur eine Rechtfertigung seines Gebrauches; auch stellen die in Mach's Sinne denkenden Forscher die realistische Auffassung nicht als die „absolut" zweckmäßigste hin, sondern sind bereit, jede andere vorgeschlagene Auffassung in Bezug auf ihre Zweckmäßigkeit zu prüfen. Gerade die Zweckmäßigkeit aber, d. h. die Eignung zu erfolgreicher Ordnung der Erlebnisse im Sinne der Erhaltung und Förderung der eigenen Existenz wird an der Realität im engsten Sinne, d. h. dem augenblicklichen Erlebnisse geprüft.

Doch vielleicht handelt es sich hier um ein Mißverständniß. Freuen wir uns der vorhandenen Uebereinstimmung und sehen wir sie als einen hoffnungsreichen Anfang weiterer gedeihlicher Gesammtarbeit an!

W. O.

The Varieties of Religious Experience, a study in human nature. Being the Gifford lecture on natural religion, delivered at Edinburgh in 1901 – 1902 by William James. XII u. 534 S. Longmans, Green & Co., London u. Bombay 1902.

In seiner wohlbekannten lebhaft-eindringlichen Weise, unterstützt durch ein ungemein reiches und mannigfaltiges Beobachtungsmaterial aus den verschiedenartigsten Quellen, schildert der geistvolle amerikanische Psycholog die Erscheinungen des religiösen Seelenlebens, unterwirft sie der nothwendigen klassifikatorischen Vorbehandlung, ohne die ihre wissenschaftliche Bearbeitung unausführbar wäre, und erzielt in Beziehung auf ihre Deutung bereits eine Anzahl erheblicher Fortschritte. Es gewährt ein ganz besonderes Interesse, diese Erscheinungen der religiösen Erweckung, der mystischen Verzückung, des Standes der Gnade, und wie die verschiedenen Phasen der religiösen Erfahrung sonst heißen mögen, aus ihrer gewohnten einzigartigen Stellung hineingehoben zu sehen in die Reihe der naturwissenschaftlich zu begreifenden

Thatsachen, und die große und regelmäßige Gesetzmäßigkeit zu erkennen, welche sich in diesen anscheinend persönlichsten Erfahrungen geltend macht. Durch die Zusammensetzung seiner Zuhörerschaft, die zu einem großen Theile aus „positiven" Christen bestand, sind dem Verfasser bestimmte Rücksichtnahmen nahegelegt worden. Der Berichterstatter möchte besonders hervorheben, daß diese nirgend zu einer Abschwächung der kritisch-wissenschaftlichen Methode geführt haben, die der Verfasser bei seinen Untersuchungen eingehalten hat; vielmehr gewährt es einen besonderen Reiz, die geistvolle Freiheit zu beobachten, mit welcher der Verfasser auf dem engen Wege, der durch diesen Umstand bedingt war, zu seinem Ziele zu gelangen weiß.

So haben wir es mit einem ungemein fesselnden und werthvollen Beitrage zur Lehre von der Collectivpsyche zu thun; das Buch ist „interessant" im allerbesten Sinne. W. O.

Die Mutationstheorie. Versuche und Beobachtungen über die Entstehung der Arten im Pflanzenreich von H. de Vries. Zweiter Band, die Bastardirung. I. Lieferung, 240 S. Leipzig, Veit & Comp. 1902. Preis M. 8.—.

Von dem wichtigen Werke, dessen erster Band bereits (I., S. 99) angezeigt worden ist, liegt nunmehr die erste Lieferung des zweiten Bandes vor. Abgesehen von dem rein biologischen Interesse, welches den mitgetheilten Untersuchungen zukommt, besteht auch noch ein wissenschaftlich methodisches, da sich hier die Theorie der biologischen Einheiten auseindergesetzt findet, durch deren Hilfe der Verfasser eine exacte Bestimmung des Begriffes der Vererbung und der Aehnlichkeit zu erlangen bestrebt ist. W. O.

Populär-wissenschaftliche Vorlesungen von E. Mach. Dritte Auflage. X u. 403 S. Leipzig, J. A. Barth 1903. Preis 6.—.

Nachdem 1896 die erste deutsche Ausgabe dieser Vorlesungen veranstaltet worden war (englisch sind sie bekanntlich früher erschienen), haben sie eine erfreulich schnell zunehmende Verbreitung in Deutschland gefunden, und die inzwischen nothwendig gewordene dritte Auflage ist ein sprechendes Zeugnis dafür, in welchem Maße sich die Denkweise ihres berühmten Verfassers gegenüber den vorhanden gewesenen Zeitströmungen Bahn gebrochen hat. Ebenso wie einem anderen Bahnbrecher, W. Hittorf, ist es Mach beschieden, an seinem Lebensabend noch die Saat reichlich aufgehen zu sehen, die er während seiner heißen Arbeitstage anscheinend unter die Dornen hat säen müssen. Dies ist eine erfreuliche Seite an der Schnelligkeit unserer Zeit; noch vor fünfzig Jahren wäre ein so geschwind sich vollziehender Umschwung nicht zu erwarten gewesen. Und auch für den, der heute noch mit dem Bewußtsein, etwas Werthvolles zu vertreten, um Anerkennung und Wirkung ringen muß, sind solche Ereignisse eine Stärkung und Erfrischung in dem ermüdenden Einerlei der Tagesarbeit.

Für diejenigen unserer Leser, welche das Büchlein noch nicht kennen, sei der letzte Satz des letzten Vortrages (über Orientirungsempfindungen) angeführt.

„Ich glaube heute, nachdem ich mich an mancher Frage oft und vergebens versucht habe, nicht mehr, daß man die Probleme nur so übers Knie brechen kann. Allein ein „Ignorabimus" würde ich doch nicht für den Ausdruck der Bescheidenheit halten, sondern eher für das Gegentheil. Richtig angebracht ist dasselbe nur gegenüber verkehrt gestellten Problemen, die also eigentlich keine Probleme sind. Jedes wirkliche Problem kann und wird bei genügender Zeit gelöst werden, ohne alle übernatürliche Divination, ganz allein durch scharfe Beobachtung und umsichtig denkende Erwägung." W. O.

Die Grundsätze und das Wesen des Unendlichen in der Mathematik und Philosophie von K. Geißler. VIII und 417 S. Leipzig B. G. Teubner 1902. Preis M. 14.—.

Der Verfasser hat sich bestrebt, das mit dem Unendlichkeitsbegriff in die Mathematik eingeführte schwierige Problem in möglichst klarer, auch dem Nichtmathematiker verständlicher Form zu behandeln. Als wichtigstes Hilfsmittel hierzu dient ihm der Begriff der Behaftung, insbesondere der Weitenbehaftung. So ist es eine alte Frage, ob die unendlich große Zahl von Punkten, die man in einer gegebenen Geraden annehmen kann, bei gleich großen Geraden gleich sei oder nicht. Der Verfasser beantwortet sie dahin, daß die Unendlichkeit der Punkte in einer Geraden unbestimmt ist, und daher auch die Frage es ist. Man kann eine gegebene Gerade mit beliebig vielen Punkten „behaften", also auch mit beliebig verschiedenen Punkt-Unendlichkeiten. Ebenso kann man jeden räumlichen Begriff mit einer endlichen oder unendlichen Weite behaften; es ist dann nur erforderlich, die Beziehungen zwischen diesen Behaftungen zu ermitteln (d. h. so festzustellen, daß ein widerspruchsfreies System entsteht.)

Der Berichterstatter kann es sich nicht zur Aufgabe machen, dem Verfasser auf seinen Gedankenwegen durch das ganze umfangreiche Werk zu folgen, welches nach einem mathematisch-geometrischen Theile einen geschichtlich-philosophischen bringt. Unzweifelhaft ist die große Gewissenhaftigkeit und Hingabe, mit welcher der Verfasser seine Aufgabe bearbeitet hat; doch tritt der Eindruck des Ringens mit dem Problem weit mehr in den Vordergrund, als das Gefühl seiner Bewältigung. Vielleicht würde eine energische Weiterbildung des Behaftungsbegriffes zu größerer Geschlossenheit der Darstellung geführt haben. Es wäre dann das Willkürliche oder Freie im Begriff des Unendlichen vielleicht noch mehr zu Tage getreten, derart, daß dieses überall nichts Wirkliches darstellt, sondern ein logisch-mathematisches Gebilde, dessen Gestaltung davon abhängt, welche von den im Endlichen geltenden Gesetze man beibehalten, und welche man aufgeben will. Dies müßte dann aber auch von vornherein ausgesprochen und für die Entwickelung verwerthet werden. W. O.

Ueber Inhalt und Gebiet der Geometrie.

Von

Hermann Laudahn.

I. Einleitung.

1. Zunächst sei eine Definition der Geometrie gegeben, dann sei diese Definition erläutert, darauf sie vertheidigt und schließlich untersucht, wie sich die verschiedenen streitenden geometrischen Richtungen zu ihr verhalten, ob sie ihr entsprechen wollen und ob sie es thun.

Geometrie ist die Wissenschaft von der Beschaffenheit des logisch möglichen rein Räumlichen. — Wenn nun in dieser Definition von rein Räumlichem gesprochen wird, so soll damit angedeutet sein, daß die Geometrie, sofern sie es nicht bloß mit Raum überhaupt, sondern mit räumlichen Gebilden zu thun hat, sich doch nur mit rein räumlichen — nicht mit stofflich räumlichen — Gebilden beschäftigt. Ein rein räumliches Gebilde aber ist ein solches, das vollständig bestimmt ist, wenn man dessen räumliche Größe und Form bestimmt hat; ein stofflich räumliches Gebilde dagegen ein solches, zu dessen vollständiger Bestimmung noch die Bestimmung einer Qualität gehört, die sein rein Räumliches ausfüllt. — Ferner — was ist unter einem „logisch möglichen rein Räumlichen" zu verstehen? Ein solches, dessen Idee nicht widersinnig ist. Eine widersinnige Idee, die als solche eines räumlichen Gebildes gedacht wird, ist also Idee eines unmöglichen räumlichen Gebildes, d. h.: sie ist nicht die Idee eines räumlichen Gebildes, sondern wird nur als solche gedacht, sie bezieht sich nur ihrer Meinung nach — nur in der Weise des Meinens, nur vermeintlich — auf eine bestimmte Art räumlicher Gebilde, während sie sich eigentlich nicht darauf bezieht, weil es eben räumliche Gebilde der gemeinten Art nicht geben kann. So ist die Idee „viereckiger Kreis" eine

solche, mit der ein räumliches Gebilde gemeint ist, aber kein mögliches, da die Idee widersinnig ist, und sie ist es, weil in dem determinativen Gefüge „viereckiger Kreis" der Sinn des einen Wortes zum Sinn des anderen in Widerspruch steht, denn was viereckig ist, ist eben kein Kreis.[1]

Ist nun die gegebene Definition nicht zu eng? Andererseits — ist sie nicht zu weit? Betrachten wir zunächst diese beiden Fragen in Hinsicht darauf, daß das Gebiet der Geometrie als das des „logisch möglichen rein Räumlichen" festgestellt wird. Da ist denn nun die erstere Frage zu verneinen. Zwar — widersinnige Ideen von Räumlichem können in einer Hinsicht Gegenstand der geometrischen Wissenschaft sein, nämlich dann, wenn sie daraufhin untersucht werden sollen, ob sie widersinnig sind oder nicht, aber eine solche Untersuchung soll doch eben nur feststellen, ob eine Idee zur Erlangung eigentlich geometrischer Erkenntniß brauchbar sei oder nicht, und daher ist in einer solchen Untersuchung die Idee noch nicht Gegenstand eigentlich geometrischer Erkenntniß. Gegenstand einer solchen Erkenntniß kann nur logisch mögliches Räumliches sein, denn nur von solchem richtig abgeleitete Sätze sind in allen Fällen wahr und dürfen deshalb in einer Theorie, die berechtigten Anspruch auf Zustimmung, auf wissenschaftliche Anerkennung haben soll, verwendet werden. Denn wollte man z. B. die Idee „viereckiger Kreis" in das Gebiet der Geometrie aufnehmen, den viereckigen Kreis also zum Ableitungsgegenstand geometrischer Lehren machen, so müßte dann auch der ganz richtig abgeleitete Satz: „es kann etwas zugleich viereckig und auch nicht viereckig sein", geometrisch berechtigt sein. Doch — eine solche „Geometrie" wäre keine Wissenschaft. — Wir wenden uns nun zur zweiten der beiden obigen Fragen; also: „ist die Definition nicht zu weit?" Auch hier ist zu verneinen. Logisch mögliche geometrische Gebilde sind geeignet, Gegenstand eigentlich geometrischer Erkenntniß zu sein, ist das aber der Fall, dann wäre es auch wissenschaftlich ungerechtfertigt, irgend welche von ihnen aus dem Gebiet der Geometrie ausschließen zu wollen. — Endlich trifft aber auch die Bestimmung, daß die Geometrie die Wissenschaft von der Beschaffenheit des logisch möglichen

[1] Es ist vielleicht nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, daß das weder eine Definitive noch ein Axiom noch etwa gar ein Beweis sein soll. Ich wollte natürlich nur ein auch auf nichteuklidischer Seite als widersinnig anerkanntes Beispiel einer widersinnigen Idee, in der Räumliches gemeint ist, geben.

rein Räumlichen sei, denn dadurch wird — wie es erforderlich ist — sowohl die psychologische Untersuchung über den Ursprung der Raumvorstellung als die metaphysische über die Existenz oder Nichtexistenz eines von aller Wahrnehmung unabhängigen Weltraumes an sich von der Geometrie ausgeschlossen; dagegen wird nicht die Untersuchung des thatsächlichen Räumlichen nach seiner rein räumlichen Seite hin ausgeschlossen, denn das Thatsächliche ist allemal auch ein logisch Mögliches. Allerdings ist die „theoretische" oder „nomologische"[1] Geometrie, die sich rein mit gedanklich construirten räumlichen Gebilden beschäftigt und die geometrischen Gesetze aufstellt, zu unterscheiden von der „ontologischen" Geometrie, die die empirische Welt rein räumlich untersucht.

2. Ueber das Verhältniß der Euklidischen Geometrie zu unserer Definition ist nun zu sagen, daß jene Geometrie dieser Definition nicht gemäß ist. Die Euklidische Geometrie unterläßt es, uns eine bestimmte, überall durchgeführte Scheidung des logisch Möglichen vom Unmöglichen zu geben. Das ist ein Mangel, dessen Abstellung gefordert werden muß, wenigstens so lange gefordert werden muß, bis die Unmöglichkeit, dieser Forderung zu genügen, bewiesen ist. An einem solchen Beweis fehlt es jedoch der Euklidischen Geometrie, sie beweist nicht, daß ihre „Axiome" unbeweisbar sind, sondern stellt sie nur als unbeweisbar und des Beweises nicht bedürftig auf. Aber das ist unzulässig, so lange die „Axiome" nicht bewiesen sind, sind sie eben des Beweises bedürftig.

3. Die nichteuklidische Geometrie will ausdrücklich alles logisch mögliche Räumliche in ihr Gebiet aufnehmen, sie weist ebenso entschieden alles Widersinnige ab; ihrer Tendenz nach stimmt sie also durchaus mit unserer Definition überein. Nun wäre zu untersuchen, ob die nichteuklidische Geometrie — so wie sie bisher ausgeführt worden ist — ihre Aufgabe löst, und ob sie ihrem Verfahren nach überhaupt dazu geeignet ist. Da ist zunächst zu bemerken, daß als „nichteuklidische Geometrie" sehr Verschiedenes bezeichnet wird, einerseits nämlich Geometrie, die ihrem Inhalt nach „antieuklidische", andererseits solche die (hinsichtlich ihres Inhaltes, nicht ihrer Methode) besser „erweiterte Euklidische Geometrie" zu nennen wäre. Die letztere ist die

[1] Ueber „nomologische" und „ontologische" Wissenschaft: Husserl, Logische Untersuchungen, Erster Teil (Halle a. S. 1900), S. 234 f.

gegenwärtig bei den Mathematikern herrschende, mit ihr wollen wir uns nun beschäftigen. Zunächst — wie verhält sich diese „nichteuklidische“ Geometrie zu den „Axiomen“ der Euklidischen? Nun, einerseits giebt sie den Axiomen einen Sinn, bei dem man doch wohl mit Recht von Mißdeutung reden kann, andererseits macht sie jene zu Charakterisirungssätzen. So sollen das Axiom von der Geraden, das Parallelen- und das Congruenzaxiom zusammen die Ebene charakterisiren. In diesem Sinne sagt Helmholtz: „Diese drei Axiome sind also nothwendig und hinreichend, um die Fläche, auf welche sich die Euklidische Planimetrie bezieht, als Ebene zu charakterisiren, im Gegensatz zu allen anderen Raumgebilden zweier Dimensionen.“[1] Hierauf könnte Euklid etwa sagen: „Sonderbar, höchst sonderbar! Hat man im 19. Jahrhundert wirklich geglaubt, daß ich, wenn ich Planimetrie trieb, dabei Geometrie auf einer beliebigen Fläche und nicht nur auf der Ebene treiben wollte? Hat man wirklich geglaubt, daß sich mein Parallelenaxiom auf alle Flächen oder irgend eine unebene Fläche und nicht nur auf die Ebene beziehen sollte? Hatte man im 19. Jahrhundert wirklich noch von der nichteuklidischen Geometrie Belehrung darüber nöthig, daß meine Planimetrie Geometrie auf der — Ebene sei?“ In der That, die von Helmholtz vertretene Richtung der nichteuklidischen Geometrie mißdeutet erst die Euklidische Geometrie, nimmt sie aber dann mit allen ihren Mängeln in sich auf. So entzieht die erweiterte Euklidische Geometrie scheinbar dem Parallelenaxiom seinen Charakter als Axiom, als unbewiesene und doch (vermeintlich) gewisse Behauptung, indem sie es zu einem bloßen Charakterisirungssatz für die Ebene macht. Wie nun aber, wenn sich die „Ebene“ auch ohne dies „Axiom“ ausreichend charakterisieren ließe? Dann würde es wieder zu einem eigentlichen Axiom — oder vielmehr, es würde wieder zu einer unbewiesenen Behauptung, es wäre dann dafür also doch wieder ein Beweis zu fordern, denn es müßte dann doch wieder gefragt werden, ob auf der Ebene sich zwei gerade Linien immer so verhalten, wie es das Parallelenaxiom angiebt. Nun ist aber in der That die ausreichende Charakteristik der Ebene von jenem vergeblichen Axiom unabhängig. Denn — die kürzeste Linie in der Ebene, die Gerade, ist verschieden von den kürzesten Linien der Flächen beliebigen

---

[1] Vorträge und Reden, 4. Auflage, 2. Band, S. 15.

(von O verschiedenen) Krümmungsmaßes, ist verschieden von den — auch wieder unter sich ungleichen — krummen kürzesten Linien. Das wird auch von nichteuklidischer Seite zugegeben; so sagt Helmholtz: „Jene Flächenwesen würden ferner auch kürzeste Linien in ihrem flächenhaften Raume ziehen können. Das wären nicht nothwendig gerade Linien in unserem Sinne, sondern was wir nach geometrischer Terminologie geodätische Linien der Fläche, auf der jene leben, nennen würden, Linien, wie sie ein gespannter Faden beschreibt, den man an die Fläche anlegt, und der ungehindert von ihr gleiten kann."[1] — Wäre nun — und es ist ja wirklich so — die kürzeste Linie der Ebene die kürzeste überhaupt, so wäre dann auch die Ebene völlig ausreichend charakterisirt bezw. definirt, wenn man sagt: Eine Ebene ist eine Fläche, in der überall, also zwischen zwei beliebigen Punkten, die kürzeste Linie auch die überhaupt kürzeste ist. Dagegen kann man z. B. zwei beliebige Punkte einer Kegelfläche nicht durch eine Gerade, eine überhaupt kürzeste, so verbinden, daß diese Gerade nun auch in die Fläche fällt. Ist aber die Ebene durch die ihr eigenthümliche kürzeste Linie in der angegebenen Weise genügend charakterisirt, dann wird es also auch wieder zu einem geometrischen Problem, ob in der Ebene nicht doch zwei gerade Linien parallel sein können, wenn sie auch mit einer dritten innere konjugirte Winkel von einer kleineren Summe als der von zwei rechten Winkeln bilden. Nimmt man nun an, das sogenannte Parallelenaxiom sei auf der Ebene nicht erfüllt, so erhält man antieuklidische Geometrie. Diese ist — wenigstens als Versuch — so lange berechtigt, bis ihre Widersinnigkeit dargethan ist. Die antieuklidische — Lobetschewsky'sche — Geometrie steht aber in contradictorischem Gegensatz nicht nur zur eigentlichen Euklidischen, sondern auch zur nichteuklidischen Riemann-Helmholtz'scher Richtung.[2] Wir haben so zweierlei nichteuklidische Geometrie, und die eine verhält sich zur anderen in der Weise, daß wir die eine verwerfen müssen, wenn wir die andere als richtig annehmen. Soll nun hier eine Entscheidung getroffen werden, so muß entweder das sogenannte Parallelenaxiom bewiesen werden, oder es muß bewiesen werden, daß jenes „Axiom" nicht wahr ist.

---

[1] a. a. O. S. 8.

[2] Nimmt man die Lobetschewsky'sche Geometrie nicht als ebene sondern als pseudosphärische, so besteht freilich jener Gegensatz nicht.

Hierauf kann man nun erwidern: die nichteuklidische Geometrie sei doch nicht wissenschaftlich genöthigt, die gerade Linie als „kürzeste überhaupt" zu definiren, die Gerade könne doch auch definirt werden als „kürzeste Linie einer Fläche, auf der das Parallelenaxiom erfüllt ist;" ergäbe sich dann von der in letzterer Weise definirten Linie, daß sie auch die überhaupt kürzeste sei, so sei dann die oben gestellte Forderung erfüllt, ergäbe es sich nicht, dann schade es nichts, denn mit der Voraussetzung jener Forderung komme auch diese selbst in Wegfall, man brauche eben gar nicht die Ebene — wie es vorhin geschehen — von der Geraden aus, man könne auch die letztere von der ersteren aus definiren. Das ist zugegeben. Aber damit ist die Sache nun doch nicht erledigt, vielmehr ist das Problem nur verschoben, denn nun ist — gemäß unserer Definition der Geometrie — die Frage zu stellen, ob eine „Fläche, auf der das Parallelenaxiom erfüllt ist", logisch möglich sei oder nicht. Die neuere nichteuklidische, die erweiterte Euklidische Geometrie, sieht ihre Idee der Ebene als widerspruchslos an — und hat darin ja auch durchaus Recht; aber hier kommt es doch gar nicht darauf an, ob diese Geometrie in diesem Falle Recht hat, sondern darauf, ob sie beweist, daß sie es hat. Sehen wir im Folgenden zu, wie es damit steht.

Die Vertreter der analytisch behandelten nichteuklidischen Geometrie glauben, die logische Möglichkeit eines bestimmten Räumlichen sei erwiesen, wenn man eine arithmetische Formel habe, die man als die jenes bestimmten Räumlichen deuten könne. Wie verhält es sich damit? Auf ein Quadrat, ein gleichseitig rechtwinkeliges Viereck, kann die Formel „x^2" als dessen Ausdruck bezogen werden, und zwar in bestimmter Weise, nämlich so, daß „$\sqrt{x^2}$" oder „x" Ausdruck für die Seite des Quadrates in der Weise ist, daß, wenn man für x die Zahl von bestimmten Längenmaßeinheiten der Seite setzt, diese Zahl bei Multiplikation mit sich selbst die Zahl der entsprechenden (quadratischen) Flächenmaßeinheiten des Quadrates ergiebt. Kann nun „x^2" in der angegebenen Weise geometrisch gedeutet werden, so folgt daraus doch noch nicht, daß nun die Idee des Quadrates auch widerspruchslos sei, daß ein Quadrat logisch möglich sei, denn die Erkenntniß, daß x^2 Ausdruck eines Quadrates sein kann, ist nur abhängig von der Erkenntniß dessen, was in der Idee des Quadrates gesetzt ist, nicht aber abhängig von der Erkenntniß der

Widerspruchslosigkeit dieser Idee. So wenig nun die Formel „x^2“ für die logische Möglichkeit des Quadrates beweist, so wenig die Formeln „x^4“ oder „$x^2+y^2+z^2+t^2=R^2$“ für die logische Möglichkeit des vierdimensionalen Raumes. Sodann — daß „x^4“ als Zeichengefüge und als arithmetischer Ausdruck widerspruchslos ist, daß es ferner als Ausdruck eines vierdimensionalen räumlichen Gebildes aufgefaßt werden kann, beweist so wenig für die Möglichkeit eines solchen Gebildes, wie die Widerspruchslosigkeit des Wortgefüges „viereckiger Kreis“ für die Möglichkeit eines viereckigen Kreises. Wenn man darauf verzichtet, das Wort „Kreis“ in seiner streng geometrischen Bedeutung zu nehmen, ihm vielmehr den Sinn giebt, den es hat, wenn man von „Landkreis“ oder „Stadtkreis“ spricht, dann kann man auch mit Recht sagen, daß die Idee eines viereckigen Kreises durchaus nicht widersinnig sei, ebenso — wenn man die Formel „$x^2+y^2+z^2+t^2=R^2$“ rein arithmetisch auffaßt, so ist sie weder selbst widersinnig, noch bezieht sie sich auf etwas Widersinniges. Ob das Letztere dagegen auch der Fall ist, wenn man die Formel als solche eines vierdimensionalen Raumes auffaßt, das darf man so lange als fraglich bezeichnen, bis die logische Möglichkeit eines solchen Raumes erwiesen oder — widerlegt ist. Wenn man weiß, was man mit jener Formel geometrisch meint, wenn man weiß, was man mit „vierdimensionaler Raum“ meint, so beweist das so wenig für die logische Möglichkeit des Gemeinten, wie wenn man weiß, was man mit „viereckiger Kreis (im streng geometrischen Sinn)“ oder mit „hölzernes Eisen“ meint, auch in den letzteren Fällen muß man ja wissen, was gemeint ist, um überhaupt entscheiden zu können, ob Widersinn vorliegt oder nicht. Die Möglichkeit des Meinens verbürgt eben nie die Möglichkeit des Gemeinten. — Nun sagt Helmholtz bei Empfehlung der analytischen Methode als der besten und maßgebenden: „Die ganze Ausführung der Rechnung ist eine rein logische Operation; sie kann keine Beziehung zwischen den der Rechnung unterworfenen Größen ergeben, die nicht schon in den Gleichungen, welche den Ansatz der Rechnung bilden, enthalten ist.“[1] Darauf ist zu erwidern, daß die „Gleichungen, welche den Ansatz der Rechnung bilden“, doch nicht über alle Prüfung erhaben sein können, und daß die Prüfung auch nicht bloß sich darauf be-

[1] a. a. O. S. 7.

ziehen darf, ob die Formel etwa nach Analogie mit anderen richtig gebildet ist, ob sie geeignet ist, das zu sein, was sie sein soll: rechnerischer Ausdruck dieses oder jenes — in der Idee — bestimmten Räumlichen, denn es genügt — wie gezeigt — nicht, eine Formel für den vierdimensionalen Raum zu haben, man muß dazu auch noch den Beweis haben, daß diese Formel als solche des vierdimensionalen Raumes auch sich auf etwas logisch Mögliches bezieht. — Aber, wenn man von „viereckigen Kreis" spricht, so merkt man doch den Widersinn sofort, was dagegen nicht der Fall ist, wenn man von „vierdimensionalen Raum" spricht; ist das nicht Beweis genug, daß der vierdimensionale Raum logisch möglich ist? Nun, wenn man den Satz: „Was man auf den ersten Blick — was man ohne sachlich genügende Untersuchung — nicht sieht, das ist nicht da" zur wissenschaftlichen Norm machen will, dann kann man ja auch einen solchen „Beweis" für logische Widerspruchslosigkeit gelten lassen. Aber das ist die Absicht der nichteuklidischen Mathematiker gewiß nicht, eine solche Norm und einen solchen Beweis anerkennen zu wollen.

4. Auch die nichteuklidische Geometrie leistet also nicht das, was sie leisten will und soll, sie bestimmt nicht das Gebiet des geometrischen logisch Möglichen, sie hat somit auch keinen theoretischen Vorzug vor der Euklidischen Geometrie. Soll nun die Geometrie ihrer Definition genügen, so ist also noch Folgendes zu thun: erstens ist zwischen der Euklidischen und der antieuklidischen Geometrie die Entscheidung zu treffen, diese Entscheidung bestimmt dann — freilich noch nicht vollständig — den Inhalt der geometrischen Lehrsätze, den Inhalt der Geometrie; ist dieser etwa im Euklidischen Sinn bestimmt, so ist dann zweitens zwischen der eigentlichen (engeren) und der erweiterten Euklidischen Geometrie zu wählen, wobei dann das Gebiet der Geometrie — und also auch über den Inhalt vollständig — bestimmt wird.

II. Vorbereitung zum Beweisgang.

5. Was logisch unmöglich ist, das kann auch nicht da sein, nicht existiren;[1] ist also ein räumliches Gebilde gegeben und ist erkennbar, daß es gegeben ist, so ist auch erkennbar, daß es möglich ist. Wie kann nun aber erkannt werden, daß etwas da

[1] Man lese hierfür noch: Husserl, Logische Untersuchungen, Zweiter Theil (Halle a. S. 1901), S. 671 ff.

ist? Durch Anschauung! Aber nur durch solche, die das Angeschaute nicht anders auffaßt, als es an sich ist, sondern so und nur so, wie es ist. Eine solche Anschauung will ich „aufnehmende“ nennen; eine Anschauung dagegen, in der das Gegebene umdeutend aufgefaßt, in der durch die Anschauung für dieselbe das Gegebene zu etwas anderem gemacht wird als es eigentlich ist, sei als „umdeutende“ bezeichnet. Ferner sei das, was in aufnehmender Anschauung adäquat, in umdeutender inadäquat aufgefaßt wird, als „Präsentationsinhalt“ bezeichnet. Ein Sinneseindruck z. B. ist an sich ein Präsentationsinhalt, ein im Akt der Anschauung gegenwärtiger Inhalt eines „Bewußtseins“,[1] wird er aber als „erscheinendes Ding“ oder dessen „Oberfläche“ aufgefaßt, so findet umdeutende Anschauung statt. Wenn ich also die Oberfläche einer Kugel anschaue, so fasse ich im Akt der Anschauung etwas als Kugeloberfläche auf, das gar nicht Kugeloberfläche ist, denn mein Präsentationsinhalt, den ich — instinktiv — als Kugel bezw. Kugelfläche anschaue, ist eben weder eine Kugel noch etwas an einer solchen, sondern wird nur so angeschaut, aufgefaßt. Dies wird freilich vielfach verkannt. „Nicht selten mengt man beides, Farbenempfindung und objective Farbigkeit des Gegenstandes zusammen. Gerade in unseren Tagen ist eine Darstellung sehr beliebt, die so spricht, als wäre das Eine und Andere dasselbe, nur unter verschiedenen „Gesichtspunkten und Interessen“ betrachtet; psychologisch oder subjectiv betrachtet, heiße es Empfindung, physisch oder objectiv betrachtet, Beschaffenheit des äußeren Dinges. Es genügt hier aber der Hinweis auf den leicht faßlichen Unterschied zwischen dem objectiv als gleichmäßig gesehenen Roth dieser Kugel und der gerade dann in der Wahrnehmung selbst unzweifelhaften Abschattung der subjectiven Farbenempfindungen — ein Unterschied, der sich in Beziehung auf alle Arten von gegenständlichen Beschaffenheiten und die ihnen correspondirenden Empfindungscomplexionen wiederholt, und der nur in Grenzfällen auszugleichen ist.“[2]

Die umdeutende Anschauung wurde eine „inadäquate“ genannt; in jedem Falle ist sie es aber nur in Hinsicht auf den

[1] Ueber die Vieldeutigkeit des Terminus Bewußtsein: Husserl, Logische Untersuchungen II, S. 324 ff. Gemeint ist hier „Bewußtsein“ in dem von Husserl zuerst angeführten Sinne.

[2] Husserl, Logische Untersuchungen II, S. 327; man lese dazu auch das hierauf Folgende und die Beilage, besonders S. 705–708.

Präsentationsinhalt, in anderer Hinsicht dagegen können wir auch bei der umdeutenden noch wieder adäquate und inadäquate Anschauung unterscheiden. Wenn ich nämlich einen Präsentationsinhalt als gegenwärtige, vor mir stehende Person anschaue, so ist nun doch noch die Frage berechtigt, ob diese Auffassung richtig ist oder nicht, ob mir in der Anschauung wirklich eine Person erscheint, oder ob es nur so scheint, als erschiene sie mir, ob es sich bei mir also um eine Hallucination handelt oder nicht. Wie man nun dazu kommen kann, diese Frage wissenschaftlich zu beantworten, wie es ferner möglich und genauer darzustellen ist, daß etwas — etwa eine Person — durch etwas anderes — einen als erscheinende Person aufgefaßten Präsentationsinhalt — erscheinen kann, braucht hier nicht erörtert zu werden, gehört auch nicht hierher, wir müssen uns an dieser Stelle mit dem Hinweis auf den verschiedenen Sinn, in dem man von „adäquater Anschauung" reden kann, begnügen.

Was nicht da ist, kann auch nicht Gegenstand adäquater Anschauung sein, kann also von etwas erkannt werden, daß es Gegenstand adäquater Anschauung ist, so kann auch erkannt werden, daß es da ist. Eine solche Erkenntniß ist aber nur bei schlechthin adäquater, bei aufnehmender Anschauung möglich, denn daß eine umdeutende Anschauung adäquat ist, das läßt sich nicht eigentlich erkennen, das läßt sich nur — wenn auch vielfach mit hoher Wahrscheinlichkeit — vermuten, annehmen. Was in umdeutender Anschauung für wirklich gehalten wird, das mag immerhin mit Recht für wirklich gehalten werden, aber — im strengen Sinne — erkennbar, beweisbar ist das nicht, denn das erscheinende Ding ist ja eben nicht eigentlich anschaulich gegeben, sondern nur als anschaulich gegeben vermeint, aufgefaßt. Soll also die Möglichkeit räumlicher Gebilde durch ihre anschauliche Gegebenheit bewiesen werden, so müssen solche Gebilde als Präsentationsinhalte aufweisbar sein.

6. Wir sprechen von Räumlichem — aber was ist Räumlichkeit? Nun, dieser Begriff ist undefinirbar, man muß Räumliches erfahren haben, um wissen zu können, wie etwas ist, wenn es räumlich ist. — Betrachten wir vom rein Räumlichen nun zunächst die „Linie", und zwar so, daß wir eine solche uns zuerst überhaupt veranschaulichen, also ohne zu bestimmen, mit was für Anschauung wir es zu thun haben, und nachher erst fragen, ob Linien, sowie Punkte und Flächen Präsentationsinhalte sind bezw. sein können.

Legt man auf ein weißes Blatt Papier etwa ein graues so, daß das erstere vom letzteren nur zum Theil bedeckt wird, so hat man nun als Grenze zwischen dem Weißen und Grauen eine Linie; legt man dann auf beide Blätter ein schwarzes, das jene beiden nur zum Theil bedeckt, so ist die Grenze zwischen dem Schwarzen einerseits, dem Weißen und Grauen andererseits auch wieder eine Linie; diese letztere trifft mit der ersteren zusammen, und zwar in einem „Punkt". Indem wir uns so Linie und Punkt vergegenwärtigen, erkennen wir, daß die Linie — da wir sie getheilt denken können — Größe hat, und zwar Ausdehnungsgröße, der Punkt dagegen nicht. Wir können dann weiter erkennen, daß Linien durch Punkte begrenzbar sind, und zwar sowohl unvollständig wie vollständig. Eine vollständig begrenzte Linie bezw. ein vollständig begrenztes Linienstück wird „Strecke" genannt. Bei nicht in sich zurücklaufenden, bei ungeschlossenen Linien kann eine Strecke nur durch zwei Punkte bestimmt werden, bei geschlossenen Linien dagegen durch einen Punkt. Denn — nimmt man einen Grenzpunkt eines Linienstückes als Ausgangspunkt und schreitet nun auf dem Linienstück fort, so muß man, wenn dieses Stück vollständig begrenzt ist, wieder zu einem Punkt kommen, der dem Fortschreiten auf dem Linienstück ein Ende bereitet, ein Ziel setzt. Kommt man nun beim Fortschreiten auf der Strecke wieder zum Ausgangspunkt zurück, so kann dieser auch als Endpunkt dienen, ist dagegen die Strecke nicht mit einer geschlossenen Linie identisch, so kann der Ausgangspunkt nicht zugleich Endpunkt sein, es sind dann zur vollständigen Begrenzung zwei Punkte nötig. — „Linie" sei nun definirt als „ein Räumliches, das, wenn es begrenzt ist, ausdehnungslose Grenze hat". Dieses „hat" ist zu betonen, denn Linien sind ja selbst Grenzen und sind also ausgedehnte Grenzen, aber eben die Grenzen, die begrenzte Linien haben, diejenigen Grenzen also, durch die Linien selbst wieder zu begrenzen sind, sind ausdehnungslos. Aber wofür sind denn nun Linien Grenzen? Für „Flächen". Auch dies erkennen wir wieder, indem wir uns eine Fläche vergegenwärtigen. So hatten wir oben eine graue, eine weiße und eine schwarze Fläche, die gegeneinander durch Linien abgegrenzt werden, wir nannten ja eben das, was jene Flächen abgrenzte, „Linie". „Fläche" sei nun definirt als „ein Räumliches, das, wenn es begrenzt ist, eine (geschlossene) Linie als Grenze hat".

Wenn gesagt wurde, Linien seien durch ausdehnungslose Grenzen, durch Punkte, begrenzbar, so waren dabei freilich nur Linien und Punkte im eigentlichen Sinne, „mathematische" Linien und Punkte gemeint, von ihnen zu unterscheiden sind die — wie ich sie nennen will — „markirenden" Linien und Punkte, die also ihre Bezeichnung im uneigentlichen Sinne haben. Eine markirende Linie, z. B. ein Strich, bestimmt die Lage und Form einer mathematischen Linie, die erstere ist Zeichen für die letztere Linie; ein markirender Punkt bestimmt die Lage und ist also Zeichen eines mathematischen Punktes. Solche Bestimmung ist nun freilich keine ganz genaue, aber eine für die Praxis ausreichende, wenn der Strich (die sogenannte Linie) nur in seiner Breite gleichmäßig genug und dünn genug ist, wenn der markirende Punkt nur klein genug ist.

Aber — sind uns mathematische Linien, Punkte und Flächen in aufnehmender Anschauung gegeben? Nun — Flächen sind uns in solcher Anschauung gegeben. Ein weißes Blatt Papier ist allerdings nicht Präsentationsinhalt, aber der Präsentationsinhalt, der in umdeutender Anschauung als Oberfläche eines solchen Blattes aufgefaßt wird, ist ein weißes flächenhaft Ausgedehntes, eine weiße Fläche. Mit Flächen können dann auch Linien und Punkte Präsentationsinhalte sein. Aber sind uns denn wirklich mathematische Linien und Punkte und nicht vielmehr bloß markirende als in aufnehmender Anschauung gegeben erkennbar? Sehen wir zu. Dann erkennen wir, indem wir z. B. eine weiße Fläche anschauen, daß sie Grenze hat, die selbst auch ausgedehnt ist, nicht aber selbst wieder ausgedehnte Grenze hat. Allerdings muß man zweierlei „Grenze" unterscheiden, reine Grenze, von solcher war bisher die Rede, und Zwischenstück-Grenze. Ziehe ich auf einem weißen Blatt einen schwarzen Strich, so habe ich nun zwischen den dadurch getrennten weißen Flächenstücken eine Grenze der letzteren Art, eine Grenze, die Lücke zwischen den durch sie Getrennten ist, eine Grenze, durch die das gegeneinander Abgegrenzte nicht bloß begrenzt, sondern auch entfernt ist; aber dieses Zwischenstück, der schwarze Strich, hat doch auch wieder gegen jede der weißen Flächen eine Grenze, die nun aber doch nicht wiederum Zwischenstück, Lücke ist, sondern reine Grenze. — Jede ausgedehnte reine Grenze ist in einer Hinsicht ausgedehnt, in der anderen nicht, wir können das ausdrücken, indem wir sagen, sie sei längs der Begrenzung ausgedehnt, in

der Begrenzung unausgedehnt. — Die Ausdehnungsverhältnisse der Fläche sind so, daß ihre Grenze auch noch ausgedehnt ist, die Ausdehnungsverhältnisse der Linie dagegen nicht. Ein mathematischer Punkt, eine mathematische Linie sind an dazu geeigneten Präsentationsinhalten als — wirkliche oder mögliche — Grenze bestimmter Art erkennbar, die logische Möglichkeit jener räumlichen Grenzen ist also durch diese Inhalte bewiesen.

7. Ein Räumliches, das — bezw. von dem ein Stück — durch eine (geschlossene) Fläche begrenzbar ist, wird ein „Raum" genannt. Aber das ist „Raum" im engeren Sinne, denn im weiteren Sinne ist jedes räumlich Ausgedehnte „Raum". So kann man denn — nach den Begrenzungsverhältnissen — die Linie als Raum erster Ordnung,[1] die Fläche als Raum zweiter Ordnung, den Raum im engeren Sinne als Raum (im weiteren Sinne) dritter Ordnung bezeichnen. Nun lassen sich nach Analogie der bisher gegebenen Definitionen der Räume erster bis dritter Ordnung auch weiter Räume beliebig hoher Ordnung definiren. Ein Raum $n$ter Ordnung ist also ein solcher, der — bezw. von dem ein Stück — durch Raum $(n-1)$ter Ordnung vollständig begrenzbar ist; oder — anders ausgedrückt — ein solcher, der, wenn er begrenzt ist, Raum $(n-1)$ter Ordnung als Grenze hat.

8. Vergegenwärtigen wir uns eine Fläche, die wir „Ebene" nennen würden. Was ist nun dieser eigenthümlich? Ihre Homogenität! Jede Linie, die wir in unserer „Ebene" durch einen Punkt ziehen können, können wir auch durch jeden anderen Punkt dieser Fläche ziehen, jede Figur, die an einer Stelle der Ebene möglich ist, ist auch an jeder anderen Stelle möglich, jede einmal auf der Ebene befindliche Figur ist also auf dieser Fläche beliebig verschiebbar — wenigstens scheint es so, und eben darum, weil es so scheint, nennen wir unsere Fläche eine „Ebene"; eine Fläche, die nicht homogen wäre, würden wir nicht als Ebene anerkennen. — Wir vergegenwärtigen uns sodann auf unserer Ebene einen „Kreis". Wir bemerken nun, daß wir zwei „Seiten" des „Kreises" unterscheiden können, eine, die dem vom Kreise eingeschlossenen Stück der Ebene zugekehrt ist, und eine, die dem nicht eingeschlossenen Theil zugekehrt ist. Beide Seiten sind (scheinen) homogen, jedes Stück unserer Kreislinie ist jedem gleich großen an Form durchaus gleich, und so ist auch jedes Stück der einen

[1] Ich sage nicht: ein-, zwei-, u. s. w. -dimensionaler Raum, weil ich die „Räume" nicht in Beziehung auf Dimension definiere.

Seite jedem gleich großen derselben Seite formal gleich, nicht aber einem Stück der anderen Seite. Nun können wir aber auf unserer Ebene auch eine Linie ziehen, deren beide — den durch diese Linie getrennten Ebenenstücken zugekehrte — Seiten nicht nur in sich homogen, sondern auch einander durchaus gleich sind. Eine solche Linie nennen wir eine „Gerade“. Betrachten wir nun unsere Gerade, so finden wir, daß sie durchaus homogen ist (scheint), wir würden sie — unsere anschauliche Linie — nicht mehr eine Gerade nennen, wenn wir fänden, daß ihr diese Homogenität nicht eigen sei. Die Gerade ist aber „durchaus, total homogen“, weil bei ihr keine formale Verschiedenheit, keine Mannigfaltigkeit von Formen anzutreffen ist. Der Kreis dagegen ist, wie wir gesehen haben, nicht durchaus homogen, bei ihm hat formale Verschiedenheit von Seiten, die einer Ebene zugekehrt sind bezw. sein können, statt. Gerade und Kreis sind also Linien von verschiedener Form.

Wie ist es nun bei der Ebene? Ist auch sie total homogen? Kann bei ihr von formal gleichen Seiten gesprochen werden? Kann bei ihr überhaupt von Seiten die Rede sein? Wir wenden uns zunächst nicht an die Anschauung zur Beantwortung dieser Fragen, sondern nehmen dieselben zum Anlaß für folgende Betrachtungen: Flächen können Seiten haben, wenn Raum dritter Ordnung möglich ist. Denn ist eine Fläche Grenze zweier Raumstücke (dritter Ordnung), so muß auch von ihr gesagt werden können, sie habe Seiten, von denen die eine dem einen, von denen die (oder eine) andere dem anderen der durch sie gegeneinander abgegrenzten Raumstücke zugekehrt ist. Wäre aber Raum dritter — und also auch höherer — Ordnung nicht möglich, dann könnte auch keine Fläche reine Grenze sein, und es entfiele die Berechtigung der Rede von Seiten einer Fläche, von der Form dieser Seiten und damit auch von „Form“ der Fläche in dem Sinne, in dem wir bei den Linien von „Form“ sprachen. Ich sage: „in dem Sinne“, denn wenn auch keine Fläche Form der eben erwähnten Art hätte, so könnte bei einer Fläche doch immer noch in Hinsicht auf die Form ihrer sie einschließenden Linie auch von Form die Rede sein, die Form der einschließenden Linie bestimmte dann vollständig die Form der Fläche. Im Raum dritter Ordnung wird die Form einer Fläche jedoch nicht schon ganz durch die Begrenzung dieser Fläche bestimmt, ja man kann dann, wenn man von der Form einer Fläche spricht, vollständig

von aller Begrenzung und Begrenzungsform absehen; wir wollen dies künftig auch thun. Hätten nun Flächen, wenn man von aller Begrenzungsform absieht, keine Form, könnte es dann auch noch durchaus homogene Flächen geben? Ja! Denn fehlt einem Raum — ganz gleich welcher Ordnung — die Form, so kann ihm auch nicht formale Mannigfaltigkeit eigen sein. Wir können nun total formale und total informale Homogenität unterscheiden, je nachdem ein Raum total homogen nach seiner Form oder überhaupt nur total homogen, total homogen nur nach seinem Inhalt ist. — Wenden wir uns jetzt zur Anschauung zurück, so müssen wir sagen, daß unsere Ebene Form hat, daß ihre Seiten gleich sind, daß sie überhaupt nicht Ebene genannt würde, wenn sie nicht total formal homogen wäre. — Wir definiren nun: Eine Gerade ist eine total formal homogene Linie; eine Ebene ist eine total formal homogene Fläche; ein ebener Raum ist ein total formal homogener Raum zweiter und höherer Ordnung.

9. Sind uns nun Linien, die nicht bloß für gerade gehalten werden, sondern auch solche, die gerade sind und als so erkennbar sind, in aufnehmender Anschauung gegeben? Können sie es sein? Nun, ob es irgend jemals eine genau gerade Linie (als anschauliche Grenze) gegeben hat, giebt oder geben wird, das mag man stark bezweifeln, mit zureichendem Grund bestreiten kann man es nicht. Wohl aber ist zu bestreiten, daß wir erkennen können, ob eine hie oder da gegebene lineare Grenze ganz genau gerade ist oder nicht. Wir wissen aus Erfahrung, daß ein bestimmt langes Stück einer — scheinbar — kreisförmigen Linie sich um so mehr einer anschaulichen „geraden" nähert, je größer der Umfang der „Kreislinie" ist. Ein solches Stück einer kreisförmigen oder wenigstens kreisähnlichen Linie kann sich nun einer echten Geraden so weit nähern, daß der Unterschied beider nicht mehr merklich ist, daß also bei der ungeraden Linie die convexe wie die concave Seite nicht mehr als solche bemerkbar ist. Wie wollen wir jedoch entscheiden, ob eine hie oder da gegebene Linie genau gerade ist oder nicht, wenn doch die Ungeradheit einer thatsächlich ungeraden Linie untermerklich sein kann? Nun, wir müssen eingestehen, daß wir keine Linie als gerade erkennen können; wir können dazu geeignete Linien für gerade halten, als gerade anschauen, aber ob diese Anschauung eine adäquate ist, das darf bezweifelt werden, denn beweisbar ist die Adäquatheit nicht. So können

wir uns denn für die Möglichkeit der Geraden nicht auf die aufnehmende Anschauung berufen, müssen diese Möglichkeit also auf andere Weise darthun. Dagegen sind ungerade Linien, also solche, die nicht durchaus homogen sind, als Präsentationsinhalte erkennbar. — Bei den ebenen Flächen verhält es sich nun ebenso wie bei den geraden Linien, Ebenen sind — ganz abgesehen von anderem — schon darum nicht als in aufnehmender Anschauung gegeben erkennbar, weil eine (verhältnißmäßig) geringe Unebenheit untermerklich sein kann. Aber auch von unebenen[1] Flächen — wenigstens von visuell anschaulichen — kann man nicht einsichtig behaupten, sie seien in aufnehmender Anschauung gegeben. Ist dieser als gesehene Kugelfläche aufgefaßte Präsentationsinhalt auch schon an sich kugel- oder vielmehr halbkugelförmig? Oder wird er nur in umdeutender Anschauung so aufgefaßt? Nun, die zweite Frage ist zu bejahen. Aber wie? Sollen denn die flächenhaften Präsentationsinhalte an sich weder eben noch uneben sein? Das braucht man noch nicht zu behaupten, wenn man zugiebt, daß Erkenntniß, ob eben oder uneben, nicht statthat. Ob ich irgend eine runde (gesehene) Fläche, die ich als Oberfläche eines mir erscheinenden Dinges auffasse, für eben, kugelförmig oder sonstwie geformt halte, das ist abhängig von Abschattungsverhältnissen auf der Fläche, oder auch von den Erfahrungen, die ich beim Anblick „desselben Dinges“ von verschiedenen Seiten aus mache, ist also abhängig von Daten, die nicht die Ebenheit, Kugelförmigkeit u. s. w. des flächenhaften Präsentationsinhaltes sind, sondern mich zur Annahme einer der Flächenformen nur veranlassen. Wir sehen also Flächen als so oder so gekrümmt oder nicht gekrümmt nicht dadurch, daß wir die Krümmung oder Nichtkrümmung unserer Präsentationsinhalte erkennen, sondern dadurch, daß wir die Krümmung oder Nichtkrümmung der als Dingflächen aufgefaßten Präsentationsinhalte auf Daten der genannten Art hin auffassend vollziehen. — Wie ist es aber nun mit den Flächenanschauungen im Gebiet des Tastsinnes? Eine Beantwortung dieser Frage würde schwierige

[1] Ich unterscheide zwischen „uneben“ und „nicht eben“. Ein total informal homogener Raum ist kein ebener, aber er ist auch — nach meinem Sprachgebrauch — kein unebener Raum. Unter „unebenen“ Räumen verstehe ich „krumme“ und „gebrochene (aus Stücken ebener Räume zusammengesetzte, nicht eben)“, also solche, die nicht total informal homogen, sondern formal (total oder partiell) inhomogen sind.

und weitgehende Untersuchungen erfordern, die ich doch — wenigstens vorläufig — zu keinem anderen Ergebniß zu führen weiß als zu dem, daß die Gegebenheit nicht nur ebener, sondern auch unebener Tastflächen in aufnehmender Anschauung — wenigstens mir — zweifelhaft ist. Ein solches Ergebniß kann uns aber für unseren hier verfolgten Zweck nichts nützen, jene Untersuchungen seien daher unterlassen. So bleibt es denn dahingestellt, ob unebene Flächen als Präsentationsinhalte erkennbar sind oder nicht, die Möglichkeit solcher wie ebener Flächen zu beweisen, bleibt uns also wiederum als Aufgabe für ein anderes Verfahren als das der Aufzeigung in aufnehmender Anschauung.

10. Wie steht es nun mit der Anschaubarkeit der Räume dritter und höherer Ordnung? Ob Raum dritter Ordnung in aufnehmender Anschauung gegeben ist, bleibe dahingestellt, in umdeutender ist er jedenfalls angeschaut. Diese Anschaulichkeit kommt jedoch weder Räumen vierter und höherer Ordnung noch auch nur Raum dritter Ordnung als ebenen oder krummen zu. Helmholtz hat allerdings versucht, krummen Raum dritter Ordnung zu veranschaulichen, aber ohne Erfolg. Denn was Helmholtz beschreibt,[1] das ist kein krummer Raum, sondern nur eine von der in unserer empirischen Welt bisher vorgefundenen abweichende Veränderungsweise der Anschauungsbilder der Dinge bei Bewegung (unseres Körpers gegenüber den Dingen). Daß Räumliches vierter und höherer Ordnung unvorstellbar sei, behauptet Helmholtz auch, aber die Unanschaulichkeit ist ihm noch kein Beweis für die Unmöglichkeit eines solchen Räumlichen. Darin ist dem grossen Forscher nun beizustimmen, denn was unvorstellbar ist, das kann doch sein, und wenn es auch nicht thatsächlich ist, kann es doch logisch möglich sein. Allein, wenn auch die Unanschaubarkeit des Raumes vierter Ordnung nicht genügt, um dessen logische Unmöglichkeit mit zureichendem Grunde zu behaupten, so ist diese Unvorstellbarkeit doch höchst befremdlich und sehr geeignet, jene Unmöglichkeit höchst wahrscheinlich zu machen. Denn wenn man sagt: daß wir uns nichts Räumliches vierter Ordnung vorstellen könnten, das sei nicht mehr verwunderlich, als daß ein Blindgeborener sich keine Farben vorstellen könne; so ist darauf zu erwidern, daß dieser Vergleich doch bedenklich hinkt. Dem

---

[1] a. a. O. S. 26ff.

Blindgeborenen ist nichts gegeben, woraus er sich visuelle Bilder aufbauen könnte, dem räumlich Anschauenden aber sind die Elemente gegeben, aus denen sich räumliche Gebilde aller möglichen Ordnungen construiren lassen. Warum gelingt uns nun eine solche Construction in der Anschauung nicht? warum können wir uns z. B. nicht ein System von vier auf einander senkrechten Geraden (anschaulich) vorstellen, wie wir das doch bei dreien können? Weil uns ein System vierter Ordnung noch nicht in der Erfahrung vorgekommen ist? Aber unsere Phantasie kann doch sonst auch solches schaffen, was noch nicht erfahren wurde, wenn nur die zur Construction nöthigen Elemente schon in Erfahrung gegeben waren. Was fehlt uns nun zur anschaulichen Construction vier auf einander Senkrechter?

III. Beweisgang zur Inhalts- und Gebietsbestimmung der Geometrie.

Einleitung.

11. Der logischen Möglichkeit der Fläche und der ungeraden Linie haben wir uns durch Anschauung vergewissert, nun haben wir aber zum Beweis der logischen Möglichkeit bezw. Unmöglichkeit der anderen räumlichen Gegenstände auch ein anderes Verfahren einzuschlagen. Nicht also auf die anschauliche Vergegenwärtigung des in der Idee Gemeinten sollen wir uns im Folgenden stützen, nicht mehr soll — wie bei „Fläche" und „ungerader Linie" — die Widerspruchslosigkeit der Idee durch die Gegebenheit des räumlichen Gegenstandes bewiesen werden, vielmehr soll umgekehrt der Beweis der Möglichkeit des räumlichen Gegenstandes durch den Beweis der Widerspruchslosigkeit seiner Idee geliefert werden. Dabei darf denn freilich der letzterwähnte Beweis nicht wiederum mittels des anderen geführt werden. Die Widersinnigkeit einer Idee endlich ist ja weder durch Veranschaulichung ihres Gegenstandes noch durch das Mißlingen von Veranschaulichungsversuchen zu beweisen.

Erste Abtheilung.

12. Sind zwei rein räumliche Gebilde formel und extensiv gleich, so sind sie auch geeignet, localidentisch zu sein. Denn — ein rein räumliches Gebilde ist seinem Wesen nach nichts als bestimmte räumliche Form in bestimmter Ausdehnung. Formal

und extensiv gleiche rein räumliche Gebilde sind also wesensgleich. Localidentisch kann nun nichts sein, was nicht wesensgleich ist, denn „localidentisch" sind zwei räumliche Gebilde dann, aber auch nur dann, wenn das eine in das andere „aufgegangen", mit ihm „zusammengefallen" ist, wenn also eigentlich nicht mehr zwei räumliche Gebilde da sind, sondern nur noch eins da ist. Umgekehrt können dann aber auch alle rein räumlichen Gebilde, die wesensgleich sind, localidentisch werden. Ist die Strecke „AB" Grenze zwischen den Flächenstücken „F" und „F^1", ist ferner „U" die vollständige Grenze von F, „U^1" die vollständige Grenze von F^1, und werden nun F und F^1 so von einander entfernt, daß keine reine Grenze mehr zwischen ihnen ist, dann haben wir zwei Strecken AB; je eine Strecke auf U und U^1, die der früheren einen reinen Grenze AB wesensgleich ist. Nennen wir nun die ein Stück von U ausmachende betreffende Strecke „a", die U^1 angehörende AB gleiche „b", dann hat, wenn die zwischen F und F^1 gelegene reine Grenze AB die Form „X" und die Grösse „Y" hatte, nun auch sowohl a als b die Form X und die Grösse Y; ist das aber der Fall, dann sind a und b auch unter einander wesensgleich. Diese einander wesensgleichen Strecken sind nun zuerst in der einen Grenze AB vereinigt gewesen, sind also geeignet dazu, localidentisch zu sein. – Für Strecken haben wir so unseren eingangs aufgestellten Satz bewiesen, für andere räumliche Gebilde läßt er sich analog beweisen. – Nennen wir alles, was localidentisch ist oder es zu sein geeignet ist: „congruent", dann können wir nun — zum mindesten für Strecken – die folgenden beiden Sätze als bewiesen aufstellen: 1. Sind zwei rein räumliche Gebilde formal und extensiv gleich, so sind sie congruent. 2. Sind zwei räumliche Gebilde congruent, so sind sie formal und extensiv gleich.

Hierzu ist nun jedoch noch zu bemerken, daß es für unseren Beweis – wie auch für den der besonderen Congruenzsätze – ganz gleichgültig ist, ob es in der Natur starre Körper giebt oder nicht, ob sich ein Naturkörper jemals ohne Veränderung seiner Form bewegen läßt oder nicht. Die theoretische Geometrie hat nur zu untersuchen, was statt hat, falls Bewegung ohne Größen bezw. Formänderung des Bewegten ausführbar wäre, dagegen die Voraussetzung, daß solche Bewegung etwa mit den empirischen Dingen wirklich ausführbar sei, braucht die theoretische Geometrie nicht zu machen und darf sie nicht machen, da eben

diese Geometrie eine solche Bewegungsmöglichkeit bezw. -unmöglichkeit gar nichts angeht.

13. Sind zwei räumliche Gegenstände localidentisch, so sind sie „actuell congruent“, sind sie nicht localidentisch, aber geeignet, es zu sein bezw. zu werden, so sind sie „potentiell congruent“. Ferner sind totale und partielle Congruenz zu unterscheiden und bei der letzteren wieder drei Fälle. Actuell partiell congruent ersten Grades sind räumliche Gegenstände, wenn weder sie selbst noch Stücke von ihnen, sondern nur ihre Grenze localidentisch sind; potentiell partiell congruent nur ersten Grades sind räumliche Gegenstände, wenn weder sie selbst noch Stücke von ihnen, sondern nur ihre Grenzen vereinigt werden können. Actuell partiell congruent zweiten Grades werden zwei räumliche Gegenstände, wenn ein Stück des einen mit einem des anderen zusammenfällt, aber auch ein Stück des einen mit einem des anderen nicht localidentisch wird; potentiell partiell congruent (nur) zweiten Grades sind zwei räumliche Gegenstände, wenn nicht sie selbst sondern nur Stücke von ihnen potentiell congruent sind. Actuell bezw. potentiell partiell congruent dritten Grades sind zwei räumliche Gegenstände, wenn der eine mit einem Stück des anderen actuell bezw. potentiell total congruent ist.

14. Sind räumliche Gebilde formal gleich, aber extensiv verschieden, so nennt man sie „ähnlich“ Einander ähnlich räumliche Gebilde sind nun in jeder möglichen Größe logisch möglich. Denn — ist eine bestimmte räumliche Form überhaupt logisch möglich, dann kann auch eine Idee, in der diese Form in irgendwelcher möglichen Größe gemeint ist, nicht widersinnig sein, weil eine Formbestimmung an sich noch keine Größenbestimmung, eine Größenbestimmung an sich noch keine Formbestimmung einschließt.

15. Eine „einfach“ geschlossene Linie ist eine solche, die nicht wieder aus geschlossenen Linien besteht, die also nur so in zwei Strecken zerlegt werden kann, daß diese Strecken außer ihren beiden Endpunkten keine Punkte gemeinsam haben. Einfach geschlossene Linien von verschiedener Größe können weder total congruent noch partiell congruent dritten Grades sein, das erstere nicht, weil zu totaler Congruenz gleiche Größe nötig ist, das letztere nicht, weil ja kein Stück einer einfach geschlossenen Linie wieder eine solche Linie ist. Da aber jede geschlossene Linie entweder einfach geschlossen ist oder aus

mehreren solchen besteht, so können überhaupt formal gleiche, aber extensiv verschiedene geschlossene Linien weder total congruent noch partiell congruent dritten Grades sein. – Wie bei den Linien so ist es bei räumlichen Gegenständen überhaupt, es können also auch formal gleiche, aber extensiv verschiedene geschlossene Flächen nicht total congruent und nicht partiell congruent dritten Grades sein.

Gerade Linien und ebene Räume (beliebiger Ordnung) können nicht geschlossen[1] sein, denn als total formal homogene Gebilde enthalten sie ja formal gleiche Stücke in allen Größen und haben also partielle Congruenz drittes Grades von formal gleichen Stücken aller Größen. Jede gerade Linie ist unendlich, d. h.: jede beliebig große gerade Strecke kann als Stück einer größeren gedacht werden; jeder ebene Raum ist unendlich, d. h.: jedes beliebig große völlig begrenzte ebene Raumstück kann als Teil

---

[1] Ueber den allein statthaften Gebrauch, die einzig zulässige Deutung von Redensarten, wie: die Gerade ist ein Kreis mit unendlich großem Radius; zwei Parallele haben einen unendlich fernen Schnittpunkt; und dergl. unterrichtet die Abhandlung „Ueber den Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik und Naturwissenschaft" von Prof. Dr. Carl Cranz in Stuttgart. Diese Abhandlung ist enthalten in der Zeitschrift „Philosophische Studien" (herausgegeben von Wilhelm Wundt), Elfter Band, 1. Heft. Ich führe einige Sätze daraus (von Seite 14) an: „Und wenn wir gelegentlich, z. B. beim Taktionsproblem, die Gerade als Grenzfall eines Kreises von unendlichgroßem Radius behandeln, so ist dies wiederum nur eine mannigfach bequeme Hülfsbetrachtung. Z. B. sei die Aufgabe zu lösen: einen Kreis zu construieren, der eine Gerade *L*, sowie einen Kreis *K* berührt und durch einen Punkt *P* geht. Betrachten wir die Gerade als Kreis mit unendlichgroßem Radius, so erkennen wir mit Leichigkeit, daß die beiden Kreispunkte, welche auf dem zu *L* senkrechten Durchmesser des Kreises *K* liegen, als der innere und äußere Aehnlichkeitspunkt der beiden „Kreise" *K* und *L* zu betrachten sind; wir subsumiren damit diese Aufgabe als Spezialfall unter die andere, etwa schon als gelöst betrachtete: einen Kreis zu construiren, der zwei gegebene Kreise berührt und durch einen gegebenen Punkt geht; wir ersparen uns eine besondere Ueberlegung im vorliegenden Fall. Wenn wir uns selbst aber genau beobachten, wie wir jene zwei sogenannten Aehnlichkeitspunkte zwischen der Geraden und dem Kreise finden, so zeigt sich, daß wir uns zunächst die Gerade als Kreis mit sehr großem, aber noch endlichem Radius vorstellen und dann in Gedanken zur Grenze übergehen. Die Gerade bleibt also nicht ein „heimlicher Kreis" (Lotze); es soll durch die erwähnte Betrachtungsweise nicht eine versteckte metaphysische Eigenschaft der Geraden ausgesprochen werden, sondern es ist nur eine für den betreffenden momentanen Gebrauch zu Hülfe genommene formelle Ausdrucksweise, die zur Zusammenfassung zweier Aufgaben in eine einzige mit Spezialfällen dienen kann".

eines größeren (formal gleichen) ebenen Raumes bezw. Raumstückes gedacht werden. Geschlossene Linien bezw. Räume sind dagegen nicht unendlich, denn eine geschlossene Linie kann ja nicht Stück einer ihr an Form gleichen, aber größeren geschlossenen Linie sein.

Zweite Abtheilung.

16. Sollten gerade Linien nicht möglich sein, so müßte „total formale Homogenität" entweder selbst widersinnig sein oder zu dem, was wir in unserer Difinition als das für die Linie Characteristische angegeben haben, in Widerspruch stehen. Sehen wir zu, ob das der Fall ist. – Eine Linie ist ein räumlich Ausgedehntes, räumliche Ausdehnung ist aber weder selbst Form eines Räumlichen noch etwas, das räumliche Form ausschließt. Das letztere hat uns die aufnehmende Anschauung gelehrt, indem sie uns ungerade Linien darbot, das erstere erkennen wir, indem wir uns den Begriff „räumliche Ausdehnung" vergegenwärtigen. Da nun „räumliche Ausgedehntheit" Formbestimmung weder ausschließt noch einschließt, so kann diese Ausgedehntheit auch zur Formbestimmung durch „total formale Homogenität" nicht in Widerstreit sein. Nun ist die Linie aber nicht bloß ein räumlich Ausgedehntes überhaupt, sondern ein solches, das durch Punkte begrenzbar ist. Doch auch die „Begrenzbarkeit durch Punkte" schließt weder Formbestimmung des so Begrenzbaren aus noch solche auf nicht totale oder gar keine Homogenität ein. Endlich ist auch „total formale Homogenität" von etwas – sei es einer Linie oder sonst eines Gegenstandes, der nicht schon überhaupt eine solche Formbestimmung ausschließt – nicht unmöglich, denn im Begriff der „Form" wie der „ausgedehnten Form" liegt nicht, daß sie irgendwie ungleichartig sei. Gerade Linien sind also möglich. — Nun erhebt sich aber die Frage: sind alle extensiv gleichen Geraden congruent, oder giebt es (formal) verschiedene Arten gerader Linien? Könnten nicht zwei Linien, trotzdem jede an sich total formal homogen ist, doch untereinander an Form verschieden sein? Ehe wir das nicht bewiesen haben, dürfen wir es nicht behaupten; wir lassen es vorläufig dahingestellt.

17. „Total homogene Fläche" ist möglich, mag es Raum dritter Ordnung geben können oder nicht. Daß, falls Raum dritter Ordnung nicht möglich ist, total (informal) homogene

Fläche möglich ist, ist bereits (in § 8) gezeigt. Giebt es aber Raum dritter Ordnung, dann ist gleichfalls total homogene Fläche möglich, und zwar „Ebene". Denn im Raum dritter Ordnung sind alle Flächen reine Grenzen und haben somit Seiten und Seitenformen; und daß total formale Homogenität eines räumlichen Gegenstandes nicht widersinnig ist, haben wir (in § 16) gezeigt.

Je zwei Punkte einer total homogenen Fläche können in derselben durch eine gerade Linie verbunden werden, denn eine solche Fläche bietet als total homogene nichts dar, was der Möglichkeit einer total homogenen Linie in ihr entgegen sein könnte.

Ob, falls Ebenen überhaupt möglich sind, solche (formal) verschiedener Art möglich sind, lassen wir vorläufig dahingestellt, ebenso, ob alle oder nur je eine Art der Geraden in je einer Art der Ebene möglich, falls es verschiedenartige Gerade und Ebenen überhaupt geben kann.

Im folgenden sei der Einfachheit halber statt von „total homogener Fläche" von „Ebene" gesprochen. Wir nehmen also, wenn wir in einem Beweise von einer „Ebene" sprechen, nicht die Möglichkeit einer solchen beweislos an, sondern beweisen zunächst nur für total homogene Fläche überhaupt, sagen aber aus Bequemlichkeit: „Ebene".

18. Unter dem „Abstand" zweier Punkte ist der Ausdehnungsbestand der kürzesten zwischen ihnen möglichen Strecke (deren Endpunkte jene beiden Punkte sind) zu verstehen. Der „absolute" Abstand ist der zwischen zwei Punkten mögliche Ausdehnungsbestand der überhaupt kürzesten aller möglichen Linien; der „relative" Abstand, der mögliche Ausdehnungsbestand der in einem bestimmten Raum möglichen kürzesten Linie. Wo im Folgenden schlechthin von „Abstand" gesprochen wird, ist immer absoluter Abstand (und nur räumlicher, nicht etwa zeitlicher oder sonstiger) gemeint. Von absolutem Abstand zwischen zwei Punkten kann es nur einen geben, weil er eben der überhaupt geringste zwischen diesen Punkten ist; damit ist aber nicht gesagt, daß es auch nur eine überhaupt kürzeste Strecke zwischen zwei Punkten giebt, denn wären mehrere nicht localidentische, überhaupt kürzeste Strecken zwischen zwei Punkten möglich, so wäre das, da ja diese als „kürzeste" gleich sein müßten, zu der Einzigkeit des absoluten Abstandes jener Punkte

nicht in Widerspruch. Von „relativen Abstand“ zweier bestimmter Punkte dagegen kann es mehrere geben, so viele, als (relativ) kürzeste Linien (Strecken) zwischen diesen Punkten in verschiedenartigen Räumen möglich sind.

19. Eine Linie ist eine solche beständig wachsenden Abstandes, wenn jeder beliebige ihrer Punkte von jedem anderen beliebigen Punkt dieser Linie einen umso größeren Abstand hat, je größer die von der betreffenden Linie zwischen beiden Punkten befindliche Strecke ist. Eine Linie solcher Art ist nun jede überhaupt kürzeste zwischen zwei Punkten. Denn hätten von drei Punkten, „*A*“, „*B*“ und „*C*“, einer Abstandslinie — einer überhaupt kürzesten — die beiden letzteren gleichen Abstand von *A*, läge ferner in der Abstandslinie *B* zwischen *A* und *C*, so dass also die Strecke *AC* der Abstandslinie größer wäre als die *AB*, so müßte doch zwischen *A* und *C* eine der *AB* gleiche Strecke möglich sein, eben wegen des gleichen Abstandes von *B* wie *C* zu *A*. Dann wären aber zwischen *A* und *C* zwei verschieden lange überhaupt kürzeste Strecken möglich, was anzunehmen widersinnig ist.

Von zwei congruenten Strecken haben die Endpunkte der einen denselben Abstand wie die Endpunkte der anderen. Denn — könnten die Endpunkte congruenter Strecken verschiedener (absolute) Entfernung von einander haben, dann müßte ja bei actueller Congruenz der Strecken ihr einer Endpunkt zweierlei Abstand vom anderen haben können, es müßten zwei verschieden große überhaupt kürzeste Linien zwischen jenen beiden Punkten möglich sein, was eben nicht möglich ist.

Zwei Punkte können[1] in jedem beliebigen Abstand von einander durch Linien (Strecken) aller überhaupt möglichen Formen verbunden werden, da ja keine Linienform an eine bestimmte Größe gebunden ist. Ist die Linie zwischen zwei (getrennten) Punkten eine geschlossene, dann sind jene Punkte freilich nicht Endpunkte einer sondern zweier Strecken dieser Linie. Sollen zwei Punkte nur durch eine Strecke verbunden werden, so kann es nur eine solche sein, deren Form nicht die einer geschlossenen Linie ist.

Zwei Punkte können in jedem beliebigen Abstand von ein-

[1] Hier, wie in diesem ganzen Abschnitt III, handelt es sich, auch wenn es nicht besonders betont wird, nur um logische Möglichkeit, nicht aber um thatsächliche Ausführbarkeit (reale Möglichkeit).

ander durch Abstandslinien (überhaupt kürzeste) von derselben Form verbunden werden. — Die beiden Punkte „*A*“ und „*B*“ haben den Abstand „*x*“ und sind durch eine Abstandsstrecke der Form „*f*“ verbunden; die Punkte „*A*“ und „*C*“ haben den Abstand „*y*“ und sind durch eine Abstandsstrecke von der Form „f^1“ verbunden. Wäre nun die so gemachte Annahme, daß es überhaupt Abstandslinien von verschiedener Form geben kann, zulässig, so wäre nicht nur zwischen *A* und *B* eine Strecke von der Form f^1 und zwischen *A* und *C* eine Strecke von der Form *f* möglich, sondern es müßten diese Strecken auch überhaupt kürzeste zwischen den Punktepaaren sein. Denn wäre die Strecke von der Form f^1 zwischen *A* und *B* — wir nennen diese Strecke „Af^1B“ — etwa größer als die Strecke „*AfB*“, so bildeten *AfB* und Af^1B zusammen eine geschlossene Linie, zu der — wenn sie überhaupt möglich ist — formal gleiche Linien in jeder beliebigen Größe möglich sind, also auch in derjenigen Größe, in der das eine Stück der Linie die Strecke „*AfC*“, das andere die „Af^1C“ ist. Ist aber die geschlossene Linie „$AfCf^1A$“ der „$AfBf^1A$“ formal gleich, dann steht in der ersteren *AfC* zu Af^1C in demselben Verhältniß wie in der letzteren *AfB* zu Af^1B (denn nicht zwar die Größe, wohl aber das Größenverhältniß ihrer verschieden geformten Stücke bestimmt die Form einer Linie mit); wäre also Af^1B größer als *AfB*, so wäre auch Af^1C größer als *AfC*, was unserer Voraussetzung widerspricht, denn nach ihr sollte ja Af^1C eine überhaupt kürzeste zwischen *A* und *C* sein. Wollen wir den Widerspruch vermeiden, so müssen wir also annehmen, daß Af^1B gleich *AfB* ist, daß also nicht bloß zwischen *A* und *C*, sondern auch zwischen *A* und *B* eine Abstandsstrecke von der Form f^1 möglich ist. — Wir lassen es nun zunächst dahingestellt, ob überhaupt formal verschiedene Abstandsstrecken möglich sind und begnügen uns vorläufig mit dem soeben Bewiesenen.

Wären die Geraden Abstandslinien, so müßten sie auch Linien beständig wachsenden Abstandes sein. Aber hätten auch gerade Linien und überhaupt kürzeste verschiedene Form, so wäre doch jede Gerade eine Linie beständig wachsenden Abstandes. — Nennen wir die zwischen zwei Punkten, „*A*“ und „*B*“, gelegene Strecke einer Geraden „*a*“, eine *A* und *B* verbindende und mit *a* nicht formgleiche, also auch mit *a* nicht localidentische überhaupt kürzeste Strecke zwischen beiden Punkten „*b*“, so bilden

a und *b* zusammen eine geschlossene Linie, die, wenn sie überhaupt möglich ist, wie jedes andere räumliche Gebilde in jeder beliebigen Größe möglich ist. Jede beliebig große Strecke von der Form der *b* muß also mit einer geraden Strecke eine geschlossene Linie bilden können, und zwar eine solche, die der aus *a* und *b* bestehenden ähnlich ist. Dann ist aber auch die zu einer solchen geschlossenen Linie gehörige gerade Strecke immer umso größer, je größer die zugehörige Abstandslinie ist und umgekehrt. Da nun in derselben Geraden jede größere Strecke der kleineren ähnlich ist, und – wie oben bewiesen – von zwei ähnlichen geraden Strecken die größere auch immer einen größeren Abstand ihrer Endpunkte hat als die kleinere, so ist jede Gerade als Linie beständig wachsenden Abstandes bewiesen.

20. Wir nehmen in einer Ebene „*E*" eine geschlossene Linie „*U*" an, ferner in dem von *U* eingeschlossenen Ebenenstück einen Punkt „*M*", der nicht in *U* liegt. Sodann denken wir in *U* zwei Punkte, „*A*" und „*B*", bestimmt und diese mit *M* durch je eine gerade Linie verbunden. Die beiden geraden Strecken *MA* und *MB* können dann gleich sein; wir nehmen an, sie seien es, und die aus ihnen bestehende Strecke *AB* habe mit *U* nur die Punkte *A* und *B* gemeinsam. Nun kann weiter angenommen werden, ein Punkt „*C*" in einer der beiden *U* bildenden Strecken zwischen *A* und *B* sei mit *M* durch eine *MA* und *MB* gleiche Strecke verbunden, dann zwischen *A* und *C* bezw. *B* und *C* in *U* wieder ein Punkt und von ihm zu *M* wieder eine gerade Strecke gleich *MA* – u. s. w. ins Unendliche. Kann aber *U* eine solche Linie sein, daß alle ihre Punkte mit *M* durch gleiche gerade Strecken verbindbar sind, so kann sie auch eine solche sein, deren Punkte alle von *M* denselben Abstand haben. – Eine geschlossene Linie nun, die in einer Ebene liegt und mit allen ihren Punkten von einem Punkt dieser Ebene denselben Abstand hat, nennen wir „Kreis". Der „Mittelpunkt" eines Kreises ist derjenige Punkt, von dem die Kreislinie überall gleichen Abstand hat; die einen Punkt der Kreislinie mit dem Mittelpunkt verbindenden geraden Strecken nennen wir die „Radien" des Kreises; da alle Radien eines Kreises congruent sind (wenigstens, wenn sie von derselben Art der Geraden sind, wenn sie formal gleich sind), können wir auch von dem Radius eines Kreises sprechen. Ist von zwei Kreisen der Radius des einen gleich dem des anderen, so können auch die Kreise congruent sein; ob sie

es sein müssen, oder ob auch incongruente Kreise mit gleichen Radien möglich sind, lassen wir vorläufig dahingestellt.

Dritte Abtheilung.

21. Wir wenden uns jetzt zu dem Problem, ob zwischen zwei Punkten zwei (nicht localidentische) gerade Strecken möglich sind. Können wir hier die Möglichkeit nicht beweisen, indem wir etwa sagen: in der Idee der geraden Strecke liege nicht, daß zwei solcher zwischen zwei Punkten unmöglich wären, also wären sie möglich? Nein! In der Idee der geraden Strecke liegt ja allerdings noch keine Bestimmung darüber, ob zwei solcher Strecken eine geschlossene Linie bilden können oder nicht, ob aber eine solche geschlossene Linie mit dem Wesen der geraden Strecke bezw. Linie vereinbar sei, das läßt sich so doch nicht entscheiden. Aber — wir sagten doch auch: „im Begriff der „Form" wie der „ausgedehnten Form" liegt nicht, daß sie irgendwie ungleichartig sei" und hielten daraufhin total homogene Form eines räumlich Ausgedehnten für möglich; war das nicht ebenso unberechtigt? Ist unser eben abgelehnter Beweisversuch nicht ebenso berechtigt? Nein! Das Wort „Form" oder das Wortgefüge „ausgedehnte Form" bezieht sich noch nicht auf eine bestimmte Form, sondern wird erst durch den determinirenden Zusatz „total homogen" in solche Beziehung gesetzt. „Ausgedehnte Form" ist das Allgemeine, das allen besonderen ausgedehnten Formen gemeinsam ist, der Begriff „ausgedehnte räumliche Form" ist noch nicht der Begriff dieser oder jener besonderen Form eines räumlich Ausgedehnten, eben deshalb kann unter jenen ersteren Begriff auch solches fallen, das die besondere Form der totalen Homogenität aufweist. Dagegen — das Wortgefüge „total homogene Strecke" bezieht sich auf einen vielleicht schon völlig formbestimmten Gegenstand, und wenn wir annehmen, daß zwei solcher Strecken zusammen eine geschlossene Linie bilden, dann nehmen wir eben ein neues formbestimmtes Liniengebilde an, und ob dies Gebilde möglich ist, das hängt davon ab, ob die Formbestimmung seiner Theile mit der durch die Zusammensetzung gegebenen neuen Formbestimmung verträglich ist. Diese Verträglichkeit oder die Unverträglichkeit können wir aber nicht daraus folgern, daß die Idee des einen Gegenstandes nichts über Möglichkeit oder Unmöglichkeit des anderen enthält, sondern nur dadurch erkennen, daß wir zusehen,

ob die Annahme eines Gebildes der fraglichen Art in der Construction zu einem Widerspruch führt oder nicht.

22. Die Möglichkeit formal verschiedener Geraden ist bisher weder bewiesen noch widerlegt. Wollen wir jetzt also untersuchen, ob in einer Ebene zwischen zwei Punkten zwei (getrennte) gerade Strecken möglich sind oder nicht, so müssen wir zwei Fälle unterscheiden, nämlich 1) die Möglichkeit zweier in einer Ebene gelegenen congruenten geraden Strecken zwischen zwei Punkten, 2) die Möglichkeit zweier in einer Ebene gelegenen incongruenter – weil formal verschiedener – gerader Strecken zwischen zwei Punkten. Wir betrachten zunächst den ersteren Fall. – „*A*" und „*B*" seien die Endpunkte einer in einer Ebene „*E*" gelegenen geraden Strecke „*a*", „*M*" ein Punkt, der *a* halbirt. Dann kann *M* der Mittelpunkt eines Kreises „*K*" sein, der in *E* liegt und durch *A* und *B* geht. Das von *K* eingeschlossene Ebenenstück sei „*KE*" genannt. Nun denken wir uns *A* und *M* durch eine *a* formal gleiche, also der Hälfte von *a* congruente, gerade Strecke „*b*" verbunden, die nicht mit dem zwischen *A* und *M* gelegenen Stück von *a* (total) actuell congruent ist. Das *A* und *M* verbindende Stück von *a* nennen wir „a^1". Da a^1 und *b* nicht localidentisch sind, ist ihre Lage zu *K* verschieden und – wenn wir den einen der beiden zwischen *A* und *B* gelegenen Kreisbögen (Stücken von *K*) mit „*k*" bezeichnen – auch zu *k* verschieden. Nun nehmen wir in *E* einen zweiten Kreis „K^1" an, der *K* congruent ist, und dessen Mittelpunkt „M^1" mit einem Punkte von K^1 durch eine gerade Strecke „b^1" verbunden ist, die zu einem *k* entsprechenden Stück von K^1, das wir „k^1" nennen, in demselben Lageverhältniß steht wie *b* zu *k*. Die Strecke b^1 ist dann *b* und also auch a^1 congruent, und da sie es ist, könnte sie mit a^1 auch actuell congruent werden. Nehmen wir an, a^1 und b^1 würden localidentisch, und zwar so, daß K^1 zu b^1 in seinem angegebenen Lageverhältniß verbliebe, daß M^1 mit *M* zusammenfiele, und k^1 mit *k* auf dieselbe Seite von a^1 käme. Dann müßte auch K^1 durch *A* gehen, *k* und k^1 also Punkt *A* gemein haben, aber *k* und k^1 – und also auch K^1 und *K* – könnten nun nicht total actuell congruent sein, da

[1] In *E* zu dem aus *K* und *b* bestehenden ein potentiell congruentes Gebilde wie das aus K^1 und b^1 anzunehmen ist zulässig, da ja *E* total homogen ist; eine Figur, die überhaupt in *E* möglich ist, also auch an jeder beliebigen Stelle von *E* sein kann.

nun k^1 zu a^1 ja in demselben Lageverhältniß stände wie k zu b, und das Lageverhältniß von a^1 und b zu k soll ja doch verschieden sein, muß verschieden sein, da a^1 und b nicht localidentisch sind.

Zunächst hätten wir nun also die Erkenntniß erreicht, daß, wenn zwischen zwei Punkten einer Ebene in dieser zwei (getrennte) congruente gerade Strecken möglich sind, auch um einen Punkt als Mittelpunkt zwei congruente, aber nicht localidentische Kreise in derselben Ebene sein können. Dies letztere ist jedoch nicht möglich. Denn sind K und K^1 nicht actuell congruent, so müßte K^1 entweder ganz innerhalb oder ganz außerhalb oder theils innerhalb und theils außerhalb des von K eingeschlossenen Ebenenstückes KE liegen. Nehmen wir an, ein Stück von K^1, das von Punkt A etwa bis B reicht, läge außerhalb KE. Wenn wir nun einen Punkt „C" dieses Stückes von K^1 mit M bezw. M^1 (beide Punkte sind ja vereinigt) durch eine gerade Strecke verbinden, so liegt diese theils außerhalb, theils innerhalb KE, muß also K durchschneiden, mit K einen Punkt gemeinsam haben; wir nennen diesen Punkt „D". Nun ist die gerade Strecke MD ein Stück der geraden Strecke MC, C müßte also, da jede Gerade eine Linie beständig wachsenden Abstandes ist, von M größere (absolute) Entfernung haben als D, was mit unserer Voraussetzung unverträglich ist. Derselbe Widerspruch ergiebt sich, wenn wir annehmen, daß das Stück von K^1 innerhalb KE läge. – Die Annahme, daß die congruenten Kreise K und K^1 in derselben Ebene bei demselben Mittelpunkt nicht localidentisch zu sein brauchen, führt also auf einen Widerspruch und ist so unzulässig. Damit fällt dann aber auch die Annahme, daß zwei in einer Ebene gelegene congruente gerade Strecken eine geschlossene Linie bilden können. Denn aus dieser letzteren Annahme folgt die erstere; ist das in der letzteren Angenommene möglich, so muß auch das in der ersteren Angenommene möglich sein; ist dies letztere nicht der Fall, so ist es auch das erstere nicht.

Da Ebenen und Gerade total homogen sind, muß, was auf der einen Seite, die eine Gerade den durch sie gegen einander abgegrenzten Ebenenstücken zukehrt, möglich ist, auch auf der anderen Seite möglich sein. Bestimmen wir nun auf einer in einer Ebene gelegenen Geraden „G" zwei Punkte „A" und „B", dann müssen, falls in der Ebene formal verschiedene Gerade

möglich wären, zu beiden Seiten von *G* zwischen *A* und *B* congruente gerade Strecken möglich sein, die von *G* formal verschieden sind. Dann hätten wir aber wieder in einer Ebene zwei congruente gerade Strecken zwischen zwei Punkten. Mit der Annahme, daß in einer Ebene zwischen zwei Punkten zwei nicht congruente gerade Strecken möglich sind, ist also auch logisch Unmögliches gesetzt, da aus dieser Annahme die vorhin als widersinnig bewiesenen betreffs der congruenten geraden Strecken folgt.

23. Sind in einer Ebene um einen Punkt als Mittelpunkt nicht zwei congruente (lageverschiedene) Kreise möglich, so auch nicht zwei incongruente von gleichem Radius, denn der letztere Fall würde zu derselben Unverträglichkeit führen, die wir beim ersteren kennen lernten. Dann sind aber auch in einer Ebene überhaupt nicht incongruente Kreise von demselben Radius möglich.

Jede gerade Linie, die durch den Mittelpunkt eines Kreises geht, halbirt die Kreislinie, wenn beide Linien in derselben Ebene liegen. Wir nennen das eine der beiden Ebenenstücke, die durch die Gerade „*G*" gegen einander abgegrenzt werden, „*Ek*", das andere „Ek^1"; *G* geht durch den Mittelpunkt des Kreises „*K*" und schneidet *K* in den Punkten „*A*" und „*B*". Ist nun das von *A* und *B* begrenzte Stück von *K* in *Ek* kleiner als das in Ek^1, so ist doch — wegen der totalen Homogenität von *G* und *E* — nun in *Ek* zwischen *A* und *B* ein gleich großes Kreisstück möglich wie in Ek^1. Damit kämen wir aber wieder auf congruente, aber dabei nicht localidentische Kreise um denselben Mittelpunkt; da diese nicht möglich sind, können die in *Ek* und Ek^1 gelegenen Strecken von *K* nicht verschieden sein, *G* muß also *K* halbiren. Dann bilden aber auch stets zwei Radien, die die gemeinsamen beiden Endpunkte zweier Halbkreise eines Kreises mit dessen Mittelpunkt verbinden, eine gerade Strecke — wenn Radien und Kreis in derselben Ebene liegen.[1]

Da in einer Ebene um einen Punkt als Mittelpunkt nicht zwei (lageverschiedene) Kreise mit gleichem Radius möglich sind, so ist unsere in der Definition des Kreises gegebene Form-

---

[1] Dieser Zusatz muß zunächst noch gemacht werden; er darf erst dann als überflüssig weggelassen werden, wenn gezeigt ist, daß nicht nur in einer Ebene, sondern überhaupt nicht zwei gerade Strecken eine geschlossene Linie bilden können.

bestimmung — in Beziehung auf je eine Art der Ebene, falls es deren überhaupt geben kann — eine vollständige, eine solche, die (formal) verschiedene Arten von Kreisen — für je eine Art der Ebene — ausschließt. Ist das aber der Fall, dann müssen, da unsere Formbestimmung in der Definition für alle extensiv gleichen Stücke der Kreise dieselbe war, alle extensiv gleichen Stücke des Kreises congruent sein. Der Kreis ist dann auch eine „seitenhomogene" Linie, jedes Stück einer Seite ist jedem extensiv gleichen Stück derselben Seite congruent.

Vierte Abtheilung.

24. „A" und „B" seien die gemeinsamen Endpunkte zweier Halbkreisstrecken des Kreises „K", „C" und „D" die Halbirungspunkte derselben Strecken. Dann sind auch C und D Endpunkte von Halbkreisen. Verbinden wir nun A mit B und C mit D mittels der — mit unseren Kreis in derselben Ebene gelegenen und also durch den Mittelpunkt „M" gehenden — geraden Strecke, so erhalten wir vier geschlossene, von je einem Viertelkreis und zwei Radien gebildete Linien, deren gerade Stücke allerdings immer zweien dieser Linien angehören. Diese vier geschlossenen Linien sind — nach allem bisher Bewiesenen — congruent; und erstens deshalb und zweitens, weil jede Ebene total homogen ist, sind auch die von jenen vier Linien eingeschlossenen Ebenenstücke congruent. Dann muß aber auch jeder Kreis um M mit kleinerem Radius in derselben Ebene durch die geraden Strecken AB und CD in vier gleiche Stücke zerlegt werden; ebenso muß auch jeder Kreis mit größerem Radius um M in derselben Ebene von den beiden in dieser Ebene gelegenen Geraden, deren Stücke die Strecken AB und CD sind, in vier gleiche Stücke zerlegt werden. Da das der Fall ist, ist das Lageverhältniß der beiden Geraden, deren Stücke die geraden Strecken AB und CD sind, dadurch eindeutig bestimmt, daß man sagt, die Geraden zerlegten irgend einen Kreis, der mit ihnen in derselben Ebene liegt und der ihren Schnittpunkt als Mittelpunkt hat, in vier gleiche Theile. — Ein Lageverhältniß nun, wie es unsere beiden Geraden mit den Stücken AB und CD haben, ergiebt vier „rechte Winkel". Zwei Gerade, die mit einander vier rechte Winkel bilden, werden „Senkrechte" genannt. In jeder Ebene sind in einem Punkte nur je zwei zu einander Senkrechte möglich, weil eben ein Kreis nur vier Viertel hat.

„Strahlen" sind Stücke gerader Linien, die nur durch einen Punkt – also nicht vollständig – begrenzt sind. Haben zwei Strahlen einen gemeinsamen Endpunkt, so bilden sie – wie sich ergeben wird – zwei Winkel. Zwei einen Winkel bildende Strahlen werden „Schenkel" des Winkels genannt, der gemeinsame Punkt der Strahlen bezw. Schenkel ist der „Scheitelpunkt" des Winkels. Ein Winkel selbst ist das Lageverhältniß zweier Strahlen, seiner Schenkel. Nach seiner Art bestimmt wird ein Winkel durch das zwischen seinen Schenkeln mögliche Stück eines (beliebig großen) Kreises, dessen Mittelpunkt der Scheitel des Winkels ist. – Ein „gestreckter" Winkel hat einen Halbkreis zwischen seinen Schenkeln, ein „spitzer" einen Kreisbogen, der kleiner als ein Viertelkreis ist, ein „stumpfer" einen Kreisbogen, der größer als ein Viertelkreis, kleiner als ein Halbkreis ist.

Theilen denn nun aber zwei gerade Strahlen mit gemeinsamen Endpunkt alle Kreise, die mit jenen beiden in derselben Ebene liegen und dem Endpunkt der Strahlen als Mittelpunkt haben, in gleicher Weise? Von der Beantwortung dieser Frage hängt es ab, ob wir überhaupt spitze und stumpfe Winkel für möglich halten dürfen oder nicht. – Wir nehmen nun in einer Ebene, „E", zwei Kreise, „K" und „K^1", mit dem gemeinsamen Mittelpunkt „M" an, denken uns K durch die Punkte „A", „B" und „C" in drei gleiche Stücke getheilt, und A, B und C mit M durch Radien (in E) verbunden. Ist nun der Radius von K^1 kleiner als der von K, so schneiden die geraden Strecken AM, BM und CM die Linie K^1 in je einem Punkte; wir wollen diese „A^1", „B^1" und „C^1" nennen. Nach dem bisher vom Kreise, von der Geraden und der Ebene Bewiesenen müssen A^1B^1, B^1C^1 und C^1A^1 einander gleich sein, also muß, falls der Kreisbogen A^1B^1 kleiner als ein Drittel K^1 ist, auch der Kreisbogen B^1C^1 und der C^1A^1 kleiner als ein Drittel von K^1 sein, das ist aber nicht möglich, da A^1B^1, B^1C^1 und C^1A^1 zusammen ja K^1 bilden. Folglich muß jeder der drei durch Punkte der Radien AM, BM und CM in K^1 abgegrenzten Kreisbögen ein Drittel von K^1 sein. Was betreffs eines Drittels von K und K^1 zu zeigen ist, ist analog auch von jedem anderen commensurablen Stück von K und K^1 zu beweisen. – Aber wie ist es mit den incommensurablen Stücken? Sehen wir zu. Wir nehmen an, „a" sei eine zu K incommensurable Strecke von K, und „A" und „B" seien die

Endpunkte von *a*. Das von den Radien *AM* und *BM* auf K^1 abgeschnittene und mit *a* auf derselben Seite von *AM* und *BM* gelegene Stück „a^1“ stehe nun zu K^1 nicht in demselben Verhältniß wie *a* zu *K*. Ein kommensurables kann das Verhältniß von a^1 zu K^1 jedoch nicht sein, da ja dann auch das von *a* zu *K* ein solches sein müßte. Nehmen wir sodann in *K* eine Strecke „*b*“ an, die sich zu *K* so verhält wie a^1 zu K^1, die *A* als den einen Endpunkt hat und — falls sie kleiner ist als *a* — ein Stück von *a* oder — falls sie größer ist als *a* — von der *a* ein Stück ist. Bezeichnen wir nun den anderen Endpunkt von *b* mit „*C*“, den auf dem Radius *AM* gelegenen Endpunkt von a^1 mit „A^1“, den in *BM* gelegenen mit „B^1“. Denken wir uns ferner in dem Kreisstück *BC* einen Punkt „*D*“, der mit *A* ein *K* kommensurables Stück dieses Kreises begrenzt, und nehmen wir an, daß *AD* kleiner sei als *AC*. Dann ist auch in K^1 eine Strecke „A^1D^1“ möglich, die ein Stück der A^1B^1 ist und sich zu K^1 verhält wie *AD* zu *K*. Der in *E* gelegene Radius *DM* muß dann durch D^1 gehen. Da nun der Kreisbogen *AD* kleiner als der *AC* ist, muß auch *AB* kleiner als *AD* sein, da ja *D* zwischen *B* und *C* liegen soll. Dann liegt Punkt *B* mit *A* und A^1 auf der einen der beiden Seiten, die die Gerade *DM* unserer *E* zukehrt, Punkt B^1 jedoch auf der anderen (weil A^1B^1 größer als A^1D^1), und die gerade Strecke BB^1 muß die DD^1 durchschneiden, da das eine Stück von BB^1 (wegen der Lage des Punktes *B*) in das Ebenenstück fällt, das von den geraden Strecken AA^1 und DD^1 wie von einem der beiden Kreisbögen *AD* und einem der beiden A^1D^1 eingeschlossen wird, das andere Stück von BB^1 (wegen der Lage des Punktes B^1) in das Ebenenstück fällt, das von DD^1 und AA^1 wie von dem anderen der beiden Kreisbögen zwischen den Punkten *A* und *D* und dem anderen der beiden Kreisbögen zwischen A^1 und D^1 eingeschlossen wird. Haben aber unsere Strecken BB^1 und DD^1 einen Punkt gemeinsam, dann müßten die geraden Strecken *BM* und *DM* zwei Punkte gemeinsam haben. Da das nicht möglich ist, ist die Voraussetzung, aus der sich diese Unmöglichkeit ergab, unzulässig. Diese Voraussetzung aber war, daß Strahlen sich zu einer Mehrheit von Kreisen, deren Mittelpunkt der gemeinsame Endpunkt dieser Strahlen ist, anders verhielten, wenn die Strahlen Kreisbögen begrenzten, die kommensurabel zum ganzen Kreis sind, als wenn die Strahlen Kreisbögen begrenzten, die inkommensurabel zum ganzen Kreis sind. Zwei

Strahlen in einer Ebene[1], die gemeinsamen Endpunkt (bezw. Anfangspunkt) haben, bilden also stets Winkel.

Betreffs der Definitionen von „Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Wechselwinkel, Gegenwinkel, conjugirte Winkel" verweise ich auf die Lehrbücher der Geometrie, ebenso betreffs des Beweises der ersten beiden Congruenzsätze und des Beweises, daß zwei Gerade parallel sind (sich nicht schneiden), wenn sie mit einer dritten gleiche Wechselwinkel, gleiche Gegenwinkel, conjugirte Winkel mit der Summe von zwei Rechten bilden.[2]

25. Wir nehmen in einer Ebene „E" zwei gleichschenkelige congruente Dreiecke, „ABC" und $A^1B^1C^1$", an; AB, AC, A^1B^1 und A^1C^1 seien die gleichen Schenkel, den Halbirungspunkt der Dreiecksseite[3] BC nennen wir „D", den Halbirungspunkt der B^1C^1 bezeichnen wir mit „D^1" und verbinden D mit A, sowie D^1 mit A^1 durch die Gerade in E. Wäre nun $\sphericalangle ABC$ nicht gleich $\sphericalangle ACB$, aber $\sphericalangle BAC$ gleich $\sphericalangle B^1A^1C^1$, so wäre auch $\sphericalangle A^1B^1C^1$ nicht gleich $\sphericalangle A^1C^1B^1$ (weil die Dreiecke congruent sind); wäre $\sphericalangle BAD$ nicht gleich $\sphericalangle CAD$, so wäre auch $\sphericalangle B^1A^1D^1$ nicht gleich $\sphericalangle C^1A^1D^1$. Nehmen wir an, $\sphericalangle BAC$ sei gleich $\sphericalangle B^1A^1C^1$, $\sphericalangle ABC$ gleich $A^1B^1C^1$, $\sphericalangle BAD$ gleich $\sphericalangle B^1A^1D^1$. Lägen nun unsere Dreiecksflächen in E so, daß die Strecke (Dreiecksseite) A^1B^1 mit AC, die A^1C^1 mit AB localidentisch ist, also Punkt B mit C^1, Punkt C mit B^1 localidentisch, dann muß auch die Dreiecksseite B^1C^1 mit BC, Punkt D mit D^1 und Seite A^1D^1 mit AD vereinigt sein, da zwischen zwei Punkten nicht zwei (getrennte, localverschiedene) gerade Strecken in einer Ebene möglich sind. Dann ist aber auch $\sphericalangle ABC$ gleich $\sphericalangle A^1C^1B^1$, $\sphericalangle ACB = A^1B^1C^1$, also auch $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$ und $\sphericalangle A^1B^1C^1 = \sphericalangle A^1C^1B^1$; ferner ist $\sphericalangle BAD = C^1A^1D^1$, $\sphericalangle CAD = \sphericalangle B^1A^1D^1$,

---

[1] Vorläufig muß noch hinzugefügt werden „in einer Ebene", da ja noch nicht bewiesen ist, daß zwei Strahlen mit gemeinsamen Endpunkt immer in einer Ebene liegen können.

[2] Die „Axiome", welche für diese Beweise allein in Betracht kommen, sind ja jetzt bewiesen.

[3] Ich bezeichne hier dem gewöhnlichen Sprachgebrauch gemäß mit „Dreiecksseite" jede der drei geraden Strecken, die zusammen die Dreiecksfläche begrenzen. „Seite" wird also hier in einem anderen Sinne gebraucht, als wenn von den Seiten, die eine Linie einer Fläche, eine Fläche einem Raum dritter Ordnung zukehrt, die Rede ist. Meine ich bei einer Dreiecksfläche „Seite" in diesem letzteren Sinne, so spreche ich nicht von „Dreiecksseiten", sondern von „Dreiecksflächenseiten.

also auch $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$ und $\sphericalangle B^1A^1D^1 = \sphericalangle C^1A^1D^1$; endlich ist $\sphericalangle ADB = \sphericalangle A^1D^1C^1$, $\sphericalangle ADC = A^1D^1B^1$, also $\sphericalangle ADB = \sphericalangle ADC$ und $\sphericalangle A^1D^1B^1 = \sphericalangle A^1D^1C^1$. Da nun die Strecke (Dreiecksseite) DB mit der DC, ebenso die D^1B^1 mit D^1C^1 einen bezw. zwei gestreckte Winkel bilden, so sind $\sphericalangle ADB$ und die ihm gleichen anderen Winkel rechte Winkel. In jedem gleichschenkeligen Dreieck, das in einer Ebene liegt, sind also die Basiswinkel gleich, die (mit dem Dreieck in derselben Ebene gelegen) Verbindungsgerade von Basismitte und Spitze halbirt den Winkel an der Spitze und steht senkrecht auf der Basis.

26. Wir denken uns eine Gerade „G" in einer Ebene „E"; die durch G gegen einander abgegrenzten Stücke von E nennen wir „EP" und „EQ"; in EP nehmen wir einen Punkt „P" an, in G einen Punkt „A". Nun kann dieser letztere mit P durch eine Gerade in E verbunden werden, die entweder senkrecht auf G steht oder mit G einen (bezw. zwei) spitzen und einen (bezw. zwei) stumpfen Winkel bildet. Wir nehmen das Letztere an. Dann kann von A aus in EQ ein (gerader) Strahl gehen, der mit demjenigen Strahl von G, der mit AP einen in EP gelegenen spitzen Winkel bildet, einen diesem gleichen Winkel in EQ bildet. Nun sei auf unserem Strahl in EQ ein Punkt „Q" so bestimmt, daß AP gleich AQ ist, und ferner sei P mit Q durch eine gerade Linie in E verbunden. Wir haben dann ein gleichschenkeliges Dreieck, AP und AQ sind die gleichen Schenkel, PQ die Basis, G geht durch die Spitze A und halbirt den Winkel daselbst, G und PQ stehen also auf einander senkrecht. Folglich — von jedem Punkt außerhalb einer Geraden ist auf diese eine Senkrechte füllbar — wenn Gerade und Punkt in derselben Ebene liegen.[1]

27. Wir nehmen in einer Ebene „E" drei Gerade, „G", „G^1" und „G^2", an; G und G^1 stehen im Punkt „A" senkrecht auf einander, G^2 schneidet G im Punkt „B" unter zwei spitzen und zwei stumpfen Winkeln. In einem der beiden von A ausgehenden Strahlen von G^1 denken wir einen Punkt „P" bestimmt und nennen dasjenige der beiden durch G gegen einander abgegrenzten Stücke von E, das den Strahl von G^1 mit dem Punkt P in sich hat, „EP". Endlich denken wir in demjenigen Strahl von G^2, der in EP liegt, den Punkt „P^1" bestimmt und nehmen an, $\sphericalangle P^1BA$ sei ein spitzer Winkel. Nun kann von P^1 auf G die Senkrechte

[1] Der Zusatz fällt als selbstverständlich weg, wenn bewiesen ist, daß eine Gerade und ein Punkt außer ihr stets in einer Ebene liegen können.

(in E) gefüllt werden, den Schnittpunkt dieser mit G nennen wir „C". Wir haben dann ein (logisch mögliches) rechtwinkeliges Dreieck BP^1C, und da dessen Form in jeder beliebigen Größe möglich ist, so auch in der, bei der die eine der beiden den rechten Winkel einschließenden Dreiecksseiten gleich unserer geraden Strecke AB ist. Zwei ähnliche (ebene) Dreiecke können aber (nach § 15) in derselben Ebene liegen, die ebene Dreiecksfläche CP^1B kann also Stück der (ebenen) Fläche eines CP^1B ähnlichen Dreiecks „APB" sein, und da dies der Fall ist, müssen sich die in EP liegenden Strahlen von G^1 und G^2 schneiden.

Stehen zwei Gerade, „G^1" und „G^2" auf einer dritten, „G", senkrecht, und liegen alle drei in einer Ebene „E", so ist jede Senkrechte in derselben Ebene auf G^1 auch eine solche auf G^2. Bezeichnen wir den Schnittpunkt von G und G^1 mit „A", den von G und G^2 mit „B", einen anderen Punkt auf G^2 mit „P". Nun kann von P auf G^1 die Senkrechte in E gefüllt werden, wäre diese dann auf G^2 nicht auch senkrecht, so müßten sich G^1 und G^2 schneiden, da aber beide mit G rechte Winkel bilden, können sie sich nicht schneiden; die Senkrechte von P auf G^1 ist also auch eine solche in P auf G^2. – Wir benennen dann den Schnittpunkt dieser Senkrechten und der G^1 mit „P^1". Wäre nun die gerade Strecke PP^1 kleiner als AB, so könnten wir uns von A (oder B) aus auf AB eine PP^1 gleiche Strecke „AC" bestimmt denken, PP^1 aber könnte Stück einer AB gleichen Strecke „P^1P^2" sein und Punkt P^2 mit C dann durch die Gerade in E verbunden werden. Die Vierecke $ABPP^1$ und ACP^2P^1 wären dann congruent, da AP^1 (im einen) gleich AP^1 (im anderen), $AB = P^1P^2$, $AC = PP^1$, $\sphericalangle BAP^1 = \sphericalangle P^2P^1A$, $\sphericalangle CAP^1 = \sphericalangle PP^1A$ (Beweis wie beim ersten Congruenzsatz des Dreiecks); $\sphericalangle ACP^2$ wäre also gleich $\sphericalangle P^1PB$, $\sphericalangle P^1P^2C = \sphericalangle ABP$, und da $\sphericalangle P^1PB$ und $\sphericalangle ABP$ (nach unserer Annahme) Rechte sind, müßten also auch $\sphericalangle ACP^2$ und $\sphericalangle P^1P^2C$ Rechte sein. Ergäbe sich nun ferner, daß unter unserer Voraussetzung die geraden Strecken PB und P^2C sich schneiden müssen, so hätten wir, da PB und P^2C mit PP^2 und mit BC conjugirte Winkel von zwei Rechten bilden (wie soeben bewiesen) und sich daher nicht schneiden können, einen Widerspruch und damit den Beweis der Unzulässigkeit unserer Annahme, daß unsere geraden Strecken AB und PP^1 verschieden groß sein könnten. – Wir nehmen nun jene Strecken AC und PP^2 an und denken PB halbirt, den Halbirungspunkt

nennen wir „D". Sind dann P^2 mit D und C mit D durch die geraden Strecken in E verbunden, so haben wir zwei Dreiecke, CDB und P^2DP, die congruent sind (nach dem ersten Congruenzsatze), weil DP gleich DB, PP^2 gleich BC, $\sphericalangle DBC$ gleich $\sphericalangle DPP^2$ (beide sind ja Rechte). Dann ist aber auch $\sphericalangle BDC$ gleich $\sphericalangle PDP^2$, und da BD und PD zusammen eine gerade Strecke bilden, müssen auch die anderen Schenkel, P^2D und CD, eine solche bilden, die geraden Strecken PB und P^2C müßten sich also in D schneiden, da sie aber mit BC – und ebenso auch mit PP^2 – rechte Winkel bilden, können sie nicht zusammentreffen. Unsere Annahme, die zu diesem Widerspruche führt, ist also unzulässig, AB kann nicht größer als PP^1 sein; daß es aber auch nicht kleiner sein kann, daß ferner auch AP^1 gleich BP sein muß, ist auf dieselbe Weise beweisbar. – Damit ist zunächst gezeigt, daß Parallele zwischen Parallelen gleich sind, wenn sie mit einander rechte Winkel bilden. – Im Viereck $ABPP^1$ sind also die gegenüberliegenden Seitenstrecken einander gleich und die vier Winkel rechte. Wir nennen ein solches Viereck ein „Rechteck", dessen logische Möglichkeit nun bewiesen ist. – Sind ferner unsere Punkte B und P^1 durch eine Gerade „G^3" in E verbunden, so sind die Dreiecke PP^1B und AP^1B (nach dem ersten Congruenzsatze) congruent, $\sphericalangle P^1BP$ folglich gleich $\sphericalangle BP^1A$. G^1 und G^2 schneiden also auch G^3 unter gleichen Wechselwinkeln, bilden also auch mit G^3 conjugirte Winkel, von denen je zwei zusammen zwei Rechte betragen. Die einzelnen dieser Winkel sind jedoch nicht rechte – wie die von G^1 und G^2 mit G gebildeten. – Nun muß aber auch jede andere, G^1 und G^2 unter spitzen und stumpfen Winkeln schneidende Gerade „G^4" in E mit G^1 und G^2 conjugirte Winkel der Summe von zwei Rechten bilden. Denn die Senkrechte auf G^1 im Schnittpunkte von G^4 und G^1 steht auch auf G^2 senkrecht, die auf G^2 im Schnittpunkte von G^4 und G^2 auch auf G^1 senkrecht. Diese Senkrechten auf G^1 und G^2 bilden mit G^1 und G^2 ein Rechteck, in dem G^4 mit G^1 und G^2 gleiche Wechselwinkel ergiebt. – Eine Gerade „G^5", die in E liegt und durch den Schnittpunkt von G^2 und G^4 geht, bildet (falls sie nicht mit G^2 localidentisch ist) mit G^4 und G^1 nicht conjugirte Winkel, die zwei Rechte betragen (da das ja eben bei G^2, G^4 und G^1 der Fall ist), bildet nun also auch mit G^1 und mit der auf G^2 und G^1 Senkrechten, die durch den Schnittpunkt von G^4 und G^2 geht, nicht (je zwei) conjugirte Winkel der

angegebenen Summe, schneidet also G^1. Daher — werden in einer Ebene zwei Gerade von einer dritten so geschnitten, daß die Summe je zweier conjugirter Winkel nicht gleich zwei Rechten ist, so schneiden sich jene beiden Geraden. (Daß sie sich auch in demjenigen der beiden durch die dritte Gerade getrennten Ebenenstücken, in dem die inneren conjugirten Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte sind, schneiden, ergiebt sich leicht aus dem bisher Bewiesenen.)

28. Mit dem Beweise dessen, daß zwei Gerade kein Ebenenstück einschließen können, sowie dem Beweise des „Parallelenaxiom" genannten Satzes ist die Zulässigkeit der Euklidischen Planimetrie, die Unzulässigkeit der antieuklidischen (Lobatschefsky'schen) dargethan. Noch nicht ist aber die Euklidische Stereometrie gesichert, denn dazu bedarf es noch der Beweise, daß Raum dritter Ordnung möglich ist, daß zwischen zwei Punkten überhaupt nicht zwei (getrennte) gerade Strecken möglich sind, daß es also formal verschiedene Gerade nicht geben kann, und daß auch formal verschiedene Ebenen unmöglich sind. Sind diese Beweise geführt, dann ist zu untersuchen, ob nur die Euklidische Geometrie oder ob auch diejenige „nichteuklidische", die ich „erweiterte Euklidische" genannt habe, zulässig ist. Mit dem Beweis des „Parallelenaxioms" ist die Unzulässigkeit der Geometrie der ebenen und krummen Räumen dritter und höherer Ordnung so wenig gezeigt, daß vielmehr dieser Beweis erst geliefert sein muß, ehe über Zulässigkeit oder Unzulässigkeit der erweiterten Euklidischen Geometrie überhaupt entschieden werden kann.

Fünfte Abtheilung.

29. Ist Raum dritter und höherer Ordnung möglich, so ist auch total homogener Raum solcher Ordnung möglich (Beweis wie für Fläche in § 8 und in § 17). Im total homogenen Raum dritter und höherer Ordnung sind mehr als eine Ebene möglich, und da jede Gerade in einer Ebene liegen kann und total homogen ist, so kann im Raum dritter und höherer Ordnung auch jede Gerade in mehreren Ebenen liegen. Eine Gerade ist dann also nicht genügend zur Bestimmung der Lage einer Ebene; ob eine Gerade und ein Punkt außer ihr zu jener Bestimmung ausreichen, lassen wir dahingestellt, uns genügt vorläufig, daß zur vollständigen Bestimmung der Lage einer Ebene im total homogenen Raum dritter (und höherer) Ordnung mindestens eine Gerade und

ein nicht in dieser Geraden gelegener Punkt – bezw. drei nicht in einer Geraden liegende Punkte – nöthig sind. Ist das aber der Fall, so können drei nicht in einer Geraden gelegenen Punkte eines Raumes (dritter und höherer Ordnung) stets als in einer Ebene liegend gedacht werden. Denn lägen die drei Punkte in einem krummen Raume – etwa vierter Ordnung – und wäre durch sie in diesem Raume nicht eine Ebene legbar, so könnten sie doch mit dem krummen Raum zusammen in einem total homogenen Raum höherer Ordnung liegen, da es krummen Raum vierter Ordnung nur geben kann, wenn Raum fünfter Ordnung – also auch total homogener fünfter Ordnung – möglich ist. Im total homogenen Raum fünfter Ordnung aber könnten die drei Punkte einer Ebene dieses Raumes gemeinsam sein, denn in diesem Raum ist, weil er eben total homogen ist, überall eine Ebene möglich und die Lage einer Ebene[1] noch nicht durch zwei Punkte bestimmt.

30. Sollten zwei (getrennte) congruente gerade Strecken zwischen zwei Punkten möglich sein, so müßte die Anordnungsweise dieser Strecken eine solche sein, die in der Ebene nicht möglich ist. Bezeichnen wir die gemeinsamen Endpunkte zweier congruenter gerader Strecken mit „*A*" und „*B*", benennen die eine Strecke „*a*", die andere „*b*", den Halbirungspunkt von *b* mit „*C*", so können doch (Strecke) *a* und (Punkt) *C* in einer Ebene liegen, und *C* kann mit *A* und *B* in derseben Ebene durch gerade Strecken (derselben Form wie *a* und *b*) verbunden werden. Nun sind die geraden Strecken *AC* und *CB* zusammen größer als *a* (nach dem planimetrischen Satze, daß in jedem Dreieck zwei Seiten zusammen größer als die dritte sind)[2] und als *b*; zwischen *A* und *C*, sowie zwischen *C* und *B* befänden sich also je zwei gerade Strecken, die zwar formal gleich, aber extensiv verschieden wären, was, da jede Gerade eine Linie beständig wachsenden Abstandes ist, unmöglich ist. Zwei (getrennte) congruente Gerade

[1] In den vorhergehenden Abteilungen blieb dahingestellt, ob Ebenen möglich sind oder nicht, unter „Ebene" war immer nur „total homogene Fläche" überhaupt gemeint (vergl. § 17). Hier in § 29 und im Folgenden sind wirklich Ebenen gemeint, was von ihnen bewiesen wird, wird also unter der – bisher noch unbewiesenen – Voraussetzung, daß Ebenen und Räume dritter Ordnung möglich sind, bewiesen.

[2] Da die Euklidische Planimetrie (als Geometrie der total homogenen Fläche überhaupt) gesichert ist, kann ich mich jetzt auf ihre Sätze als auf bewiesene berufen.

zwischen zwei Punkten sind also nicht nur in der Ebene unmöglich, sondern überhaupt. — Wenn nun aber auch alle Geraden Linien beständig wachsenden Abstandes sind, so könnte doch vielleicht bei formal ungleichen Geraden das Verhältnis der Grösse einer bestimmten Strecke zur Größe des Abstandes ihrer Endpunkte verschieden sein. So könnten denn auch zwei der Form nach sich unterscheidende gerade Strecken zwischen zwei Punkten möglich sein, weil sie auch extensiv verschieden sein könnten? Sehen wir zu. — Die geraden Strecken *a* und *b* zwischen den Punkten *A* und *B* seien formal und extensiv ungleich, und in der Ebene „*E*“ in der *a* und der Halbierungspunkt *C* von *b* liegen, sei *C* mit *A* und *B* durch die geraden Strecken verbunden. Diese geraden Strecken, *CA* und *CB*, sind dann gleich, da ja Punkt *C* von *A* und *B* gleiche (absolute) Entfernung hat. Wir haben nun in *E* ein gleichschenkeliges Dreieck „*CAB*“ mit der Spitze *C*. — Sodann sind — wegen der totalen Homogenität der Geraden und der Ebene — auf den beiden Seiten, die *a* der Ebene *E* zukehrt, gleiche gleichschenkelige Dreiecke möglich. Folglich kann *a* die Basis eines *CAB* potentiell congruenten Dreiecks „*DAB*“ in *E* sein. Dann muß aber auch von *A* durch *D* nach *B* eine *b* congruente gerade Strecke gehend gedacht werden können, und wir hätten so zwischen *A* und *B* wieder z w e i congruente gerade Strecken. Da nun zwei congruente Gerade zwischen zwei Punkten nicht möglich sind, aber möglich sein müßten, wenn zwei incongruente zwei Punkte verbinden könnten, so sind auch incongruente Gerade in dem angegebenen Verhältniß zu einander nicht möglich. Dann sind aber auch formal verschiedene Gerade überhaupt unmöglich, denn gäbe es solche, so müßte man zwei Punkte sowohl durch eine Gerade der einen Form, als auch durch eine Gerade einer anderen Form verbinden können, und beide Geraden könnten, wegen ihrer formalen Ungleichheit, nicht localidentisch sein, es beständen also zwei (getrennte) Gerade zwischen zwei Punkten, was — wie gezeigt — nicht möglich ist.

Da nun drei nicht in e i n e r geraden Linie gelegene Punkte immer e i n e r Ebene gemeinsam sein können, da zwei Punkte einer Ebene immer durch eine Gerade verbindbar sind, und da zwischen zwei Punkten nicht z w e i (getrennte) Gerade möglich sind, so kann auch jedes Paar sich schneidender Geraden und jedes Dreieck (dessen „Seiten“ gerade Strecken sind) in einer Ebene liegen.

31. Wir nehmen in einer Ebene „*E*“ zwei sich schneidende Gerade, „*G*“ und „G^1“, an, den Schnittpunkt nennen wir „*A*“. Ferner denken wir uns eine Ebene „E^1“, in der *G* und G^1 auch liegen, die aber mit *E* nicht localidentisch ist. Dann kann in *E* ein Punkt „*B*“ bestimmt werden, der nicht in E^1 liegt. Wir nehmen dann weiter in *G* einen Punkt an, der aber weder der Schnittpunkt von *G* und G^1 noch der Schnittpunkt von *G* und der in *E* Parallelen durch *B* zu G^1 ist, wir nennen jenen Punkt „*C*“ und denken *C* und *B* durch die Gerade verbunden. Diese Gerade schneidet dann *G* und G^1, ihr Schnittpunkt mit G^1 sei „*D*“ genannt. Nun liegen die Punkte *C* und *D* beide nicht nur in *E*, sondern — weil der eine in *G*, der andere in G^1 sich befindet — auch in E^1, es muß also auch in E^1 eine Gerade geben, die durch beide Punkte geht. Diese Gerade könnte aber nicht durch *B* gehen, da ja *B* — nach unserer Annahme — nicht in E^1 liegt. Da nun aber zwischen zwei Punkten nur e i n e gerade Strecke möglich ist, so muß die durch *B* gehende Strecke zwischen *C* und *D* die einzige sein, dann muß aber auch *B* in E^1 liegen, und unsere Annahme, *E* und E^1 brauchten nicht localidentisch zu sein, trotzdem sie sowohl *G* als G^1 gemeinsam haben, ist unzulässig. — Gäbe es nun zwei formal verschiedenartige Ebenen, so müßte doch ein rechter Winkel in der einen mit einem rechten in der anderen betreffs der Schenkel actuell congruent werden können (da alle Geraden formal gleich sind), dabei könnten dann aber die beiden Ebenen nicht auch total actuell congruent werden, es wären dann also zwei Ebenen da, die zwei (sich schneidende) Gerade gemeinsam hätten. Da das, wie gezeigt wurde, nicht möglich ist, kann es auch nur Ebenen von e i n e r Form geben; die Bestimmung „total (formal) homogen“ ist auch bei der Ebene eine v o l l s t ä n d i g e Formbestimmung.

32. Wären Abstandslinien und Gerade an Form verschieden, so müßte zwischen den Endpunkten einer geraden Strecke eine überhaupt kürzeste Strecke möglich sein, die mit der geraden außen den beiden Endpunkten keine anderen Punkte gemeinsam hat. Denn — ist „*a*“ die gerade Strecke zwischen den Punkten „*A*“ und „*B*“, „*x*“ die bezw. eine Abstandsstrecke zwischen denselben Punkten, und m ü ß t e n *a* und *x* auch den Punkt „*C*“ gemeinsam haben, dann müßte auch zwischen *A* und *C* wie zwischen *C* und *B* je ein Punkt liegen, in dem *a* und *x* zusammentreffen, zwischen diesen letzteren Punkten und *A* und *C* und *B*

wieder etc. in infinitum, es könnte weder in a, noch in x ein Punkt angegeben werden, in dem beide Strecken nicht zusammenträfen, wäre das aber der Fall, so wären a und x localidentisch. Wollen wir also die Annahme machen, daß a und x formal verschieden sind, so muß beiden außer A und B kein anderer Punkt gemeinsam zu sein brauchen. – Wir bezeichnen nun den Halbirungspunkt von a mit „P", den von x mit „Q" und denken uns diesen letzteren Punkt mit A und B durch die beiden geraden Strecken verbunden. Nun sind die geraden Strecken AQ und BQ beide größer als die Hälfte von a, ist das aber der Fall, dann müssen auch die beiden Abstandsstrecken zwischen A und P und zwischen B und P kleiner sein als die zwischen A und Q und zwischen B und Q, kleiner also als die Hälfte von x, x müßte größer sein als die aus jenen beiden Abstandsstrecken zusammengesetzte Strecke, was in Widerspruch mit unserer Voraussetzung steht, nach der ja eben x die überhaupt kürzeste zwischen A und B sein sollte. Unsere Annahme, daß die Abstandsstrecke (x) zweier Punkte (A und B) nicht identisch mit der geraden Strecke (a) zwischen denselben Punkten sei, führt also mit sich selbst in Widerspruch ist daher unzulässig. Die gerade Linie ist die überhaupt kürzeste zwischen zwei Punkten, die Linie absoluten Abstandes.

Sechste Abtheilung.

33. Wir nehmen in einem total homogenen Raum dritter Ordnung „R" eine Ebene „E" an und in dieser eine Gerade „G". Dann kann in R durch G eine andere Ebene „E^1" gehen. Die auf G senkrechte Gerade, die G im Punkt „P" schneidet und in E liegt, nennen wir „G^1", die in P senkrechte auf G in E^1 nennen wir „G^2". Da G^1 und G^2 sich in P schneiden und beide in R liegen, so gehören sie zusammen einer Ebene „E^2" an, die auch in R liegt.[1] G steht nun (in P) sowohl auf G^1 als auf G^2 senkrecht. – Wir denken uns sodann eine in E^2 gelegene und

[1] Im total homogenen Raum dritter – und höherer – Ordnung sind total homogene Flächen möglich, da der erstere als solcher nichts darbietet, was der Möglichkeit der letzteren in ihm entgegen sein könnte. Sind aber im total homogenen Raum dritter Ordnung Ebenen möglich, so müssen auch zwei sich schneidende Gerade, die beide in einem total homogenen Raum dritter Ordnung liegen, einer in diesem Raum gelegenen Ebenen gemeinsam sein können. Da aber zwei sich schneidende Gerade zusammen nur in einer Ebene liegen können, so muß diese Ebene auch in dem total homogenen Raum dritter Ordnung sein, in dem jene beiden Geraden sich befinden.

durch Punkt P gehende Gerade „G^3", diese theilt dann die beiden Winkel des einen der durch G^1 und G^2 gebildeten beiden Scheitelwinkelpaare.[1] Weiter nehmen wir in G^1 zwei Punkte, „A" und „B", in G^2 gleichfalls zwei Punkte, „C" und „D", an, die alle von P gleiche Entfernung haben. Nun schneidet entweder die gerade Strecke AC oder die gerade Strecke AD die G^3,[2] wir nehmen an, AC hätte mit G^3 den Punkt „O" gemeinsam; dann schneidet auch BD die G^3, wir nennen den Schnittpunkt dieser beiden „Q". Endlich sei ein in G gelegener Punkt „N" mit A, B, C und D durch Gerade verbunden. Dann sind die vier Dreiecke: NPA, NPB, NPC, NPD congruent, da $\sphericalangle NPA$, NPB, NPC, NPD alle vier rechte Winkel, Strecke (Seite) $PA = PB = PC = PD$ und da PN allen vier Dreiecken gemeinsam ist. Da nun $NA = NC = NB = ND$ ist und AC auch gleich BD, so sind die Dreiecke NAC und NBD congruent und gleichschenkelig; da ferner $\sphericalangle OCN\,(ACN) = \sphericalangle QDN\,(BDN)$, Strecke $OC = QD$, so ist (nach dem ersten Congruenzsatze) Dreieck $NOC = NQD$, also auch die gerade Strecke $NO = NQ$, also NOQ ein gleichschenkeliges Dreieck, in dem OQ die Basis ist. Da aber endlich auch $OP = QP$, steht NP bezw. G auf OQ bezw. G^3 in P senkrecht. G^3 konnte jedoch jede beliebige in E^2 gelegene und durch P gehende Gerade sein; wir haben also bewiesen: Steht eine Gerade auf zwei anderen in deren Schnittpunkt senkrecht, so steht sie auch auf allen senkrecht, die durch den Schnittpunkt jener beiden gehen und mit ihnen in derselben Ebene liegen. – Da nun sowohl G als G^2 unserem R angehören, da ferner zwei in E^2 gelegene Gerade in P auf einander senkrecht stehen können und G zu solchen zwei Geraden senkrecht ist, ist bewiesen: In einem total homogenen Raum dritter Ordnung können d r e i gerade Linien auf einander senkrecht stehen.

34. Wir denken uns in einem total homogenen Raum dritter Ordnung „R" drei im Punkt „M" auf einander senkrecht stehende Gerade, „G", „G^1" und „G^2", und auf jeder derselben zwei Punkte so bestimmt, daß alle diese Punkte von M gleichen Abstand haben. Die beiden Punkte in G nennen wir „A" und „B", die in G^1 „C" und „D", die in G^2 „F" und „H". Ferner nehmen wir in R eine geschlossene Fläche an, deren Punkt a l l e von M dieselbe Entfernung haben, und zwar die Entfernung MA. Wir

[1] Vergl. Anm. zu § 30.
[2] Vergl. Anm. zu § 30.

bezeichnen diese Fläche, die ihrer Art nach „Kugel“ genannt wird, mit „Kg“.[1] In Kg liegen dann die Punkte A, B, C, D, F und H, und die Ebene „E“, in der G^1 und G^2 liegen, schneidet Kg in einem Kreise „K“. – Stände nun in R auf E bezw. G^1 und G^2 nicht nur G, sondern noch eine andere Gerade G^3 in M senkrecht, so müßten in Kg weitere zwei Punkte bestimmt werden können, durch die G^3 geht; wir nennen diese Punkte „P“ und „Q“. Nun schneiden Kg und die Ebene „E^1“, in der G und G^3 liegen, sich auch in einem Kreise, „K^1“; und da P in dem einen der beiden durch K getrennten Stücke von Kg liegt, Q in dem anderen, so schneiden sich ferner die Kreise K und K^1; die beiden Schnittpunkte bezeichnen wir mit „S“ und „T“. Da jedoch dann S, T und M sowohl in E als in E^1 liegen, also auch die geraden Strecken SM und TM in E und E^1, und da zwei Ebenen nicht eine gebrochene Linie gemeinsam haben können, so schneiden sich E und E^1 in der geraden Strecke ST. Soll nun G^1 bezw. G^2 sowohl auf G als G^3 senkrecht stehen, so müßte G^1 bezw. G^2 auch auf ST senkrecht sein, da ja G, G^3 und ST zusammen in E^1 liegen und alle durch M gehen. Weder G^1 noch G^2 aber kann auf ST senkrecht stehen, da G^1, G^2 und ST zusammen in E liegen und sich in M schneiden, und da in einer Ebene nicht drei auf einander Senkrechte möglich sind. – Unsere Annahme, in R könne außer G noch eine vierte Gerade, G^3, auf G^1 und G^2 senkrecht stehen, führt also auf erwiesenermaßen Unmögliches, jene Annahme ist deshalb unzulässig, und so ist bewiesen: In einem total homogenen Raum dritter Ordnung kann auf zwei auf einander senkrechten Geraden nur noch eine andere, nicht aber können zwei andere senkrecht stehen.

Steht in einem total homogenen Raum dritter Ordnung eine Gerade auf drei anderen im allen gemeinsamen Schnittpunkt senkrecht, so liegen diese drei in einer Ebene. Zum Beweise nehmen wir an, die Ebenen „E“ und „E^1“ schnitten sich in der Geraden „G“, die Gerade „G^1“ stände in E, die Gerade „G^2“ in E^1 auf G im Punkt „P“ senkrecht, die Gerade „G^3“ im selben Punkt sowohl auf G als auf G^1 und G^2, und E, E^1 und G^3 endlich lägen zusammen in einem total homogenen Raum dritter Ordnung „R“. Dann stände auf den zu einander senkrechten G und G^3

[1] Der Beweis für die Möglichkeit der Kugel im total homogenen Raum dritter Ordnung wird analog dem Beweise für die Möglichkeit des Kreises (§ 20) geführt.

sowohl G^1 als G^2 in P senkrecht, wir hätten also in einem total homogenen Raum dritter Ordnung auf zwei zu einander Senkrechten zwei andere, was — wie bewiesen — nicht möglich ist.

35. Wir nehmen in einem total homogenen Raum höherer als zweiter Ordnung zwei Ebenen, „E" und „E^1", an, die sich in der Geraden „G" schneiden. Eine in E gelegene Gerade „G^1" möge dann G im Punkte „A", eine zu G^1 parallele „G^2" möge G in „B" schneiden; ferner soll die Gerade „G^3" in E^1 die G in A, eine zu der G^3 parallele „G^4" die G in B schneiden; endlich sei ein Punkt „C" in G, der so liegt, daß die gerade Strecke CA ein Stück der CB ist, mit Punkt „P" in G^1 und „P^1" in G^3 durch die Geraden verbunden. Die durch C und P gehende Gerade „G^5" schneidet dann G^2, da G^1 und G^2 parallel sind, die durch C und P^1 gehende Gerade „G^6" schneidet G^4, weil auch G^3 und G^4 parallel sind. Den Schnittpunkt von G^2 und G^5 nennen wir „Q", den von G^4 und G^6 „Q^1". Da nun G^5 und G^6 sich in C schneiden, können sie zusammen in einer Ebene liegen; wir nennen diese Ebene „E^2" und denken in ihr P mit P^1 und Q mit Q^1 durch die Gerade verbunden. Nun verhält sich[1] CA zu CB wie CP zu CQ und wie CP^1 zu CQ^1. Daher verhält sich CP zu CQ bezw. CP^1 zu CQ^1 wie PP^1 zu QQ^1, da ferner CP zu CQ wie AP zu BQ, CP^1 zu CQ^1 wie AP^1 zu BQ^1, so verhält sich AP zu AP^1 zu PP^1 wie BQ zu BQ^1 zu QQ^1, die Dreiecke APP^1 und BQQ^1 sind also einander ähnlich, folglich $\sphericalangle PAP^1 = \sphericalangle QBQ^1$.

36. Sind „G", „G^1" und „G^2" drei im Punkte „P" auf einander senkrechte Gerade in einem total homogenen Raum dritter Ordnung, ist „E" die Ebene, in der G und G^1, „E^1" die Ebene, in der G^1 und G^2 liegen, so steht die in E^1 gelegene auf G^1 in jedem beliebigen anderen Punkt von G^1 — etwa in „Q" — Senkrechte auf jeder beliebigen Geraden, die in E durch Q geht, senkrecht (nach § 33 und 35). Wir sagen von zwei Ebenen, die sich so zu einander verhalten, wie diese E und E^1, sie seien senkrecht zu einander. Im total homogenen Raum dritter Ordnung können also zwei Ebenen auf einander senkrecht stehen.

Schneiden sich zwei Ebenen, „E" und „E^1", in einer Geraden „G", so können sie beide einem total homogenen Raum dritter Ordnung angehören. — Wir nehmen in G einen Punkt „P" an,

---

[1] Vergl. Anm. zu § 30.

nennen die zu G in P senkrechte Gerade, die in E liegt, „G^1", die zu G in P senkrechte Gerade, die in E^1 liegt, „G^2" und die Ebene, in der G^1 und G^2 liegen, „E^2". Nun steht E^2 sowohl auf E als auf E^1 senkrecht, und da in einem total homogenen Raum dritter Ordnung zwei auf einander senkrechte Ebenen möglich sind, können E und E^2 in einem total homogenen Raum dritter Ordnung, „R", liegen, in dem dann auch E^1 sein muß, da die beiden in E^1 gelegenen Geraden G und G^2 ja mit E und E^2 schon in R sich befinden.

Zwei sich in einer Geraden schneidende Ebenen können nicht beide in zwei (nicht localidentischen) total homogenen Räumen dritter Ordnung liegen. – Zum Beweise nehmen wir an, die Ebenen „E" und „E^1" schnitten sich in der Geraden „G" und lägen beide in den total homogenen Räumen dritter Ordnung „R" und „R^1". Wären nun R und R^1 nicht total actuell congruent, so müßte in R ein Punkt „P" angebbar sein, der nicht auch in R^1 liegt. Wir denken uns von P auf G die senkrechte Gerade, nennen sie „G^1" und ihren Schnittpunkt mit G „Q". Weiter nehmen wir in E und in E^1 die Senkrechten auf G in Q an und bezeichnen die in E mit „G^2", die in E^1 mit „G^3". Da nun G auf G^1, G^2 und G^3 in dem einen total homogenen Raum dritter Ordnung R in Q senkrecht steht, müssen G^1, G^2 und G^3 (nach § 34 zweiter Absatz) in einer Ebene liegen, wir nennen diese „E^2". G^2 und G^3 liegen ja aber nicht nur in R, sondern auch in R^1, es müßte also auch eine in R^1 gelegene Ebene geben, die G^2 und G^3 in sich hat, und diese Ebene könnte nicht identisch mit E^2 sein, da ja sonst der in E^2 gelegene Punkt P auch in R^1 läge. Hätten also R und R^1 die beiden Ebenen E und E^1 gemeinsam, so müßten auch die beiden Geraden G^2 und G^3 in zwei – nicht localidentischen – Ebenen liegen, da aber das Letztere nicht möglich ist, ist es auch das Erstere nicht, und so ist unsere Annahme als unzulässig erwiesen.

37. Ist total homogener Raum vierter Ordnung möglich, so können in ihm überall ebene Räume dritter Ordnung sein und zusammentreffen. Wir nehmen nun in einem total homogenen Raum vierter Ordnung einen ebenen Raum dritter Ordnung an, den ersteren nennen wir „Ro, den letzteren „Rd". Sodann nehmen wir eine in Rd – also auch in Ro – gelegene Ebene „E" an, in dieser zwei Punkte, „A" und „B", und außerdem einen in Ro, aber nicht in Rd – also auch nicht in E — gelegenen Punkt „C".

Nun schneidet die Ebene „E^1", in der A, B und C liegen, die E in einer Geraden, die durch A und B geht. E^1 liegt nicht in *Rd*, da C nicht *Rd* angehört, E und E^1 können aber, da sie sich in einer Geraden schneiden, in einem total homogenen Raum dritter Ordnung sein, der, da E und E^1 in *Ro* liegen, auch *Ro* angehört. In einem total homogenen Raum vierter Ordnung können sich also ebene Räume dritter Ordnung in einer Ebene schneiden. — Haben nun die ebenen Räume dritter Ordnung, „*Rd*" und „Rd^1", die Ebene „E" gemeinsam, so muß in einem Punkte „P" in E sowohl in *Rd* als in Rd^1 eine Gerade möglich sein, die auf allen der durch P gehenden in E gelegenen Geraden senkrecht steht. In einem total homogenen Raum vierter Ordnung kann also im Schnittpunkt zweier zu einander senkrechten Geraden auf diesen beiden mehr als eine andere Gerade senkrecht stehen.

Siebente Abtheilung.

38. Wir nehmen in einer total homogenen Fläche „F" ein gleichschenkeliges Dreieck „MAB" mit der Spitze „M" an und in „A" und „B" die senkrechten Geraden auf der Basis AB. Diese beiden Senkrechten sind nun der Senkrechten von M auf AB parallel und schneiden deshalb die Geraden, deren Stücke die geraden Strecken AM und BM sind. Wir bezeichnen dann mit „C" den Punkt, in dem die Senkrechte in A auf AB mit der Geraden, der BM angehört, zusammentrifft und mit „C^1" den Punkt, den die Senkrechte in B auf AB mit der Geraden, der MA angehört, gemeinsam hat. Nun haben wir zwei rechtwinkelige Dreiecke, „ABC" und „ABC^1", die potentiell total congruent, actuell aber nur partiell congruent zweiten Grades sind. Es sei sodann der Punkt A, sofern er dem Dreieck BAC^1 angehört, mit „B^1", der Punkt B, sofern er demselben Dreieck angehört, mit „A^1" bezeichnet, das Dreieck BAC^1 also mit „$A^1B^1C^1$". — Wir nehmen nun weiter an, AB bezw. A^1B^1 sei gleich AC bezw. A^1C^1, und das Dreieck $A^1B^1C^1$ änderte seine Lage in unserer total homogenen Fläche, es würde in F „verschoben", und zwar so, daß A^1 mit B vereinigt bleibt. Dann entfernt sich bei der Verschiebung Punkt C^1 von seiner Anfangslage immer so viel, als sich B^1 von A entfernt; ist der Abstand des verschobenen C^1 von seiner Anfangslage also gleich C^1B^1, so ist der Abstand des B^1 von A gleich BC; B^1 nimmt dann die Anfangslage von C^1 ein, und die gerade Strecke C^1A^1 bildet mit A^1A bezw. BA eine

gerade Linie C^1A. Auf dieser C^1A sei dann wieder das Dreieck $A^1B^1C^1$ verschoben, und zwar so, daß sich A^1 dem Punkt A nähert. Dann nähern sich ebenso Punkt B und C^1 und Punkt B^1 und C; fällt A^1 mit A zusammen, so auch C^1 mit B und B^1 mit C, das Dreieck $A^1B^1C^1$ also mit dem Dreieck ABC. So können also die Anfangs nur zweiten Grades actuell partiell congruenten Dreiecke durch Verschiebung in F actuell total congruent werden. – Jetzt wollen wir aber annehmen, AB sei größer als AC, A^1B^1 also größer als A^1C^1. Ist nun das Dreieck $A^1B^1C^1$ so verschoben, daß C^1A^1 und A^1A zusammen eine gerade Linie bilden, und wird dann jenes Dreieck auf der C^1A weiter so verschoben, daß A^1 sich A nähert, so wird, wenn A^1 und A zusammenfallen, nicht auch B und C^1, nicht B^1 und C localidentisch. Aber kehren wir zu der Lage zurück, in der A^1C^1 mit seiner Anfangslage so einen rechten Winkel bildeten, daß C^1A^1 und A^1A bezw. BA Stücke einer geraden Linie, C^1A, sind, und denken wir uns dann $A^1B^1C^1$ weiter in F so verschoben, daß Punkt A^1 mit B vereinigt bleibt. Bildet nun A^1C^1 mit seiner Anfangslage einen gestreckten Winkel, so ergeben A^1B^1 und AB zusammen eine gerade Strecke; wird dann in F auf dieser Strecke B^1A das Dreieck $A^1B^1C^1$ mit Annäherung von A^1 an A verschoben, so wird, wenn A^1 und A zusammenfallen, auch B^1 mit B localidentisch, nicht aber auch C^1 mit C, vielmehr bilden dann AC und AC^1 bezw. A^1C^1 eine gerade Strecke CC^1. Würde nun weiter das Dreieck $A^1B^1C^1$ bei bleibender Vereinigung von A^1 und B in der Weise verschoben, daß A^1C^1 mit seiner Anfangslage wieder einen rechten Winkel bildet, aber so, daß A^1C^1 mit einem Stück der A^1A bezw. BA zusammenfällt, so sind die Dreiecke $A^1B^1C^1$ und ABC wieder nicht total actuell congruent; endlich – fällt A^1C^1 wieder mit seiner Anfangslage zusammen, so auch A^1B^1 und B^1C^1. – Nun kann aber $A^1B^1C^1$ in F auch so verschoben werden, daß B^1 und A localindentisch bleiben. Bildet nach einer solchen Verschiebung B^1A^1 mit seiner Anfangslage, also mit AB, einen rechten Winkel, so ist AC entweder ein Stück des verschobenen B^1A^1 oder AC und AA^1 bezw. B^1A^1 sind die beiden Stücke der geraden Strecke CA^1; in beiden Fällen sind unsere Dreiecke weder total actuell congruent, noch können sie durch Verschiebung in F auf AB^1 bezw. CA^1 localidentisch werden. Endlich – sind B^1A^1 und AB die Schenkel eines gestreckten Winkels, so fällt zwar, wenn bei Verschiebung von

$A^1B^1C^1$ in F auf BA^1 schließlich B^1 mit B localidentisch wird, auch A^1 mit A zusammen, aber AC und A^1C^1 ergeben dann wieder die gerade Strecke CC^1, und würde auf dieser in F das Dreieck $A^1B^1C^1$ weiter verschoben, und zwar mit Annäherung von C^1 an C, so würde, falls AC und A^1C^1 localidentisch werden, A^1 mit C, C^1 mit A zusammenfallen; dann könnten aber nicht auch B und B^1 localidentisch bleiben bezw. werden, also die Dreiecke $A^1B^1C^1$ und ABC auch nicht total actuell congruent werden. – Da nun F total homogen ist, kann eine in F erfolgende Verschiebung des Dreiecks $A^1B^1C^1$ an einer anderen Stelle von F kein anderes Resultat ergeben, zwei congruente ungleichschenkelig rechtwinkelige Dreiecke können also in einer total homogenen Fläche so liegen, daß sie bei Verschiebung in dieser Fläche nicht zu actuell totaler Congruenz zu bringen sind. Können zwei in einer Fläche gelegene potentiell total congruente Figuren bei Verschiebung in dieser Fläche auch actuell total congruent werden, so nenne ich sie „total congruent erster Ordnung"; können sie bei jener Verschiebung nur partiell actuell congruent werden, so nenne ich sie „total congruent zweiter Ordnung".

39. Wir nehmen nun an, unsere Fläche F sei eine Ebene und nennen sie als solche „E". Liegt dann E in einem total homogenen Raum dritter Ordnung „R", so kehrt sie den beiden durch sie gegen einander abgegrenzten Stücken von R je eine Seite zu. Wir bezeichnen die eine dieser Seiten von E mit „S", die andere mit „S^1", ferner diejenige Flächenseite des Dreiecks ABC, die ein Stück von S ist, mit „DS", die Flächenseite von ABC, die ein Stück von S^1 ist, mit „DS^1", die Flächenseite des Dreiecks $A^1B^1C^1$, die ein Stück von S ist, mit „D^1S", die Flächenseite von $A^1B^1C^1$, die ein Stück von S^1 ist, mit „D^1S^1". Könnten nun die potentiell total congruenten Dreiecke ABC und $A^1B^1C^1$ so actuell total congruent werden, daß DS mit D^1S, also auch DS^1 mit D^1S^1 localidentisch würden, so müßten die zweiter Ordnung total congruenten Dreiecke so verschiebbar sein, daß bei der Verschiebung von $A^1B^1C^1$ die D^1S mit S actuell partiell congruent dritten Grades bliebe, eine solche Verschiebung wäre aber eine Lageänderung in E. Bei einer Verschiebung in E kann jedoch, wie gezeigt wurde, $A^1B^1C^1$ mit ABC nicht total actuell congruent werden, also können die beiden Dreiecke auch nicht in der Weise total actuell congruent werden, daß DS und D^1S zusammenfallen. Dann sind jedoch DS und D^1S – und

ebenso DS^1 und D^1S^1 — bloß symmetrisch, nicht aber (total) congruent.[1]

Wir nehmen weiter an, unsere Dreiecke ABC und $A^1B^1C^1$ liegen in E so, daß Punkt A mit A^1, B mit B^1 localidentisch ist, daß also die gerade Strecke CC^1 aus den beiden Strecken AC und A^1C^1 besteht. Die Gerade, von der CC^1 ein Stück ist, nennen wir „G" und nehmen an, E werde in G von der Ebene „E^1" so geschnitten, daß E und E^1 senkrecht auf einander stehen. Nun kann in dem total homogenen Raum dritter Ordnung, in dem E und E^1 liegen, das Dreieck $A^1B^1C^1$ auf E^1 so verschoben werden, daß AB und A^1B^1 vereinigt bleiben. Bei einer solchen Verschiebung nähern sich die Punkte C^1 und C, und wenn beide zusammenfallen, so werden auch die Dreiecke $A^1B^1C^1$ und ABC actuell total congruent. Zwei Dreiecke also, die total congruent zweiter Ordnung sind, können bei Verschiebung im Raum dritter Ordnung actuell total congruent werden. Dann können aber auch unsere Dreiecke ABC und $A^1B^1C^1$ so actuell total congruent werden, daß DS mit D^1S^1, DS^1 mit D^1S zusammenfällt; DS und D^1S^1, DS^1 und D^1S sind also total congruent.

40. Jetzt denken wir uns in E^1 die in A auf G senkrechte Gerade „G^1", und in dieser einen Punkt „D" so bestimmt, daß DA gleich AC ist. Liegt nun C^1 wieder so, daß die Punkte C und C^1 ein Stück von G begrenzen, so sind die geraden Strecken

---

[1] Es ist vielleicht angebracht, hier wieder darauf aufmerksam zu machen, daß wir es nur mit rein räumlichen Gebilden und deren logisch möglichen Verhältnissen zu thun haben, daß also, wenn von „aktuell Kongruentwerden" oder „Zusammenfallen" die Rede ist, ein im strengsten Sinne „Identischwerden" gemeint ist (vergl. § 12), nicht also ein „Aufeinandergelegtwerden", wie es bei stofflich räumlichen Gebilden — etwa Papierdreiecken — statthat, wenn wir sie zur „Deckung" bringen. Ist bei jedem von zwei kongruenten (empirisch kongruenten) Papierdreiecken die eine Flächenseite schwarz, die andere weiß, und sind dann bei der Deckungslage der Dreiecke die beiden schwarzen Seiten nach außen gekehrt, so kann man ja auch sagen, daß die beiden weißen Seiten sich decken, kongruent sind; aber Kongruenz im Sinne der nomologischen Geometrie ist das nicht, denn bei jener „Kongruenz" der weißen Papierflächenseiten liegen ja gerade diejenigen Seiten zusammen und aufeinander, die im Sinne der Geometrie der rein räumlichen Gebilden bloß symmetrisch, also nicht kongruent sind. Lokalidentität, aktuelle Kongruenz im strengen Sinn der nomologischen Geometrie ist mit Papierdreiecken nicht herstellbar (mit rein räumlichen Dreiecken freilich auch nicht, wenn wir unter „Herstellbarkeit" etwas anderes als logische Möglichkeit verstehen.

CD und C^1D einander gleich. Wir denken uns weiter Punkt D mit B bezw. B^1 durch die Gerade verbunden. Nun bilden die (ebenen) Inhaltsflächen der Dreiecke ABC, ADB, ADC und CDB eine geschlossene Fläche. Denn – die (ebene) Inhaltsfläche des Dreiecks ABC hat mit der Fläche des ADB die Grenze AB gemeinsam, beide bilden also e i n e (gebrochene) Fläche, diese letztere hat mit der Fläche des Dreiecks CDB sowohl die Strecke CD als DB gemein, die Flächen der Dreiecke ABC, ADB und CDB bilden also zusammen eine Fläche, die von der aus den drei geraden Strecken AC, AD und CD zusammengesetzten geschlossenen Linie vollständig begrenzt wird; von derselben geschlossenen Linie wird aber auch die Dreiecksfläche ADC eingeschlossen, und da das der Fall ist, da jene geschlossene Linie z w e i (getrennte) Flächen vollständig begrenzt, so ist auch die aus jenen beiden bestehende Gesammtfläche eine geschlossene. Analog ist zu zeigen, daß auch die Flächen der Dreiecke $A^1B^1C^1$, A^1DB^1, A^1DC^1, C^1DB^1 eine geschlossene Fläche bilden. – Wir nennen nun die erstere geschlossene Fläche „U", die letztere „U^1". Da nun E und E^1 beide in e i n e m total homogenen Raum dritter Ordnung, in R, liegen können, so schließen, wenn E und E^1 in R liegen, U sowohl wie U^1 je ein Stück von R ein; wir nennen das von U begrenzte Stück von R „UR", das von U^1 begrenzte „U^1R". Dann kehrt die Dreiecksebene ABD dem UR und dem U^1R je eine Seite zu, wir nennen die eine derselben „D^2S", die andere „D^2S^1". Nehmen wir dann an, daß die UR zugekehrte Seite der Dreiecksebene ABC die DS ist, die U^1R zugekehrte Seite von $A^1B^1C^1$ also D^1S, daß ferner die D^2S der DS, die D^2S^1 der D^1S total congruent ist, so werden U und U^1 bezw. UR und U^1R actuell total congruent, wenn die DS und die D^2S zusammenfallen.

Ein vollständig begrenztes Stück eines total homogenen Raumes dritter Ordnung sei „Figur dritter Ordnung" genannt; die einem solche Stück zugekehrte Flächenseite bezeichnen wir in Beziehung auf jenes Stück als „Innenseite" der betreffenden Fläche, die dem anderen Stück desselben Raumes dritter Ordnung zugekehrte Seite der betreffenden Fläche ist dann die „Außenseite".

Nun sei aber in G^1 ein Punkt „P" so bestimmt, daß die Strecke AD ein Stück der Strecke AP ist. Ist dann P mit C, C^1 und B bezw. B^1 durch die Geraden verbunden, so ist von

den Dreiecksflächen *ABC*, *APC*, *APB* und *PBC* und ebenso von den Dreiecksflächen $A^1B^1C^1$, A^1PC^1, A^1PB^1 und PB^1C^1 wieder eine geschlossene Fläche gebildet, die ein Stück von *R* (vollständig) begrenzt. Wir benennen die Figur dritter Ordnung mit der Grenze *ABC* u. s. w. mit „*Fig*", die Figur mit der Grenze $A^1B^1C^1$ u. s. w. mit „Fig^1". *Fig* und Fig^1 haben nun die Grenze *APB* bezw. A^1PB^1 gemeinsam, die Innenseite dieser Dreiecksfläche in Beziehung auf *Fig* ist also Außenseite in Beziehung auf Fig^1 und umgekehrt. Nehmen wir dann an, daß *AP* auch größer als *AB* ist, daß also unter den Grenzdreiecken von *Fig* und Fig^1 nur die – localidentischen – *APB* und A^1PB^1 (total) congruent sind, so sind *Fig* und Fig^1 bloß symmetrisch, nicht aber congruent – wenigstens nicht potentiell total congruent – denn sie können überhaupt nicht actuell total congruent werden, da bei total actueller Congruenz von *Fig* und Fig^1 die Innenseite von *APB* in Beziehung auf *Fig* mit der Innenseite von *APB* in Beziehung auf Fig^1 actuell congruent sein müßte, was nicht möglich ist, weil eben – wie vorhin gezeigt wurde – zwei solcher Seiten einer Dreiecksfläche bloß symmetrisch, nicht aber congruent sind.[1]

[1] Man hat geglaubt, symmetrische Figuren dritter Ordnung, die sich im total homogenen Raum dritter Ordnung nicht zur Deckung bringen lassen, müßten durch eine „Umklappung" im Raum vierter Ordnung ebenso zur Deckung gebracht werden können, wie kongruente Dreiecke, die sich bei Verschiebung in der Ebene nicht vereinigen lassen durch Umklappen im Raum dritter Ordnung. Daß das nicht der Fall ist, ergiebt sich aus dem oben Bewiesenen. Durch eine Umklappung der Figur kann die Innenseite einer geschlossenen Grenze nicht zur Außenseite werden, das ist ja denn auch bei der Dreiecksumklappung nicht der Fall, es müßte aber bei unserer Fig. und Fig.[1] der Fall sein, wenn beide zur Deckung kommen sollen. Umklappung, so wie sie mit Dreiecksflächen statthat, ist nicht Umkrempelung; durch die letztere können auch im total homogenen Raum dritter Ordnung bloß symmetrische Figuren zu kongruenten werden. Man wende auch nicht ein, im Raume vierter Ordnung gäbe es keine geschlossene Fläche und also auch nicht Innenseite und Außenseite einer solchen Fläche in Beziehung auf das von ihr eingeschlossene Raumstück dritter Ordnung. So wie eine Linie, die geeignet ist, ein Flächenstück vollständig zu begrenzen, auch im Raum dritter und höherer Ordnung eine geschlossene ist, so ist auch eine Fläche, die ein Raumstück dritter Ordnung vollständig begrenzt, im Raum vierter und höherer Ordnung eine geschlossene. Freilich, eine geschlossene Linie kann kein Raumstück höherer als zweiter Ordnung begrenzen, eine geschlossene Fläche kein Raumstück höherer als dritter Ordnung; eine geschlossene Fläche ist keine Grenze eines Raumstückes vierter Ordnung, wohl aber eine – und zwar vollständige – Grenze eines solchen dritter Ordnung, das etwa ein Teil der (vollständigen) Grenze eines Raumstückes vierter Ordnung ist.

Achte Abtheilung.

41. Wir haben erkannt, daß, falls total homogener Raum dritter Ordnung möglich ist, in ihm d r e i Gerade auf einander senkrecht stehen können. Kann nun gezeigt werden, daß die Annahme, drei Gerade ständen in einem Punkt auf einander senkrecht, nicht widersinnig ist, so ist damit auch die Möglichkeit des total homogenen Raumes dritter Ordnung bewiesen. Jene Annahme ist aber als widerspruchslos erwiesen, wenn gezeigt ist, daß sich bei der Verbindung von Punkten dreier als in einem Punkt auf einander senkrecht angenommenen Geraden kein anderes Verhältniß ergiebt, als die Geraden haben müßten, um in Wahrheit auf einander Senkrechte zu sein. — Wir nehmen nun an, die Geraden „G“, „G^1“ und „G^2“ ständen im Punkt „A“ senkrecht auf einander. Sodann denken wir uns auf jeder der drei Ceraden zwei Punkte so bestimmt, daß alle diese Punkte von A denselben Abstand haben; die beiden Punkte in G nennen wir „B“ und „B^1“, die beiden in G^1 „C“ und „C^1“, die beiden in G^2 „D“ und „D^1“. Ferner seien alle diese Punkte durch gerade Linien verbunden. Wir haben dann Dreiecke, deren (ebene) Flächen acht congruente Figuren dritter Ordnung begrenzen, von denen die eine die aus den Inhaltsflächen der Dreiecke ABC, ABD, ACD und BCD eingeschlossene ist. Da das aber der Fall ist, ergiebt sich das Verhältniß der G, G^1 und G^2 bei der Prüfungsconstruction ganz als der Voraussetzung gemäß. Es ist also möglich, daß drei gerade Linien in einem Punkte auf einander senkrecht stehen. Damit ist aber — wie sich ergab — auch die Möglichkeit der geschlossenen Fläche gegeben; und ist geschlossene Fläche möglich, so auch Raum dritter Ordnung, denn es ist nicht widersinnig, daß eine geschlossene Fläche ein Raumstück dritter Ordnung einschließe, da Raum dritter Ordnung ja d e f i n i e r t wurde als ein solcher, der (bezw. von dem ein Stück) durch (geschlossene) Fläche begrenzbar ist.

42. Wie wir (in § 37) sahen, kann in einem total homogenen Raum vierter Ordnung im Schnittpunkt zweier zu einander senkrechter Gerader auf beiden m e h r a l s e i n e andere Gerade senkrecht stehen. Wäre also Raum vierter Ordnung möglich, so muß bewiesen werden können, daß die Annahme, im Schnittpunkt zweier zu einander senkrechten Geraden ständen auf diesen mehr als e i n e andere Gerade senkrecht, nicht widersinnig ist. — Zur Prüfung jener Annahme denken wir uns auf zwei im Punkt

„A" zu einander Senkrechten, „G" und „G^1", im selben Punkt zwei andere Gerade, „G^2" und „G^3", senkrecht; ob die letzteren beiden auch zu einander senkrecht sind, lassen wir dahingestellt. Von jeder unserer vier Geraden werden nun durch A zwei Strahlen gegeneinander abgegrenzt, wir bezeichnen die betreffenden Strahlen von G mit „GSt" und „GSt^1", die von G^1, G^2 und G^3 entsprechend, also „G^1St", „G^1St^1" u. s. w. Den total homogenen Raum dritter Ordnung, in dem G^2 auf G und G^1 senkrecht steht, nennen wir „R", den total homogenen Raum dritter Ordnung, in dem G^3 auf G und G^1 senkrecht ist, nennen wir „R^1"; die Ebene, in der G und G^1 liegen, „E", die Ebene, in der G^2 und G^3 liegen, „E^1". E^1 kann nun weder in R noch in R^1 liegen, denn sonst müßte ja nicht nur G^2, sondern auch G^3 in R – bezw. nicht nur G^3, sondern auch G^2 in R^1 sein, was (nach § 34) nicht möglich ist, da ja sowohl G^2 als G^3 in A auf G und G^1 senkrecht sein sollen. E und E^1 können sich aber auch nicht in einer Geraden schneiden, denn wäre das der Fall, so könnten ja beide einem total homogenen Raum dritter Ordnung angehören (§ 36), was doch wegen des vorausgesetzten Verhältnisses der in ihnen liegenden G, G^1, G^2 und G^3 nicht angeht; E und E^1 haben also nur den Punkt A gemeinsam. Sodann – die Seite, die E derjenigen der beiden durch E gegeneinander abgegrenzten Stücke von R zukehrt, in dem G^2St liegt, nennen wir „RES", die Seite, die E dem anderen jener Stücke von R zukehrt, in dem also G^2St^1 liegt, nennen wir „RES^1". Bestimmen wir nun auf G einen Punkt „B", in G^1 einen Punkt „C", und zwar so, daß die gerade Strecke AC kleiner ist als AB, so ist diejenige Inhaltsflächenseite des Dreiecks ABC, die ein Stück von der RES ist, bloß symmetrisch der Inhaltsflächenseite desselben Dreiecks, die ein Stück der RES^1 ist, wir bezeichnen die erstere Inhaltsflächenseite mit „RDS", die letztere mit „RDS^1". Weiter bezeichnen wir diejenige Seite von E, die diese Ebene demjenigen der beiden durch sie gegen einander abgegrenzten Stücke von R^1 zukehrt, in dem G^3St liegt, mit „R^1ES", die Seite, die E dem anderen jener Stücke von R^1 zukehrt, in dem also G^3St^1 liegt, nennen wir „R^1ES^1". Nun ist die Inhaltsflächenseite „R^1DS" des Dreiecks ABC, die ein Stück von R^1ES ist, entweder congruent der RDS oder der RDS^1; wir nehmen an, die R^1DS sei der RDS congruent, die R^1DS^1 also der RDS^1. – Nun denken wir uns in

G^2St einen Punkt „P", in G^3St^1 einen Punkt „Q" so bestimmt, daß die gerade Strecke AP gleich der AQ ist. Denken wir uns dann weiter P und Q durch die Gerade „G^4" verbunden, so liegt diese in E^1 und hat mit E keinen Punkt gemeinsam, denn E^1 und E treffen sich ja nur im Punkte A, und durch diesen kann die G^4 nicht gehen, da ja sonst G^2St und G^3St^1 die beiden (von A ausgehenden) Strahlen von G^4 wären, was unserer Annahme, nach der G^2St und G^3St^1 zusammen eine gebrochene Linie bilden, widerspricht. Aber wie verhält sich nun G^4 bezw. die gerade Strecke PQ zu E? Sehen wir zu. — Wir denken uns den Halbirungspunkt „M" der geraden Strecke PQ mit den Punkten A, B und C durch die Geraden verbunden. Dann können (nach § 36) E und die Ebene „E^2", in der das Dreieck MAB liegt, einem total homogenen Raum dritter Ordnung angehören, dieser Raum ist aber weder unser R noch R^1, denn Punkt M liegt ja in E^1 und also weder in R noch in R^1, da ja E^1 nur den Punkt A mit R und R^1 gemeinsam hat. Wir benennen nun den total homogenen Raum dritter Ordnung, in dem E und E^2 sich in G schneiden, mit „R^2". Ein Stück dieses Raumes wird dann von den ebenen Inhaltsflächen der Dreiecke ABC, MAB, MAC, MBC vollständig begrenzt, denn jene Inhaltsflächen bilden zusammen eine geschlossene Fläche (Beweis wie in § 40). Die Innenseite der Dreiecksfläche ABC in Beziehung auf jenes Stück von R^2 ist nun entweder der RDS bezw. R^1DS oder der RDS^1 bezw. R^1DS^1 congruent. Aber welcher von diesen Dreiecksflächenseiten ist jene Innenseite denn congruent? Da sowohl G^2 als G^3 in A auf E senkrecht stehen, also G^2St zu E in gleichem Verhältniß steht wie G^3St^1 zu E, so ist die Annahme, daß jene Innenseite der RDS bezw. R^1DS congruent ist, ebenso berechtigt wie die Annahme, daß Congruenz der RDS^1 bezw. R^1DS^1 mit der fraglichen Innenseite statthat. Sowohl der RDS bezw. R^1DS als auch der RDS^1 bezw. R^1DS^1 kann jedoch die fragliche Innenseite nicht congruent sein, und so sind wir denn damit zu einem Ergebniß gekommen, daß mit der Verhältnißgleichheit der G^2St und der G^3St^1 zu E unverträglich ist. Unsere Annahme, nach der das Verhältniß von G^2 und G^3 zu E ein gleiches ist, weil beide Gerade — der Annahme nach — auf allen in E gelegenen und durch A gehenden Geraden senkrecht stehen, führt also zur Aufhebung ihrer selbst, ergiebt einen Widerspruch mit sich selbst

und ist so unzulässig. Damit ist bewiesen, daß total homogener Raum vierter Ordnung — also Raum vierter Ordnung überhaupt (vgl. § 29) — unmöglich ist. Mit der Möglichkeit des Raumes vierter Ordnung entfällt dann auch die Möglichkeit des ebenen und des unebenen Raumes dritter Ordnung, es ist also nur total informal homogener Raum dritter Ordnung möglich.

So ist nun das Gebiet der Geometrie bestimmt. Die Euklidische ist die allein wissenschaftlich berechtigte, alle nichteuklidische Geometrie — also sowohl die antieuklidische als die erweiterte Euklidische — handelt von logisch Unmöglichem.

Nachtrag. Bemerkung zum ersten Absatz von § 27 (Seite 180): Wenn wir das CP^1B ähnliche Dreiecke mit „APB" bezeichnen, so ist dabei selbstverständlich vorausgesetzt, daß P so gewählt war, daß sich die Strecke PA zu AB verhält wie P^1C zu CB.

Bemerkung zum zweiten Absatz von § 34 (Seite 188 unten und 189 oben): Steht in einem total homogenen Raume dritter Ordnung eine Gerade auf drei anderen in allen gemeinsamen Schnittpunkt senkrecht, lägen diese drei aber nicht in einer Ebene, so müßten — wie aus dem bisher (bis § 34) Bewiesenen leicht ersichtlich ist — ein Verhältniß, wie das unserer G^3 zu unseren G, G^1 und G^2 möglich sein.

Versuch
einer Theorie der physikalischen Operatoren.

Von

Ludwig Silberstein.

Inhaltsübersicht.

In § 1 wird der Begriff des Zustandes eines beliebigen Systems präcisirt: als zustandsbestimmende Größen werden solche auf das System Bezug habende Größen $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$ definirt, deren augenblickliche Werthe zur Zeit t_0, zusammen mit den irgendwie gegebenen Eigenthümlichkeiten oder Gesetzen des Systems, die Werthe aller dieser Größen zu irgend einer früheren oder späteren Zeit t eindeutig bestimmen, welche mit t_0 zu einem gewissen, im Allgemeinen beschränkten Zeitintervall gehört; ein solcher Zeitabschnitt wird als Epoche des Systems bezeichnet. Es werden ferner die Begriffe des Anfangs und Ende einer Epoche erläutert. Die Größen ψ_i $(i = 1, 2, \cdots n)$ können übrigens sowohl Skalaren als Vektoren sein und werden im Allgemeinen, bei räumlich ausgebreiteten Systemen, auch als von den räumlichen Coordinaten (x, y, z) abhängig betrachtet.

In § 2 werden unter dem Namen von physikalischen Operatoren, und zwar von Chronooperatoren $\left\{ H_t \right\}$ eines Systems solche irgendwie aufgebaute Operatoren (d. h. Symbole von Operationen) eingeführt und untersucht, welche an dem augenblicklichen Zustand, beziehungsweise an den Größen $\psi_i(o)$ ausgeführt, den Zustand des Systems für irgend einen anderen Augenblick t liefern, welcher zu derselben Epoche gehört und dem ersteren Augenblick vorangeht oder auf ihn folgt: $\psi_i(t) = \left\{ H_t \right\} \left(\psi_1(o), \psi_2(o), \cdots \psi_n(o) \right)$ $(i = 1, 2, \cdots n)$, wobei $t_0 = o$ gesetzt, d. h. t_0 als Anfangspunkt der Zeitrechnung betrachtet wird; Letzteres zieht offenbar keine Einschränkung der Allgemeinheit der Untersuchung nach sich. Von diesen Operatoren wird, in ihrer Definition selbst, nur vorausgesetzt, daß sie verständlich und eindeutig sind, daß sie nur von dem Zeitabstande t der Augenblicke „t“ und „$t = o_0$“ (nicht aber von deren Abstande von irgend welchen anderen fixen Zeitpunkten) abhängen, und daß sie innerhalb einer Epoche des Systems ihre Eigenschaften und Form unverändert beibehalten, d. h. daß sie als Vorschriften zur Berechnung der Vergangenheit und Zukunft aus der Gegenwart für die Dauer einer ganzen Epoche ihre Gültigkeit bewahren. (Systeme mit solchen Chronooperatoren werden

später, im § 9, als ungestörte Systeme bezeichnet; bis zum § 8 inclusive werden ausschließlich nur solche Systeme behandelt.) Unter diesen Voraussetzungen folgen für die Chronooperatoren eines beliebigen, stetig oder discontinuirlich sich verändernden Systems unmittelbar zwei Fundamentaltheoreme (I und II), auf welche sich beinahe die ganze Theorie oder Methode gründet und die man folgendermaßen aussprechen kann:

(I.) Geht man von irgend einem Zustande des betrachteten Systems, durch Anwendung der Operatoren $\left\{ {H_i \atop +t} \right\}$ zu einem anderen (früheren oder späteren) Zustand über und wendet man auf den letzteren die Operatoren $\left\{ {H_i \atop -t} \right\}$ an (d. h. dieselben Operatoren, wie zuerst, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen der Zeitgröße t), so gelangt man wieder zu dem ursprünglichen Zustande.

(II.) Geht man von irgend einem Zustand des Systems mittelst der Operatoren $\left\{ {H_i \atop a} \right\}$ zu einem anderen Zustand und von diesem mittelst der Operatoren $\left\{ {H_i \atop b} \right\}$ zu einem dritten Zustand des Systems über, so erhält man in dieser Weise dasselbe Resultat, als wenn man auf den ersten Zustand direct die Operatoren $\left\{ {H_i \atop a+b} \right\}$ anwenden würde, in welchen die Zeitgröße der Summe der beiden anderen Zeitgrößen a, b gleich ist.

Diese beiden Theoreme werden in die leichtverständliche Form gekleidet:

$$\text{(I.)} \left\{ {H_i \atop -t} \right\} \left[\left\{ {H_1 \atop +t} \right\} \left(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o) \right), \cdots \left\{ {H_n \atop +t} \right\} \left(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o) \right) \right] = \psi_i(o), i = 1, 2 \cdots n;$$

$$\text{(II.)} \ \psi_i(a+b) = \left\{ {H_i \atop a+b} \right\} \left(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o) \right) = \left\{ {H_i \atop b} \right\} \left[\left\{ {H_1 \atop a} \right\} \left(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o) \right), \cdots \right.$$
$$\left. \left\{ {H_n \atop a} \right\} \left(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o) \right) \right], \ i = 1, 2, \cdots n,$$

wo a, b irgend welche zwei Zeitgrößen bedeuten, welche bloss so gewählt werden müssen, daß weder die Augenblicke a, b, noch der Augenblick $a+b$ außerhalb derjenigen Epoche zu liegen kommen, zu welcher t_0 gehört. Aus $a+b=b+a$ folgt dann auch unmittelbar die Vertauschbarkeit der Operatoren $\left\{ {H \atop a} \right\}$, $\left\{ {H \atop b} \right\}$ in der Reihenfolge ihrer Ausführung. Lässt man auch negative Zeitaddenden zu, so kann offenbar das Theorem I als Specialfall von II betrachtet werden, nämlich für $b = -a$. —

Am Schlusse dieses Paragraphen werden für räumlich ausgebreitete Systeme, für welche die zustandsbestimmenden Grössen ψ_i Functionen der Lage oder der Raumcoordinaten (x, y, z) sind, zwei Fälle unterschieden, je nachdem 1) die Werte $\psi_{i,\alpha}(t)$ in irgend einem Punkte α (zur Zeit t) allgemein nicht nur von den $\psi_{i,\alpha}(o)$, sondern auch von den Werthen $\psi_{i,\beta}(o)$, $\psi_{i,\gamma}(o)$ etc. dieser Größen in anderen, endlich entfernten Punkten β, γ, $\cdots$ des Raumes abhängen, oder aber 2) die Werthe $\psi_i(t)$ in irgend einem Punkte (x, y, z) sind schon durch die augenblicklichen Werte $\psi_i(o)$ in demselben Punkte oder wenigstens in seiner nächsten Umgebung bestimmt. Der Fall 1) würde den sogenannten „Fernwirkungen", der Fall 2) aber den „Nahewirkungen" entsprechen. — Die Frage nach der Möglichkeit der Zurückführung der ersteren auf die letzteren wird bei Seite gelassen. — Sind die ψ Functionen von x, y, z, so werden im

Laufe sämmtlicher Untersuchungen, die den Gegenstand der Abhandlung bilden, immer nur Fälle von der zweiten Art vorausgesetzt. Die $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ können dann aber z. B. auch Differentiationen nach den x, y, z und dergl. Operationen enthalten, die jedoch immer an den augenblicklichen Werthen der ψ_i und deren Verteilung um den betrachteten Punkt herum in eindeutiger Weise ausgeführt werden können. Bildlich zu reden, erscheint hiernach ein jedes Theilchen (Volumelement) eines der untersuchten Systeme als „seinen Schicksals eigener Meister", unabhängig davon, was in anderen, entlegenen Raumelementen vor sich geht.

Die Resultate des § 2 werden auch in die Sprache der Theorie der Transformationsgruppen gekleidet: die nacheinander folgenden Zustände eines Systems (als Transformationen des „Anfangszustands" mittelst der $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ betrachtet) bilden nämlich eine eingliedrige Gruppe, welche die identische Transformation (nämlich für $t = o$) enthält und deren Parameter die Zeit t ist; diese Gruppe, die sich auf die Dauer einer ganzen Epoche des Systems erstreckt, ist noch dadurch charakteristisch gekennzeichnet, daß der Parameter einer Transformation, welche zwei anderen äquivalent ist, der algebraischen Summe der Parameter dieser letzteren Transformationen gleich ist. Es bildet dies bloss einen anderen Ausdruck des Theorems II.

In § 3 werden die Chronooperatoren von in der Zeit stetigen Systemen behandelt, für welche außerdem die zustandsbestimmenden Größen ψ_i bestimmte (und endliche) Differentialquotienten oder Ableitungen nach der Zeit von der I. Ordnung zulassen. Diese Ableitungen $d\psi_i/dt \equiv D\psi_i$ werden (ganz unabhängig von der concreten Bedeutung der Größen ψ_i) als Geschwindigkeitscomponenten oder kürzer als Geschwindigkeiten des Systems (von der ersten Ordnung) bezeichnet. In Anlehnung an die Theorie der Transformationsgruppen wird dann das Theorem III bewiesen, welches aussagt, daß die Geschwindigkeiten eines solchen Systems, innerhalb der betreffenden Epoche und in den Grenzen eines gewissen Zustandsgebietes, Funktionen seines augenblicklichen Zustands allein sind:

$$\text{(III.)}\ D\psi_i(t) = \{F_i\}\,(\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)) \equiv \{F_i\}\,(\psi)_t,\ i = 1, 2, \cdots n.$$

Hierin ist $(\psi)_t$ ein kurzes Gesammtsymbol für $\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)$; die $\{F_i\}$ aber bedeuten Functionszeichen oder Operatoren von unveränderlicher Gestalt.

In § 4 werden unter dem Namen analytischer Chronooperatoren solche Operatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ behandelt, welche durch

$$\left\{ {H_i \atop t} \right\} (\psi)_o = \{h_{io}\}\,(\psi)_o + t \cdot \{h_{i1}\}\,(\psi)_o + t^2 \cdot \{h_{i2}\}\,(\psi)_o + \cdots \text{ in infinitum}$$
$$\equiv \{h_{io} + t \cdot h_{i1} + t^2 \cdot h_{i2} + \cdots \text{ in infinitum}\}\,(\psi)_o,\ i = 1, 2, \cdots n,$$

definirt sind, wobei die $\{h_{i\varkappa}\}$ $(\varkappa = o, 1, 2. \cdots \infty)$ irgend welche unveränderliche und an $(\psi) \equiv (\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n)$ eindeutig ausführbare Operatoren bedeuten, die die Zeit t nicht mehr enthalten; hiervon sind bloss die $\{h_{io}\}$ durch die Bedingung $\{h_{io}\}\,(\psi)_o = \psi_i(o)$ gebunden, da man nämlich für $t = o$ den Zustand selbst, von dem man ausgeht, erhalten soll. Das entsprechende System besitzt natürlich in diesem Falle bestimmte Geschwindigkeiten nicht nur von der ersten, sondern auch von jeder beliebig hohen Ordnung: $D^\varkappa\psi_i = 1.\ 2. \cdots \varkappa \cdot \{h_{i\varkappa}\}\,(\psi) \equiv \varkappa!\ \{h_{i\varkappa}\}\,(\psi)$. Diese Geschwindigkeiten $D^\varkappa\psi_i$ $(\varkappa = 1, 2, \cdots \infty)$ sind sämmt-

lich nur von dem augenblicklichen Zustand des Systems abhängig. Ihre Existenz ist wohl eine *nothwendige*, nicht aber die hinreichende Bedingung für die Existenz analytischer Chronooperatoren; kann aber die letztere von vornherein vorausgesetzt werden und sind die Gesetze des Systems dadurch bestimmt, daß seine Geschwindigkeiten $D\psi_i$ als Functionen seiner Zustände gegeben sind, etwa in der Form der Differentialgleichungen $D\psi_i = \{f_i\}(\psi)$, so können diese Operatoren $\left(\left\{ {H_i \atop t} \right\}\right)$ auf Grund dieser Gesetze oder Differentialgleichungen direkt aufgebaut werden. Dies wird des Näheren besprochen.

In § 5 wird, für den Fall einer einzigen Variablen ψ, vorausgesetzt, daß die „Theiloperatoren" $\{h_\varkappa\}$ ($\varkappa = 1, 2, \cdots \infty$) eines analytischen Chronooperators $\left\{ {H \atop t} \right\} = \{1 + t \cdot h_1 + t^2 \cdot h_2 + \cdots\}$ sämmtlich *distributive* Operatoren sind. Es ergiebt sich dann, unter alleiniger Benutzung des Theorems II, daß der *allgemeinste* analytische Operator von solcher Beschaffenheit die Gestalt

$$\left\{ {H \atop t} \right\} = \left\{ 1 + \frac{t \cdot h}{1!} + \frac{t^2 \cdot h^2}{2!} + \frac{t^3 \cdot h^3}{3!} + \cdots \right\}$$

haben muß, wo $\{h^2\} = \{h\}\,\{h\}$, $\{h^3\} = \{h\}\,\{h\}\,\{h\}$, etc. bedeutet. Wegen der vollkommenen Analogie dieser Operatorenreihe mit der Potenzreihe einer gewöhnlichen Exponentialfunction wird dieser Operator $\left\{ {H \atop t} \right\}$ mit $\{e^{th}\}$ bezeichnet (wo e die Basis der sogen. natürlichen Logarithmen ist) und ein *exponentieller Operator* genannt. Unter Benutzung dieser Ausdrucksweise wird dann das obige Resultat im Theorem IV ausgesprochen. Ferner werden die Eigenschaften von $\{e^{th}\}$ etwas eingehender erläutert, woraus sich unmittelbar das Theorem V ergiebt: Ist das Gesetz eines Systems in der Form $D\psi = \{f\}\,\psi$ (mit unveränderlichem Operator $\{f\}$ gegeben, und weiß man außerdem, daß das System überhaupt einen analytischen Chronooperator besitzt, so wird letzterer *dann und nur dann zu einem exponentiellen Operator*, und zwar $\left\{ {H \atop t} \right\} = \left\{ e^{tf} \right\}$, wenn $\{f\}$ *mit dem Derivator* D in der Reihenordnung vertauschbar oder *kommutativ* ist. Diese Bedingung wird aber sicher erfüllt sein, falls z. B. $\{f\}$ distributiv ist, d. h. falls das System die Eigenschaft der *Superposition* besitzt, welch' letztere Eigenschaft z. B. den akustischen Systemen, wenigstens für nicht zu weite Schwingungsamplituden, und einem jeden elektromagnetischen Felde zukommt, welches sich in einem unbeweglichen Medium erstreckt.

In § 6 werden ähnliche Untersuchungen für den Fall beliebig vieler Größen ψ_i geführt und die bezüglichen Resultate an einigen Unterfällen erläutert; u. a. wird hier gezeigt, daß für Systeme mit zwei Variabelen ψ_1, ψ_2, welche den Gesetzen

$$D\psi_1 = \{a\}\,\{\lambda\}\,\psi_2,\quad D\psi_2 = -\left\{\frac{1}{a}\right\}\{\lambda\}\,\psi_1$$

gehorchen (wobei $\{a\lambda\}$, $\left\{\frac{\lambda}{a}\right\}$ irgend welche in Bezug auf D kommutative unveränderliche Operatoren sind und $\left\{\frac{1}{a}\right\}$ den zu $\{a\}$ inversen Operator bedeutet), Gleichungen von der Form:

$$\psi_1(t) = \{cos(t\lambda)\}\ \psi_1(o) + \{a\}\ \{sin(t\lambda)\}\ \psi_2(o),$$
$$\psi_2(t) = \{cos(t\lambda)\}\ \psi_2(o) - \left\{\frac{1}{a}\right\}\ \{sin(t\lambda)\}\ \psi_1(o)$$

gelten, wo die Bedeutung der zusammengesetzten Operatoren durch

$$\{cos(t\lambda)\} = \left\{1 - \frac{t^2 \cdot \lambda^2}{2!} + \frac{t^4 \cdot \lambda^4}{4!} - \cdots\right\},\ \{sin(t\lambda)\} = \left\{\frac{t \cdot \lambda}{1!} - \frac{t^3 \cdot \lambda^3}{3!} + \frac{t^5 \cdot \lambda^5}{5!} - \cdots\right\}$$

gegeben ist, d. h. durch Operatorenreihen, welche den bekannten Potenzreihen für die beiden gewöhnlichen trigonometrischen Functionen Cosinus und Sinus vollständig analog sind. — Hierher gehören z. B. auch die Gleichungen eines elektromagnetischen Feldes in einem ruhenden Dielectricum.

In § 7 wird eine Reihe von Beispielen aus dem Gebiete der Physik (auf welches sich aber die in der Abhandlung geführten Untersuchungen durchaus nicht beschränken) behandelt, welche namentlich die viel allgemeineren Ausführungen der vorangehenden Paragraphen illustriren und die Art und Weise der Anwendung der Methode mehr verständlich machen sollen.

In § 8 wird der Begriff von Zustandslinien als derjenigen eindimensionalen Gebilde im n-fach ausgedehnten Zustandsgebiete P_n eines Systems definirt, welche durch dessen aufeinander folgende Zustände erzeugt werden. Die wesentlichsten Eigenschaften dieser „Linien" werden besonders im Zusammenhange mit den Invarianten des Systems (d. h. denjenigen Functionen des Zustands, welche bei den Veränderungen des Systems ihre Werthe konstant beibehalten) untersucht und mittelst der Werthe derselben charakterisirt. Zwei Exemplare eines Systems können sich auf ein und derselben oder aber auf zwei verschiedenen Zustandslinien bewegen. Befindet sich aber ein Exemplar des Systems einmal auf einer gewissen Zustandslinie, so kann es (wenigstens innerhalb der betrachteten Epoche) auf keine andere übergehen. Entsprechend der Eindeutigkeit der Folge von Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft können sich zwei Zustandslinien weder schneiden noch berühren. Einer geschlossenen Zustandslinie entsprechen periodische Veränderungen des betreffenden Systems. Schrumpft aber eine Zustandslinie innerhalb des betrachteten Zustandsgebiets in einen einzigen Punkt zusammen, so ist der entsprechende Zustand ein Zustand des Gleichgewichts; ein System, das sich in diesem Zustand befindet, wird in ihm wenigstens für die Dauer einer ganzen Epoche verharren. Am Schluß dieses Paragraphen werden die Eigenschaften der Zustandslinien an einem einfachen Beispiel erläutert.

Im letzten Paragraphen (§ 9) werden den vorhin behandelten und als ungestörte zu bezeichnenden Systemen andere Systeme entgegengestellt, die nämlich keine Chronooperatoren von unveränderlicher Form zulassen und deren Zustandsreihen also keine Gruppe von Transformationen bilden. Von derartigen Systemen wird, in Form einer Definition, gesagt, daß sie Störungen oder „äußeren Wirkungen" unterliegen. Es werden dann allgemeine Betrachtungen über das quantitative Maß solcher Wirkungen angestellt, wobei ein besonderes Gewicht auf die Invarianten eines dem gestörten entsprechenden ungestörten Systems gelegt wird. Zuletzt wird eine Bemerkung über die Behandlung eines gestörten Systems als „Theil" eines umfangreicheren ungestörten Systems gemacht und werden im Zusammenhange damit die Principe der „Wirkung und Gegenwirkung" und der „Erhaltung der Energie" berührt.

Das specielle Beispiel der aus dem Anfangszustand des Feldes mittelst gewisser eindeutig bestimmten, wenn auch ziemlich complicirten Operatoren direct hergeleiteten Lösung der elektromagnetischen Gleichungen[1] führte mich auf den Gedanken einer Verallgemeinerung dieser und einer Untersuchung der Fundamentaleigenschaften ähnlicher Operatoren, ohne Rücksicht auf den individuellen Charakter der einzelnen Erscheinungsklassen. In der vorliegenden Abhandlung sollen einige Resultate meiner diesbezüglichen Untersuchungen auseinandergesetzt werden. Der Umfang dieses Gebietes scheint mir zu breit, als daß man ihn in kurzer Zeit erschöpfen könnte; deßhalb sehe ich auch ein, daß die vorliegende Arbeit gewissermaaßen nur einen fragmentarischen Charakter besitzen muß; trotzdem aber schien es mir, daß eine (wenigstens formell) systematische Anordnung der Definitionen und Betrachtungen aus manchem Grunde vortheilhafter sein wird, als die Herzählung loser Bemerkungen und Theoreme.

§ 1. Begriff des Zustandes eines Systems.

Denken wir uns irgend ein System, das sich mit der Zeit t in einer bestimmten Weise, d. h. gemäß einem bestimmten „Gesetze" ändert, welches z. B. durch eine oder mehrere Differentialgleichungen oder sonst in irgend einer Weise ausgedrückt ist.

Alsdann sagen wir, in Form einer Definition, daß eine auf das System Bezug habende Größe ψ_0 dann und nur dann den Zustand des Systems im gegebenen Augenblicke t_0 vollständig bestimmt, falls die Kenntniß dieser Größe zusammen mit der Kenntniß der gegebenen „Gesetze" des Systems zur eindeutigen Bestimmung des Werthes ψ_t derselben Größe für jeden anderen, vergangenen oder zukünftigen Augenblick t überhaupt oder wenigstens für diejenigen Augenblicke t hinreicht, die zu einem gewissen, den Augenblick t_0 mit enthaltenden Zeitintervall $t_1 - t_2$ gehört.

Falls die Kenntniß des augenblicklichen Werthes einer einzigen Größe, sagen wir ψ_1, zur Bestimmung des Werthes von ψ_1 für andere Zeiten nicht hinreicht und zu diesem Zwecke vielmehr die Kenntniß der augenblicklichen Werthe von noch anderen Größen $\psi_2, \psi_3, \cdots \psi_n$ nothwendig, und wenn die Kenntniß aller dieser n Werthe auch hinreichend ist zur eindeutigen Bestimmung

[1] Vgl. „Symbolische Integrale der elektromagnetischen Gleichungen etc."; Annalen der Physik. IV. Bd. 6. S. 373—397. (1901.)

der Vergangenheit und der Zukunft nicht nur der Größe ψ_1, sondern auch sämmtlicher anderen ψ_2, ψ_3, $\cdots \psi_n$, so sagen wir, daß der Zustand des Systems durch die Gesammtheit der Größen ψ_1, ψ_2, $\cdots \psi_n$ bestimmt ist.

In gewissen Fällen kann die Anzahl n der zustandsbestimmenden Größen ψ unendlich groß sein, ungeachtet dessen, daß das System bestimmten Gesetzen unterworfen ist. Nehmen wir z. B. an, es wären uns die auf einen materiellen Punkt wirkenden „Kräfte" gänzlich unbekannt, wir wüßten jedoch, daß die Entfernung s dieses Punktes von einem gegebenen fixen Punkte eine vollkommen kontinuirliche und in eine Taylor'sche Reihe entwickelbare Funktion der Zeit sei, was also das einzige uns bekannte „Gesetz" sein soll, welchem der materielle Punkt in seiner Bewegung zu gehorchen hat; unter dieser Voraussetzung ist nun zur Bestimmung der Entfernung s für irgend einen vergangenen oder zukünftigen Augenblick t die Kenntniß unendlich vieler Data nothwendig, z. B. die Kenntniß der gegenwärtigen Werthe der Größe s selbst und aller ihrer Ableitungen nach der Zeit: s', s'' etc.; nur wenn es sich um angenäherte Resultate handeln sollte, kann eine endliche Anzahl gegebener Größen genügen, und zwar eine größere oder kleinere, je nach der Schnelligkeit der Convergenz der betreffenden Potenzreihe, je nach der Länge der betrachteten Zeitintervalle und schließlich je nach dem Grade der gewünschten „Genauigkeit".

Dergleichen Systeme muß man wesentlich von denjenigen Systemen unterscheiden, welche einen gewissen Theil des Raumes ausfüllen und für welche namentlich die Bestimmung des Zustandes die Kenntniß einer oder mehrerer Größen für jeden Punkt des betreffenden Raumgebietes erfordern kann; die Kenntniß unendlich vieler Data ist in diesem Falle der Kenntniß dieser Größen als Functionen der Lage im Raume, also z. B. als Functionen der Coordinaten x, y, z äquivalent. Beispiele solcher Systeme wären: das elektromagnetische Feld oder eine Flüssigkeitsmasse, die sich nach den bekannten hydrodynamischen Gleichungen unter Einwirkung gegebener „äußerer Kräfte" bewegen würde. — Der wesentliche Unterschied zwischen diesen und den früher angedeuteten Systemen mit unendlich vielen Veränderlichen ist von selbst einleuchtend und erfordert keine weiteren Erklärungen.

Man kann sich schließlich ein System denken, welches überhaupt die Anwendung des hier eingeführten Begriffes des Zustandes

nicht zuläßt, d. h. ein System, dessen Vergangenheit oder Zukunft (weder genau noch annäherungsweise) überhaupt nicht bestimmt werden können auf Grund irgend welcher Data, die sich auf seine Gegenwart beziehen. In der That enthält eine solche Voraussetzung keinen inneren Widerspruch. Dergleichen Systeme schließen wir jedoch aus dem Gebiete unserer Untersuchungen aus, in der Voraussetzung, daß die Betrachtung derselben für naturwissenschaftliche Zwecke ganz nutzlos sein würde.

Die obige Definition des Zustandes kann auch folgendermaaßen ausgesprochen werden:

Der augenblickliche Zustand eines gegebenen Systems, in Gemeinschaft mit den Gesetzen des Systems, bestimmt eindeutig alle seine vergangenen und zukünftigen Zustände überhaupt oder doch wenigstens für ein gewisses Zeitintervall, zu welchem auch die Gegenwart gehört.[1]

In besonderen Fällen können solche Intervalle oder Epochen — wie wir sie oft nennen werden — unbegrenzt sein. Im Allgemeinen werden sie aber zwischen zwei endlich entfernten Zeitmomenten t_1, t_2 enthalten sein, die wir als Anfang und Ende einer Epoche bezeichnen können. Die Grenzen einer solchen Epoche werden im Allgemeinen durch die Gültigkeitsgrenzen der Gesetze des Systems bedingt sein; die letzteren könnten nämlich vor dem Augenblick t_1 und nach dem Augenblick t_2 von anderer Beschaffenheit sein, als von t_1 bis t_2. Die Bedeutung einer Epoche und des Anfanges t_1 und Ende t_2 einer solchen ist aber, allgemein zu reden, nur dadurch gekennzeichnet, daß die Kenntniß der Größen $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$ für die eindeutige Bestimmung der Vergangenheit oder der Zukunft des gegebenen Systems vor dem Augenblick t_1, resp. nach dem Augenblick t_2 unzureichend (oder aber die Kenntniß einiger von ihnen überflüssig) werden kann.

§ 2. Begriff und Eigenschaften des physikalischen Operators $\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$ oder des Chronooperators.

Es sei der Zustand eines Systems in irgend einem Augenblick $t_o=o$ durch die n Werthe $\psi_1(o), \psi_2(o), \cdots \psi_n(o)$ bestimmt, und nehmen wir an, daß man nach Ausführung an diesen Größen gewisser

[1] Der gegenwärtige Zeitmoment (t_o) kann aber auch den Anfang ($t_o = t_1$) oder das Ende ($t_o = t_2$) einer solchen Epoche bilden; alsdann werden durch den gegenwärtigen Zustand nur gewisse zukünftige, beziehlich nur gewisse vergangene Zustände des betrachteten Systems bestimmt.

bestimmter Operationen $\left\{ {H_1 \atop t} \right\}, \left\{ {H_2 \atop t} \right\}, \cdots \left\{ {H_n \atop t} \right\}$ die Werthe $\psi_1(t)$, $\psi_2(t), \cdots \psi_n(t)$ der Größen ψ_i erhält, welche den Zustand dieses Systems in irgend einem anderen, früheren oder späteren Augenblick t (d. h. für $t \gtrless o$) bestimmen:

(1) $\psi_i(t) = \left\{ {H_i \atop t} \right\} \bigl(\psi_1(o), \psi_2(o)\bigr), \cdots \psi_n(o), \; i = 1, 2, \cdots n.$

Die Zusammensetzung und die Eigenschaften der betreffenden Operationen werden von den besonderen Eigenschaften des gegebenen Systems, d. h. von seinen „Gesetzen", abhängen. Außerdem aber soll ein jeder der Operatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ auf irgend eine Weise den von $t = o$ bis zum Zeitmoment t (positiv oder negativ) gemessenen Zeitabstand enthalten, von der Lage dieser beiden Zeitpunkte gegen irgend welche fixen Zeitpunkte aber völlig unabhängig sein.[1]

Unter der Voraussetzung, daß alle diese Operationen die genannten Eigenschaften für jeden Zeitmoment t beibehalten, welcher zusammen mit $t = o$ zu einer gewissen Epoche des Systems gehört, werde ich nun die Symbole $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ dieser Operationen, die physikalischen Operatoren, und zwar die Chronooperatoren des Systems, für die betrachtete Epoche nennen.

Die betreffenden Operationen müssen übrigens nicht durchaus arithmetisch oder überhaupt mathematisch sein; sie können vielmehr auf irgend welche Weise durch mehr oder weniger complicirte Vorschriften definirt sein, welch' letzteren nur verständlich, (genau oder wenigstens annäherungsweise) ausführbar und den Resultaten nach eindeutig sein müssen. Solche Vorschriften könnten z. B. die Ausführung einer bestimmten physikalischen Operation, im concretesten Sinne des Wortes, erfordern, so daß dann die Erlangung der gewünschten Resultate, d. h. die Bestimmung der Werthe $\psi_i(t)$ aus den $\psi_i(o)$, von gewissen physikalischen Beobachtungen oder Ablesungen abhängig sein würde. Die Darstellung der so erlangten Resultate mittelst mathematischer Formeln würde dann ein weiteres, von dem ursprünglichen unabhängiges Problem bilden. Diejenigen Fälle, in welchen die Chronooperatoren sich auf gewisse mathematische Operationen zurückführen lassen, die sich früher schon in der Wissenschaft eingebürgert haben, sind also als besondere Fälle zu betrachten; in anderen Fällen kann aber

[1] Von Systemen, deren Operatoren der letztgenannten Bedingung nicht genügen, wird erst später die Rede sein. (Vgl. § 9.)

das häufige Vorkommen gewisser, sogar sehr verwickelter, Operatoren zur Einführung derselben in das Gebiet wissenschaftlicher Untersuchungen als neuer „mathematischer" Operatoren die Veranlassung geben.

Die einzige Beschränkung also, die wir den oben definirten Chronooperatoren auferlegt haben, verlangt nur, daß die ihnen entsprechenden Vorschriften verständlich und ausführbar seien und daß sie zu eindeutigen Ergebnissen führen.

Trotz der so großen Freiheit, die wir diesen Operatoren gewährt haben, muß aber ein jeder von ihnen, unabhängig von den individuellen Merkmalen des betrachteten Systems und der betreffenden Erscheinungen, gewissen Bedingungen Genüge leisten, welche aus der Definition der Chronooperatoren selbst und aus ihrer Eindeutigkeit unmittelbar folgen und welche sie in einer äußerst charakteristischen Weise von anderen denkbaren Operatoren unterscheiden.

Diese nothwendigen und fundamentalen Bedingungen sollen nunmehr in der Gestalt von zwei Theoremen formulirt werden, auf die wir oft zurückkommen werden.

Theorem I. Führt man an den Größen $\psi_i(t)$, welche den Zustand des Systems im Augenblick t bestimmen und aus den $\psi_i(o)$ durch Anwendung der Chronooperatoren $\left\{\begin{matrix}H_i\\ t\end{matrix}\right\}$ erhalten wurden, die von denselben Operatoren vorgeschriebenen Operationen aus, indem man in ihnen jedoch anstatt der Zeit $+t$ die Zeit $-t$ nimmt, so muß man wieder auf den ursprünglichen Zustand, d. h. auf die ursprünglichen Werthe $\psi_i(o)$ zurückkommen:

$$\text{(I)}\qquad \left\{\begin{matrix}H_i\\ -t\end{matrix}\right\}\left[\left\{\begin{matrix}H_1\\ +t\end{matrix}\right\}\Big(\psi_1(o), \psi_2(o), \cdots \psi_n(o)\Big), \cdots \left\{\begin{matrix}H_n\\ +t\end{matrix}\right\}\Big(\psi_1(o), \psi_2(o), \cdots \psi_n(o)\Big)\right] = \psi_i(o);\ i = 1, 2, \cdots n.$$

Diese n Bedingungen müssen für jeden Augenblick t erfüllt sein, welcher zusammen mit $t = o$ zu ein und derselben Epoche des Systems gehört.

Theorem II. Geht man von dem Zustand für $t = o$, mit Hülfe der Operatoren $\left\{\begin{matrix}H_i\\ a\end{matrix}\right\}$, zu dem Zustand für $t = a$ über, dann aber unter Anwendung der Operatoren $\left\{\begin{matrix}H_i\\ b\end{matrix}\right\}$ von dem Zustand für $t = a$ zu dem Zustand für $t = a + b$, so muß man genau dasselbe Ergebniß erhalten, wie bei einem directen Uebergang von $t = o$ zu $t = a + b$; wir haben also die folgenden Bedingungen:

$$\text{(II)} \qquad \psi_i(a+b) = \left\{ {H_i \atop a+b} \right\} \Big(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o)\Big) = \left\{ {H_i \atop b} \right\}$$

$$\left[\left\{ {H_1 \atop a} \right\} \Big(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o)\Big), \cdots \left\{ {H_n \atop a} \right\} \Big(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o)\Big) \right], i = 1, 2, \cdots n,$$

welche erfüllt sein müssen für alle Werthe von a, b, sobald nur weder der Zeitpunkt a, noch der Zeitpunkt b, noch auch $t = a + b$ außerhalb der Grenzen derjenigen Epoche liegen, zu welcher der Augenblick $t = o$ gehört.

Da anstatt $a + b$ auch $b + a$ geschrieben werden kann, so können in den rechten Seiten der Gleichungen II. die Rollen der Operatoren $\left\{ {H_i \atop b} \right\}$, $\left\{ {H_i \atop a} \right\}$ untereinander vertauscht werden. Anstatt in zwei kann auch die gegebene Zeitlänge t in mehrere Theile a, b, c etc. zerlegt und können dann die entsprechenden Gleichungen von der Form II aufgestellt werden. Diese Addenden können übrigens sowohl positiv als negativ sein, sobald nur bei den entsprechenden Operationen die Grenzen der gegebenen Epoche des Systems nicht überschritten werden. Werden aber auch negative Addenden, wie a oder b etc. zugelassen, so kann man das Theorem I. als Specialfall von II ansehen, der nämlich für $b = -a$ eintritt.

Sind die zustandsbestimmenden Größen ψ_i Functionen der Lage im Raume (also z. B. Functionen der Raumcoordinaten x, y, z), die man als für $t = o$ und für jeden Punkt eines gewissen Raumgebietes oder des Feldes von $\psi_1, \cdots \psi_n$ gegeben ansehen muß, so hat man bei der Anwendung des Begriffes der Chronooperatoren auf die betreffenden Systeme die beiden folgenden Fälle zu unterscheiden:

1. Zur Bestimmung der Werthe $\psi_i(t)$ für einen gegebenen Punkt oder für ein beliebig kleines Volumelement des Feldes ist die Kenntniß der Vertheilung der $\psi_i(o)$-Werte nicht nur um diesen Punkt herum oder in diesem Elemente des Feldes, sondern auch in anderen endlich entfernten Punkten oder Gebieten des Raumes erforderlich. – In diesem Falle, welcher der sogenannten „Fernwirkung" entsprechen würde, ist die Ausführung der durch die $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ vorgeschriebenen Operationen behufs der Bestimmung der Werte $\psi_{i,\alpha}(t)$ für einen gegebenen Punkt α des Feldes unmittelbar bedingt durch die Kenntniß der gegenwärtigen Werthe $\psi_i(o)$ nicht nur für den Punkt α und seine nächste Umgebung, sondern auch für beliebig entfernte Punkte β, γ etc.:

$$(2) \qquad \psi_{i,\alpha}(t) = \left\{ {H_i \atop t} \right\} \Big[\psi_{1,\alpha}(o), \cdots \psi_{n,\alpha}(o); \; \psi_{1,\beta}(o), \cdots \psi_{n,\beta}(o);$$
$$\psi_{1,\gamma}(o), \cdots \psi_{n,\gamma}(o); \cdots \Big], \; i = 1, 2, \cdots n.$$

2. Zur Bestimmung der Werthe $\psi_i(o)$ für irgend einen Punkt (x, y, z) des Feldes ist die Kenntniß der Werthe $\psi_i(o)$ nur für diesen Punkt allein oder für seine nächste Umgebung erforderlich.[1] — In diesem Falle, welcher den räumlich continuirlichen oder den sogenannten „Nahewirkungen" entspricht, können wir das System der Gleichungen 1. — ohne formelle Aenderung — beibehalten, und zwar gesondert für jeden Punkt (x, y, z), unter der Voraussetzung jedoch, daß in den $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ auch solche Operationen vorkommen, deren Ausführung die Kenntniß der Vertheilung der $\psi_i(o)$-Werthe in der nächsten Umgebung des Punktes (x, y, z) erfordern kann; Beispiele solcher Operationen wären Differentiationen der Größen $\psi_i(o)$ in Bezug auf x, y, z: $\frac{d}{dx}, \cdots \frac{d^2}{dx^2}, \cdots \frac{d^2}{dx\,dy} \cdots$ oder auch die Operation „curl", die sich übrigens auf solche Differentiationen zurückführen läßt u. dgl. a. — Wir können auch sagen, daß in ähnlichen Fällen das System, in Bezug auf die Anwendbarkeit der Chronooperatoren, in unendlich viele von einander unabhängige Systeme zerfällt, die den einzelnen Elementen des Feldes entsprechen, indem nämlich die Vergangenheit und Zukunft eines jeden Feldelementes nur von seiner eigenen Gegenwart abhängen.

Gewisse, wenn nicht alle, Fälle der ersten Art, die aus der Erfahrung bekannt sind, lassen sich auf diejenigen der zweiten Art zurückführen, wofür gar manches Beispiel bekannt ist. Es gehört aber dieses Thema nicht in den Rahmen der vorliegenden Abhandlung.

So oft wir die ψ_i als Functionen der x, y, z auffassen werden, werden wir immer nur Systeme von der zweiten Art im Sinne haben.

Der Kürze halber können wir anstatt der n Formeln 1., welche die n Größen ψ_i enthalten, schreiben:

$$(1\,a) \qquad (\psi)_t = \left\{ {H \atop t} \right\} (\psi)_o,$$

wo (ψ) dasselbe wie $(\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n)$ bedeutet, $\left\{ {H \atop t} \right\}$ aber n im Allgemeinen verschiedene Operatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ repräsentirt. Bei dieser ab-

[1] d. h. für ein diesen Punkt enthaltendes Volumelement des Raumes, dessen Dimensionen nicht größer sind als beliebig kleine gegebene Quantitäten.

gekürzten Schreibweise nehmen die Theoreme I., II. die folgende Gestalt an:

(Ia) $$\begin{Bmatrix}H\\-t\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}H\\+t\end{Bmatrix}(\psi)_o=\begin{Bmatrix}H\\+t\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}H\\-t\end{Bmatrix}(\psi)_o=(\psi)_o,$$

(IIa) $$\begin{Bmatrix}H\\a+b\end{Bmatrix}(\psi)_o\equiv(\psi)_{a+b}=\begin{Bmatrix}H\\b\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}H\\a\end{Bmatrix}(\psi)_o=\begin{Bmatrix}H\\a\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}H\\b\end{Bmatrix}(\psi)_o.$$

Im Folgenden werden wir uns bald der einen, bald der anderen Bezeichnungsweise bedienen.

Beachtenswerth ist die Auffassung der oben auseinandergesetzten Verhältnisse vom Standpunkte der Theorie der „Transformationsgruppen", welche in der neueren Mathematik, hauptsächlich Dank den Arbeiten von S. Lie,[1] eine Bedeutung vom ersten Range erhalten hat.

Irgend einen früheren oder späteren Zustand $(\psi)_t$ des betrachteten Systems können wir nämlich als durch die Operatoren $\begin{Bmatrix}H\\t\end{Bmatrix}$ bewirkte Transformation des gegenwärtigen Zustandes $(\psi)_o$ auffassen; die aufeinanderfolgenden Zustände werden dann eine Transformationsschaar bilden, welche übrigens stetig oder unstetig sein könnte; die Zeit t wird der Parameter dieser Transformationen sein. — Nach der Fundamentaldefinition der genannten Theorie sagt man nun, daß eine solche Schaar eine Gruppe bildet, falls irgend welche zwei nacheinander ausgeführte Transformationen der Schaar eine Transformation ergeben, die wiederum zu derselben Schaar gehört. Die Transformationen, welche unseren Chronooperatoren entsprechen, genügen nun in der That dieser Bedingung, und zwar für alle Zeitpunkte, die zusammen mit $t=o$ zu ein und derselben Epoche des betrachteten Systems gehören. Wir können also sagen, daß die Gesammtheit der Zustände, die den zu einer gegebenen Epoche des Systems gehörenden Zeitmomenten entsprechen, eine eingliedrige Gruppe von Transformationen irgend eines zu derselben Epoche gehörenden Zustandes bilden und daß die Zeit t der (einzige) Parameter dieser Gruppe ist. — Im Allgemeinen kann eine Transformationsgruppe die identische Transformation mit enthalten oder nicht, und die Beziehung zwischen dem Parameter einer Transformation, welche zwei anderen successive ausgeführten Transformationen äquivalent ist, und den Parametern dieser beiden Transformationen kann überhaupt irgend welche Form annehmen.

[1] Eine systematische Entwickelung dieser Theorie findet man in dem klassischen Werke von Sophus Lie: Theorie der Transformationsgruppen, bearbeitet von Engel. Leipzig bei B. G. Teubner.

In unserem Falle besitzt aber die Transformationsgruppe in dieser Beziehung gewisse sehr charakteristische Merkmale, die wir folgendermaaßen ausdrücken können:

Die den aufeinander folgenden Zuständen eines der hier betrachteten Systeme entsprechende Transformationsgruppe enthält die identische Transformation, und zwar $\left\{ \begin{matrix} H \\ o \end{matrix} \right\} (\psi) = (\psi)$; zu einer jeden Transformation dieser Gruppe mit dem Parameterwerthe t gehört eine inverse Transformation, und zwar mit dem Parameterwerthe $-t$; der Parameterwerth t einer Transformation, welche zwei anderen mit den Parameterwerthen a, b äquivalent ist, ist der algebraischen Summe der beiden letzteren Werthe gleich: $\left\{ \begin{matrix} H \\ a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} H \\ b \end{matrix} \right\} (\psi) = \left\{ \begin{matrix} H \\ a+b \end{matrix} \right\} (\psi)$, woraus auch unmittelbar folgt, daß je zwei solchen Transformationen das Commutationsgesetz zukommt: $\left\{ \begin{matrix} H \\ a \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} H \\ b \end{matrix} \right\} (\psi) = \left\{ \begin{matrix} H \\ b \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} H \\ a \end{matrix} \right\} (\psi)$, da ja diesem Gesetze die Addenden einer Summe gehorchen.

All' dieses ist einfach nur eine andere Aussageform der Theoreme I. und II., die aus der oben eingeführten Definition der Chronooperatoren und der Epoche eines Systems unmittelbar folgen.

§ 3. Stetige Chronooperatoren. – Begriff der Geschwindigkeiten eines Systems.

Wenn die aus den „Anfangswerthen" $\psi_i(o)$ mittelst der Operatoren $\left\{ \begin{matrix} H_i \\ t \end{matrix} \right\}$ erhaltenen Werthe $\psi_i(t)$ sich mit t und den $\psi_i(o)$, für jedes t, welches zu einer Epoche des Systems gehört, und für alle $\psi_i(o)$, die ein gewisses Gebiet von Zuständen definiren, stetig ändern, so sagen wir, daß diese Chronooperatoren stetig oder aber, daß die Zustände $(\psi)_t$ stetige Functionen der Zeit t und der Anfangszustände $(\psi)_o$ sind, und zwar für diese Epoche und innerhalb dieses Zustandsgebietes.

Ist diese Bedingung für ein gewisses System auch erfüllt, so brauchen noch die Größen $\psi_i(t)$ keine Derivirten in Bezug auf die Zeit t zuzulassen. Falls aber solche Derivirten existiren, d. h. falls die Quozienten $[\psi_i(t + \Delta t) - \psi_i(t)] : \Delta t$ mit unbeschränkt abnehmendem Δt gewissen definirten und von Δt unabhängigen Größen zustreben, die wir mit $d\psi_i(t)/dt$ oder mit $D\psi_i(t)$ bezeichnen werden, so nennen wir diese Größen die Geschwindigkeitscomponenten oder kürzer die Geschwindigkeiten des Systems in dem Augenblick t. Die Ableitungen derselben in

Bezug auf t, sobald sie existiren, werden dann die Geschwindigkeiten des Systems von der zweiten, dritten, $\cdots$ Ordnung sein, die wir mit $D^2\psi_i(t)$, $D^3\psi_i(t)$ etc. bezeichnen werden.

Nach Einführung dieser Definitionen denken wir uns, daß ein gegebenes System innerhalb einer ganzen Epoche sich stetig ändert und gewisse endliche und eindeutig bestimmte Geschwindigkeiten erster Ordnung $D\psi_i(t)$ $(i=1, 2, \cdots n)$ besitzt. Welche Eigenschaften kommen dann den Chronooperatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ des Systems zu, falls solche in dem von uns eingeführten Sinne des Wortes überhaupt existiren? Ferner: Welches ist dann die allgemeinste Differentialform der Gesetze des Systems für die betrachtete Epoche?

Falls es sich um ein System handelt, dessen Zustand durch eine endliche Anzahl von Größen $\psi_1, \cdots \psi_n$ bestimmt ist (die also nicht etwa Functionen der Raumcoordinaten x, y, z sind), so könnten wir die aufgeworfenen Fragen unmittelbar auf Grund eines gewissen allgemeinen Fundamental-Theorems der Theorie der Transformationsgruppen (S. Lie, loc. cit., I., Theorem 3.; Seite 33—34) beantworten; da jedoch die Beweisführung dieses allgemeinen Theorems ziemlich verwickelt ist und da in dem von uns betrachteten Specialfalle einer eingliederigen Gruppe die Verhältnisse bedeutend einfacher liegen, so wollen wir hier das Theorem für diesen Fall beweisen, indem wir uns direct auf unsere speciellen Voraussetzungen stützen und die allgemeine Beweisführung Lie's nachahmen. Setzen wir nämlich $t_c = t_a + t_b$, so ist nach unserem Theorem II:

$$(3) \qquad \psi_i(t_c) = \left\{ {H_i \atop t_c} \right\} \big(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o)\big) = \left\{ {H_i \atop t_b} \right\} \big(\psi_1(t_a), \cdots \psi_n(t_a)\big), \quad i = 1, 2, \cdots n;$$

hierin können wir die $\psi_i(o)$ und t_a, t_c als unabhängige Variabelen betrachten, und indem wir $\psi_i(t_c)$ nach t_a differenziren, erhalten wir:

$$(4) \qquad \frac{d\psi_i(t_c)}{d\psi_1(t_a)} \cdot \frac{d\psi_1(t_a)}{dt_a} + \cdots + \frac{d\psi_i(t_c)}{d\psi_n(t_a)} \cdot \frac{d\psi_n(t_a)}{dt_a} + \frac{d\psi_i(t_c)}{dt_b} \cdot \frac{dt_b}{dt_a} = \frac{d\psi_i(t_c)}{dt_a} = o;$$

es ist aber $t_b = t_c - t_a$, $\dfrac{dt_b}{dt_a} = -1$; folglich:

$$(5) \qquad \frac{d\psi_i(t_c)}{d\psi_1(t_a)} \cdot \frac{d\psi_1(t_a)}{dt_a} + \cdots + \frac{d\psi_i(t_c)}{d\psi_n(t_a)} \cdot \frac{d\psi_n(t_a)}{dt_a} = \frac{d\psi_i(t_c)}{dt_b}, \quad i = 1, 2, \cdots n.$$

Die Größen $\psi_1(t_c), \cdots \psi_n(t_c)$ sind von einander unabhängig (sonst würde, gegen unsere Voraussetzung, zur Bestimmung des Zustandes des Systems im Zeitpunkte t_c eine kleinere Zahl als n von Größen ψ hinreichen); folglich verschwindet die Functionaldeterminante

$$\mathfrak{D} = \left| \frac{d\psi_1(t_c)}{d\psi_1(t_a)} \cdots \frac{d\psi_n(t_c)}{d\psi_n(t_a)} \right| \tag{6}$$

nicht identisch, so daß die n Gleichungen 5. nach den $\frac{d\psi_i(t_a)}{dt_a}$ aufgelöst werden können; diese n Differential-Quozienten werden in dieser Weise durch $\frac{d\psi_i(t_c)}{d\psi_1(t_a)}, \cdots \frac{d\psi_i(t_c)}{d\psi_n(t_a)}$ und $\frac{d\psi_i(t_c)}{dt_b}$ $(i = 1, 2, \cdots n)$, schließlich also durch $\psi_1(t_a), \cdots \psi_n(t_a)$ und t_b ausgedrückt sein:

$$\frac{d\psi_i(t_a)}{dt_a} = F_i\big(\psi_1(t_a), \cdots \psi_n(t_a);\ t_b\big),\quad i = 1, 2, \cdots n;$$

diese Gleichungen müssen aber für alle Werthe der untereinander unabhängigen Größen t_b und t_a (innerhalb einer ganzen Epoche) gelten; schreibt man also der Größe t_b irgend einen constanten Werth zu und schreibt nunmehr einfach t anstatt t_a, so erhält man für jeden Augenblick t, welcher zu der betrachteten Epoche gehört:

$$D\psi_i(t) \equiv \frac{d\psi_i(t)}{dt} = F_i\big(\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)\big),\quad i = 1, 2, \cdots n, \tag{IIIa}$$

wo die F_i Functionen der augenblicklichen Werthe $\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)$ allein oder (wie wir oft sagen werden) Functionen des augenblicklichen Zustandes sind. Dies aber sollte eben bewiesen werden.

Ist aber zur Bestimmung des Zustandes eines Systems die Angabe gewisser Größen für jeden Punkt eines Raumgebietes oder eines Feldes nothwendig, so kann man zuerst eine endliche Anzahl von discreten Raumpunkten betrachten und auf die endliche Anzahl der betreffenden ψ-Werthe das obige Raisonnement anwenden; geht man dann zur Grenze über, indem man die Anzahl solcher Punkte und ihre Dichte immer anwachsen läßt, und setzt man voraus, daß das System den Bedingungen der „Nahewirkung" genügt (vgl. § 2, Fall 2), so wird man einsehen, daß die Werthe der $D\psi_i(t)$ in irgend einem Punkte des Feldes ebenfalls nur von den augenblicklichen ψ-Werthen abhängen können, die sich jedoch nicht nur auf diesen Punkt selbst, sondern auch auf seine nächste Umgebung beziehen werden. Man wird also für derartige Systeme anstatt IIIa. besser

$$D\psi_i(t) = \{F_i\}\big(\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)\big)$$

schreiben, indem man unter den $\{F_i\}$ Symbole solcher Operationen versteht, welche an der augenblicklichen Vertheilung der ψ-Werthe um denjenigen Punkt herum ausgeführt werden sollen und können, auf den sich die Geschwindigkeitswerthe $D\psi_i(t)$ beziehen.

Das gewonnene Resultat kann nunmehr folgendermaaßen ausgedrückt werden:

Theorem III. Die Geschwindigkeiten eines Systems,[1] welches für eine gewisse Epoche und ein gewisses Zustandsgebiet stetige Chronooperatoren von unveränderlicher Gestalt besitzt, hängen nur von seinem augenbicklichen Zustand in den Grenzen dieses Gebietes und dieser Epoche ab:

$$\text{(III)} \quad D\psi_i(t) = \{F_i\}\big(\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)\big) \equiv \{F_i\}(\psi)_t, \; i = 1, 2, \cdots n.$$

Die Operatoren $\{F_i\}$ enthalten nicht die Zeit t und die ihnen entsprechenden Operationen sind ausführbar, sobald man nur die augenblicklichen Werthe $\psi_i(t)$ (beziehlich die Vertheilung derselben im Raume), d. h. den augenblicklichen Zustand des Systems kennt, während die dem Operator D oder $\frac{d}{dt}$ entsprechenden Operationen nur dann ausgeführt werden können, wenn die Werthe der ψ_i für ein gewisses, wenn auch noch so kurzes Zeitintervall bekannt sind, augenblicklichen Werthen gegenüber durchaus unausführbar und sinnlos sind, solange sie unabhängig von allen speciellen Eigenschaften des Systems selbst betrachtet werden. Die aus gewissen Eigenschaften des Systems fließenden Gleichungen III. drücken aber einigermaaßen die Aequivalenz des Operators D mit einem gewissen anderen Operator $\{F_i\}$ aus, der an den augenblicklichen $\psi_i(t)$-Werthen ausführbar ist. Dies ist eben der eigentliche Sinn dieser Gleichungen, die wir als den mathematischen Ausdruck der sogenannten Differentialgesetze des Systems auffassen können. Das Theorem III. kann also auch folgendermaaßen ausgesprochen werden: Die allgemeinste Form der Differentialgesetze eines Systems, welches allen Bedingungen dieses Paragraphen Genüge leistet, ist in den Gleichungen III. vertreten.

Setzen wir nun voraus, daß die Gesetze eines solchen Systems auch wirklich in der Form der Gleichungen III. gegeben sind, und fragen, welche Folgerungen sich hieraus für die Chronooperatoren

[1] Sobald sie als bestimmte Größen überhaupt existiren, was die Voraussetzung sämmtlicher Betrachtungen dieses und der folgenden Paragraphen bildet.

$\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ dieses Systems ergeben. Nach der Definition der $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ haben wir

$$(7) \qquad \psi_i(t) = \left\{ {H_i \atop t} \right\} (\psi)_o,$$

$$(8) \qquad \psi_i(t + \Delta t) = \left\{ {H_i \atop t+\Delta t} \right\} (\psi)_o$$

oder, nach Theorem II:

$$(9) \qquad \psi_i(t + \Delta t) = \left\{ {H_i \atop \Delta t} \right\} \big(\psi_1(t), \cdots \psi_n(t)\big) \equiv \left\{ {H_i \atop \Delta t} \right\} (\psi)_t,$$

folglich:

$$(10) \qquad D\psi_i(t) = \underset{\Delta t = o}{Lim} \left[\frac{\left\{ {H_i \atop \Delta t} \right\} (\psi)_t - \psi_i(t)}{\Delta t} \right];$$

nach der Voraussetzung soll aber dieser Grenzwerth von Δt unabhängig und namentlich gleich $\{F_i\}(\psi)_t$ sein; wir können also schreiben:

$$(11) \qquad \left\{ {H_i \atop \Delta t} \right\} (\psi)_t = \psi_i(t) + \Delta t \cdot \{F_i\}(\psi)_t + \varepsilon_i, \; i = 1, 2, \cdots n,$$

wo die ε_i solche, überhaupt von Δt abhängige Größen sind, daß:

$$(12) \qquad \underset{\Delta t = o}{Lim} \left[\frac{\varepsilon_i}{\Delta t} \right] = o \text{ ist.}$$

Gehen wir zu infinitesimalen Zeitzuwächsen über, so können wir anstatt 11. auch schreiben:

$$(13) \qquad \left\{ {H_i \atop dt} \right\} (\psi)_t = \psi_i(t) + dt \cdot \{F_i\}(\psi)_t, \; i = 1, 2, \cdots n.$$

(Die $\left\{ {H_i \atop dt} \right\}$ vermitteln die sogenannten infinitesimalen Transformationen, welche die endliche Gruppe „erzeugen".) Sind also die Operatoren $\{F_i\}$ gegeben, so können wir, von irgend einem Zustand $(\psi)_o$ des Systems ausgehend, seinen Zustand $(\psi)_{dt}$ im Augenblicke dt berechnen, daraus den Zustand des Systems im Augenblicke $2dt$ etc., sobald wird nur dabei die Grenzen der gegebenen Epoche und des entsprechenden Zustandsgebietes nicht überschreiten.

Im Falle einer einzigen veränderlichen ψ haben wir $\left\{ {H \atop dt} \right\} = \psi_t + dt \cdot \{F\} \psi_t$, was wir kürzer schreiben können:

$$(14) \qquad \left\{ {H \atop dt} \right\} \psi_t = \{1 + dt \cdot F\} \psi_t,$$

indem wir nämlich überhaupt unter $\{A + B + C + \cdots\} \psi$ die Summe[1] derjenigen Größen verstehen werden, die man nach Ausführung der Operationen $\{A\}$, $\{B\}$, $\{C\}$, $\cdots$ an der Größe ψ erhält.

[1] d. h. die algebraische, beziehlich die „geometrische" Summe, je nachdem die Addenden scalare oder aber Vektorgrößen sind.

Das oben Besprochene ist ganz unabhängig davon, ob das System bestimmte Geschwindigkeiten der zweiten und der höheren Ordnungen besitzt oder nicht; wir hatten nämlich in diesem Paragraphen bloß die Existenz bestimmter endlicher Geschwindigkeiten von der ersten Ordnung vorausgesetzt.

Es ist wohl kaum zu bemerken nöthig, daß die Größen $D\psi_i$, die wir als „Geschwindigkeiten des Systems von der ersten Ordnung" bezeichnet haben, z. B. auch Beschleunigungen oder Geschwindigkeiten höherer Ordnungen im kinematischen Sinne des Wortes sein können, und daß im Allgemeinen die Geschwindigkeiten $D\psi_i$ von jedem kinematischen Begriff unabhängig sind, so z. B. wenn eine der Größen ψ die Temperatur oder die elektrische Kraft ist etc.

Wir betonen noch, daß wir im Falle mehrerer Variabelen ψ_i bis jetzt wenigstens nur von den Geschwindigkeiten oder „Geschwindigkeits-Componenten" $D\psi_i$, nicht aber von der „resultirenden Geschwindigkeit" eines Systems reden können; diesen Begriff haben wir nämlich bis jetzt noch gar nicht definirt, und er ist auch für unsere Zwecke vorläufig ganz überflüssig.

§ 4. Analytische Chronooperatoren.

Die Chronooperatoren irgend eines Systems, sobald sie nur für sämmtliche Zeitpunkte einer Epoche den Theoremen I und II Genüge leisten, können sonst den Zeitabstand t auf mannigfaltigste Art und Weise enthalten. Wir können also verschiedene, mehr oder weniger umfangreiche Classen von Chronooperatoren betrachten, indem wir sie mittelst irgend welcher, den genannten Theoremen nicht widersprechenden speciellen Eigenschaften definiren. Sollen aber derartige Untersuchungen nicht rein abstract sein, so muß man offenbar bei Einführung solcher einschränkenden Eigenschaften die Anwendbarkeit der entsprechenden Operatoren auf Probleme, denen man beim Studium dieses oder jenes Erscheinungsgebietes auch wirklich begegnet, im Auge behalten. Eine specielle Classe von überhaupt continuirlichen Chronooperatoren, die sowohl den genannten Fundamental-Theoremen, sowie den erwähnten praktischen Forderungen genügt, trotzdem aber noch sehr umfangreich ist, bilden nun die Chronooperatoren, die wir jetzt betrachten werden und die ich als analytische zu bezeichnen vorschlage.

Ich sage nämlich, daß die Chronooperatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ eines gegebenen Systems in einer gewissen Epoche und für ein gewisses Gebiet seiner Anfangszustände $(\psi)_o$ analytisch sind, falls man für diese Epoche und dieses Gebiet hat:

$$\text{(15)} \qquad \psi_i(t) \equiv \left\{ {H_i \atop t} \right\} (\psi)_o = \{h_{io}\}(\psi)_o + t \cdot \{h_{i1}\}(\psi)_o + t^2 \{h_{i2}\}(\psi)_o + \cdots \textit{ in inf.},$$

oder kürzer:

$$\text{(16)} \qquad \left\{ {H_i \atop t} \right\} (\psi)_o = \{h_{io} + t \cdot h_{i1} + t^2 \cdot h_{i2} + \cdots \textit{ in inf.}\} (\psi)_o, \quad i = 1, 2, \cdots n,$$

wo die $\{h\}$ irgend welche eindeutige, während der betrachteten Epoche unveränderliche und die Zeit nicht enthaltende Operatoren sind, deren jeder an den den augenblicklichen Zustand des Systems definirenden Größen ausführbar ist. Da die $\psi_i(t)$ bestimmte, endliche Werthe haben sollen, so setzen wir in der obigen Definition implicite voraus, daß eine jede der obigen Reihen innerhalb der genannten Grenzen der Zeit und der Variabelen ψ convergirt und daß die Reihensummen von der Anordnung der Addenden unabhängig sind.

Für $t = o$ muß $\left\{ {H_i \atop o} \right\} (\psi)_o = \psi_i(o)$ sein; folglich haben wir für alle $(\psi)_o$, die einem gewissen Zustandsgebiete gehören:

$$\text{(17)} \qquad \{h_{io}\}(\psi)_o \equiv \{h_{io}\}\big(\psi_1(o), \cdots \psi_n(o)\big) = \psi_i(o); \quad i = 1, 2, \cdots n;$$

im Falle einer einzigen Variabelen ψ haben wir einfach $\{h_o\}\psi_o = \psi_o$ oder $\{h_o\} = \{1\}$,[1] so daß wir symbolisch schreiben können:

$$\text{(18)} \qquad \left\{ {H \atop t} \right\} = \{1 + t \cdot h_1 + t^2 \cdot h_2 + \cdots\}.$$

Im Falle mehrerer Variabelen wird es aber zweckmäßiger sein, die früheren Symbole $\{h_{io}\}$ zu bewahren, wobei jedoch ihre einfache Eigenschaft, die in den Gleichungen 17. ausgedrückt ist, jedes Mal berücksichtigt werden muß.

Ferner ersieht man ohne Weiteres, daß ein System, welches analytische Chronooperatoren besitzt, auch sicher bestimmte Geschwindigkeiten nicht nur von der ersten, sondern auch von allen höheren Ordnungen hat. In der That, da die Operatoren $\{h\}$, wie vorausgesetzt, innerhalb einer ganzen Epoche des Systems unveränderlich sind, erhalten wir aus 16. durch Differentiation:

[1] Unter $\{1\}$ verstehen wir das Symbol einer „identischen" Operation, wie z. B. (falls ψ ein Vektor ist) der Umdrehung eines Vektors in einer gewissen Ebene um 360 Grade etc.

$(D\psi_i)_t = \{h_{i1} + 2t \cdot h_{i2} + 3t^2 \cdot h_{i3} + \cdots\}(\psi)_o$, $(D^2\psi_i)_t = \{2h_{i2} + 2 \cdot 3 \cdot t \cdot h_{i3} + 3 \cdot 4\, t^2 \cdot h_{i4} + \cdots\}$ etc.,

also für $t = o$: $(D\psi_i)_o = \{h_{i1}\}(\psi)_o$, $(D^2\psi_i)_o = 2!\,\{h_{i2}\}(\psi)_o$, $(D^3\psi_i)_o = 3!\,\{h_{i3}\}(\psi)_o$ etc. Da man aber, ohne die Gestalt der Operatoren $\{h\}$ zu ändern, als $t = o$ irgend einen Augenblick betrachten kann, der zu der gegebenen Epoche gehört, so hat man überhaupt, d. h. für die ganze Epoche:

(19) $\quad (D^\varkappa\psi_i)_t = \varkappa!\,\{h_{i\varkappa}\}(\psi)_t, \ \varkappa = 1, 2, \cdots \infty; \ i = 1, 2, \cdots n.$

Die Existenz bestimmter und endlicher Geschwindigkeiten $D^\varkappa\psi_i$ bildet also die nothwenige Bedingung für die Existenz analytischer Chronooperatoren, keineswegs aber die hinreichende. Ist aber die hervorgehobene Bedingung erfüllt und weiß man von vornherein schon, daß das betrachtete System analytische Chronooperatoren besitzt, so kann man die letzteren konstruiren, indem man sämmtliche Operatoren $\{h_{i\varkappa}\}$ durch die entsprechenden Geschwindigkeiten des Systems bestimmt, sobald nur diese in ihrer Abhängigkeit von den augenblicklichen Zuständen des Systems gegeben sind. Es kann dies in der That verwirklicht werden, falls entweder 1°) für einen einzigen Augenblick der Epoche die Geschwindigkeiten sämmtlicher Ordnungen oder 2°) nur die Geschwindigkeiten erster Ordnung, jedoch für die ganze Epoche des Systems, in ihrer Abhängigkeit von dessen Zustand, gegeben sind. Besonders wichtig in Bezug auf concrete Anwendungen ist der letztere Fall, in welchem man nämlich die Gesetze des Systems unter der Form der Differentialgleichungen:

(20) $\quad D\psi_i \equiv \frac{d\psi_i}{dt} = \{f_i\}(\psi_1, \cdots \psi_n) \equiv \{f_i\}(\psi), \ i = 1, 2, \cdots n,$

kennt, in welchen die Operatoren $\{f_i\}$ die Zeit nicht impliciren. Sind sämmtliche genannten Bedingungen erfüllt, so kann man auf Grund der Gesetze (20.) des Systems die entsprechenden analytischen Chronooperatoren $\left\{\begin{matrix} H_i \\ t \end{matrix}\right\}$ aufbauen. Aus den Gleichungen 20. wird man nämlich successive $D^2\psi_i = \{f_{i2}\}(\psi)$, $D^3\psi_i = \{f_{i3}\}(\psi)$ etc., allgemein:

(21) $\quad D^\varkappa\psi_i = \{f_{i\varkappa}\}(\psi); \ \varkappa = 1, 2, \cdots \infty; \ i = 1, 2, \cdots n,$

herleiten, wo die $\{f_{i\varkappa}\}$ lauter Operatoren sind, welche die Zeit nicht impliciren und an den augenblicklichen Werthen von $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$ ausführbar sind; aus den Formeln 19. wird sich dann ergeben:

(22) $\quad \{h_{i\varkappa}\} = \frac{1}{\varkappa!}\,\{f_{i\varkappa}\}, \ i = 1, 2, \cdots n; \ \varkappa = 2, 3, \cdots \infty$

und direct aus 20: $\{h_{i1}\} = \{f_i\}$ $(i = 1, 2, \cdots n)$; da ferner die $\{h_{io}\}$ durch die Bedingungen 17 bestimmmt sind, werden wir Alles besitzen, was zum Aufbau der Chronooperatoren des Systems

$$(23) \qquad \left\{\begin{matrix} H_i \\ t \end{matrix}\right\} = \left\{h_{io} + t \cdot f_i + \frac{t^2}{2!} \cdot f_{i2} + \cdots + \frac{t^\varkappa}{\varkappa!} \cdot f_{i\varkappa} + \cdots\right\}, \quad i = 1, 2, \cdots n$$

nöthig ist. Die Eigenschaften der Operatoren $\{f_{i\varkappa}\}$ und ihre Beziehungen zu den ursprünglich gegebenen Operatoren $\{f_i\}$, aus denen sie in jedem Falle hergeleitet werden müssen, werden offenbar von den Eigenschaften eben dieser Operatoren $\{f_i\}$, d. h. also von den Eigenthümlichkeiten der Gesetze des Systems abhängen. In dieser Hinsicht führen wir hier aber noch keine beschränkenden Eigenschaften ein; wir werden dies vielmehr erst in der Folge thun und werden dann die charakteristischen Eigenschaften der entsprechenden Chronooperatoren kennen lernen.

Das Theorem II nimmt für die hier betrachteten Fälle die Form

$$(24) \qquad \{h_{io} + (a+b) \cdot h_{i1} + (a+b)^2 \cdot h_{i2} + \cdots\}(\psi)_o = \{h_{io} + b \cdot h_{i1} + \cdots\}(\psi)_a = \{h_{io} + a \cdot h_{i1} + \cdots\}(\psi)_b$$

an; drückt man hierin die in $(\psi)_a$, $(\psi)_b$ enthaltenen Größen $\psi_i(a)$, $\psi_i(b)$, mittelst der Operatoren $\{h_{io} + a \cdot h_{i1} + \cdots\}$, resp. $\{h_{io} + b \cdot h_{i1} + \cdots\}$, durch $(\psi)_o$ aus, so wird man in 24. gewisse Beziehungen zwischen den einzelnen Operatoren $\{h_{i\varkappa}\}$ haben, da ja diese Gleichungen für alle Werthe der unabhängigen Variabelen a, b gelten müssen, sobald nur die Grenzen der gegebenen Epoche nicht überschritten werden. So lange man aber das Verhalten eines jeden Operators $\{h_{i\varkappa}\}$ in Bezug auf die anderen $\{h_{i\lambda}\}$ nicht näher kennt, d. h. so lange man nicht weiß, welche Rechnungsregeln ihnen gegenseitig zukommen, kann man aus diesen Gleichungen (24.) offenbar keine weiteren Schlüsse über diese Operatoren ziehen. Solche speciellen Rechnungsregeln werden wir erst in der Folge einführen.

Sind die Gesetze des Systems in der Form der Gleichungen 20. gegeben, so kann man nach 22. sämmtliche $\{h_{i\varkappa}\}$ durch die $\{f_{i\varkappa}\}$ ausdrücken, die man eben aus diesen Gesetzen herleiten kann; im Allgemeinen werden nun zwischen den Operatoren $\{f_{i\varkappa}\}$ (mit verschiedenen $\varkappa$) keine Beziehungen bestehen, die nicht noch andere Operatoren enthielten; solche Beziehungen werden z. B. nicht nur die $\{f_i\}$ selbst, sondern auch Operatoren enthalten, welche den Ausdrücken $\frac{d\{f_i\}(\psi)}{d\psi_1}$, $\frac{d^2\{f_i\}(\psi)}{d\psi_1 \cdot d\psi_2}$ etc. entsprechen; dasselbe wird also auch von

den Operatoren $\{h_{t_x}\}$ gelten. Zwischen diesen Operatoren können Beziehungen, die keine anderen Operatoren enthalten, nur in gewissen besonderen Fällen bestehen. Einige von diesen Fällen werden wir alsbald kennen lernen.

§ 5. Exponentielle Chronooperatoren. — Superposition.

Nach Theorem II. muss der analytische Chronooperator

$$\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\} = \{1 + t \cdot h_1 + t^2 \cdot h_2 + \cdots\} \tag{25}$$

eines Systems mit einer Variablen ψ (die aber wohl Function der Raumcoordinaten x, y, z sein kann, vergl. § 2) der folgenden Bedingung Genüge leisten:

$$\begin{aligned}\{1 + (a+b) \cdot h_1 + (a+b)^2 \cdot h_2 + \cdots\}\,\psi_o &= \{1 + a \cdot h_1 + \cdots\}\{1 + b \cdot h_1 + \cdots\}\,\psi_o \equiv \\ &\equiv \{1 + b \cdot h_1 + \cdots\}\,\psi_o + a\{h_1\}\{1 + b \cdot h_1 + \cdots\}\,\psi_o + a^2\{h_2\}\{1 + b \cdot h_1 + \cdots\}\,\psi_o + \cdots\cdots\end{aligned} \tag{26}$$

Setzen wir nun voraus, daß sämmtliche Operatoren $\{h\}$, also auch $\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$, distributiv sind, d. h. daß man bei Zerlegung von ψ in zwei beliebige Addenden ($\psi = A + B$) hat:

$$\{h_x\}(A + B) = \{h_x\} A + \{h_x\} B; \quad x = 1, 2, \cdots \infty \tag{27}$$

wenigstens für ein gewisses Gebiet von Zuständen des Systems.

Alsdann wird man auch haben, — wie leicht einzusehen:

$$\{h_x\}\{h_\mu + h_\nu + \cdots\}\,\psi_o = \{h_x h_\mu\}\,\psi_o + \{h_x h_\nu\}\,\psi_o + \cdots\cdots \tag{28}$$

sowie

$$\{h_x\}\{t^\mu \cdot h_\mu\}\,\psi_o = t^\mu \cdot \{h_x h_\mu\}\,\psi_o, \text{ etc.} \tag{29}$$

Wir fragen nun:

Welches ist die allgemeinste Form eines analytischen Chronooperators, dessen sämmtliche Theiloperatoren $\{h_x\}$ distributiv sind?

Führt man die in Gleichung 26. angedeuteten Operationen auf Grund der Rechnungsregeln 28., 29. aus und ordnet man die Glieder nach den Potenzen von a, b, so überzeugt man sich sofort, daß sämmtliche Coëfficienten der isolirt auftretenden Potenzen von a oder b identisch verschwinden und daß nur die Produkte von Potenzen, wie $a\,b$, $a^2\,b$ etc. stehen bleiben; man erhält nämlich

$$\left\{\begin{matrix} a\,b \cdot (2h_2 - h_1^2) + a^2 b \cdot (3h_3 - h_2 h_1) + a\,b^2 \cdot (3h_3 - h_1 h_2) \\ + a^3 b \cdot (4h_4 - h_3 h_1) + a^2 b^2 \cdot (6h_4 - h_2^2) + a\,b^3 \cdot (4h_4 - h_1 h_3) \\ + \cdots\cdots + \cdots\cdots\cdots + \cdots\cdots\cdots \end{matrix}\right\}\psi_o = O, \tag{30}$$

wo $\{h_1^2\}$ dasselbe wie $\{h_1 h_1\}$ bedeutet, etc. Da nun diese Gleichung für alle Werthe der unabhängigen Variabelen a, b (wenigstens innerhalb einer ganzen Epoche) erfüllt sein muß, so kann man sie beliebig oft sowohl nach a als nach b differenzieren; setzt man alsdann $a = o$ oder $b = o$ oder schließlich $a = b = o$, so findet man, daß sämmtliche Coëfficenten der Producte der Potenzen von a, b in 30. einzeln verschwinden müssen: $\{2h_2 - h_1^2\} \psi_o = o, \{3h_3 - h_1 h_2\} \psi_o = o, \{3h_3 - h_2 h_1\} \psi_o = o$, etc.; da aber eine jede dieser Beziehungen für alle Werthe von ψ_o bestehen muß, die zu einem gewissen Zustandsgebiet gehören, so kann man symbolisch schreiben:

$$\{h_2\} = \tfrac{1}{2}\{h_1^2\}, \{h_3\} = \tfrac{1}{3}\{h_1 h_2\} = \tfrac{1}{3}\{h_2 h_1\},$$
$$h_4 = \tfrac{1}{4}\{h_1 h_3\} = \tfrac{1}{4}\{h_3 h_1\}, \cdots; \tag{31}$$

hieraus folgt erstens, daß die Operatoren $\{h\}$ untereinander commutativ sind (was wir unmittelbar nicht vorausgesetzt hatten):

$$\{h_\varkappa h_\mu\} = \{h_\mu h_\varkappa\}, \tag{32}$$

zweitens aber, durch successive Substitution des $\{h_2\}$ aus der ersten Aequivalenz in die zweite, des $\{h_3\}$ aus der zweiten in die dritte, etc. $\{h_2\} = \frac{1}{2!}\{h_1^2\}, \{h_3\} = \frac{1}{3!}\{h_1^3\}$, etc., allgemein:

$$\{h_\varkappa\} = \frac{1}{\varkappa!}\{h_1^\varkappa\}, \; \varkappa = 1, 2, \cdots \infty \tag{33}$$

Führt man dies in 25. ein und schreibt nunmehr $\{h\}$ anstatt $\{h_1\}$, so erhält man:

$$\left\{ \begin{matrix} H \\ t \end{matrix} \right\} = \left\{ 1 + \frac{t \cdot h}{1!} + \frac{t^2 \cdot h^2}{2!} + \frac{t^3 \cdot h^3}{3!} + \cdots \text{ in inf.} \right\}, \tag{34a}$$

was man auch kürzer schreiben kann:

$$\left\{ \begin{matrix} \overset{\infty}{H} \\ t \end{matrix} \right\} = \left\{ \sum_1^\infty \frac{1}{\varkappa!}(t \cdot h)^\varkappa \right\} \tag{34b}$$

oder auch, indem man sich auf die vollkommene Analogie dieser Operatoren-Reihe zur bekannten Potenzreihe für die Exponentialfunction stützt:

$$\left\{ \begin{matrix} H \\ t \end{matrix} \right\} = \{e^{t \cdot h}\}, \tag{34}$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen ist.

In Rücksicht auf diese Analogie können wir die Operatoren dieser Art als exponentielle Chronooperatoren bezeichnen, indem wir sie als eine besondere Klasse von analytischen Chronooperatoren betrachten. Nehmen wir aber diesen Namen an, so

können wir das soeben erhaltene Ergebniß folgendermaaßen aussprechen:

Theorem IV. Der allgemeinste distributive[1] analytische Chronooperator ist der exponentielle Operator $\{e^{t \cdot h}\}$, worin $\{h\}$ für eine ganze Epoche des Systems unveränderlich bleibt und das Symbol irgend welcher Operationen ist, welche an der zustandsbestimmenden Größe in eindeutiger Weise ausführbar sind.

Die concrete Bedeutung des Symbols $\{e^{t \cdot h}\}$ ist durch 34b oder 34a gegeben; im Besonderen, falls $\{h\}$ zum Multiplikator der Größe ψ, d. h. zu einer scalaren Größe k im gewöhnlichen Sinne des Wortes wird, hat man $\{h\}\psi = k \cdot \psi = \psi \cdot k$, $\{h^2\}\psi = \psi \cdot k^2$, etc., folglich $\{e^{t \cdot h}\}\psi = \psi \cdot e^{t \cdot k}$; d. h.: der Operator $\{e^{th}\}$ wird dann zu einer gewöhnlichen Exponentialfunction der Zeit t mit einem zu $\{h\} = k$ proportionalen Exponenten.

Dieser Operator besitzt aber auch im allgemeinen Falle gewisse Eigenschaften, die den entsprechenden Eigenschaften einer solchen Function ganz ähnlich sind. Er verhält sich z. B. Derivationen in Bezug auf t gegenüber ganz ebenso wie eine exponentielle Function. In der That, wenn wir auf die ursprüngliche Formel 34a. zurückkommen, so erhalten wir leicht:

$$(35) \qquad D\{e^{th}\} = \{he^{th}\}, \quad D^2\{e^{th}\} = \{h^2 e^{th}\}, \text{ etc.}$$

Ist der Chronooperator eines gegebenen Systems exponentiell, so besitzt dieses System offenbar bestimmte Geschwindigkeiten sämmtlicher Ordnungen, die nur von seinem augenblicklichen Zustand abhängen (wie dies überhaupt bei jedem analytischen Chronooperator der Fall ist). In unserem Falle läßt sich aber die

---

[1] Ist nämlich $\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\} = \{1 + t \cdot h_1 + t^2 \cdot h_2 + \cdots\}$ ein distributiver Operator, so müssen auch alle Operatoren $\{h_x\}$ distributiv sein; denn der Derivator $D = \frac{d}{dt}$ ist ein distributiver Operator; es werden also auch $D\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$, $D^2\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$ etc. distributive Operatoren sein; da nun $t = o$, der Voraussetzung nach, zur betrachteten Epoche gehört, innerhalb welcher $\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$ distributiv sein soll, so müssen auch die Operatoren $\{h_1\} = \left[D\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}\right]_{t=o}$, $\{h_2\} = \left[\frac{1}{2!}D^2\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}\right]_{t=o}$ etc. distributiv sein; da man ferner jeden Augenblick der Epoche als $t = o$ betrachten kann, so müssen $\{h_1\}$, $\{h_2\}$, $\cdots$ für die ganze Epoche distributiv sein. Hiermit gewinnt man den Ausgangspunkt, Gleichung 27., der Betrachtungen dieses Paragraphen und also auch das Theorem IV.

gegenseitige Abhängigkeit dieser Geschwindigkeiten in besonders einfacher Weise ausdrücken; nach 35. haben wir nämlich:

(36) $D\psi = \{h\}\psi,\ D^2\psi = \{h^2\}\psi = D(D\psi),\ D^3\psi = \{h^3\}\psi$, etc.,

so daß in Anwendung auf ψ der Derivator $D^\varkappa \equiv \frac{d^\varkappa}{dt^\varkappa}$ äquivalent ist dem Operator $\{h^\varkappa\}$ nicht nur für $\varkappa = 1$, sondern für alle $\varkappa$:

(37) $$D^\varkappa = \{h^\varkappa\};\ \varkappa = 1, 2, \cdots \infty$$

Wir bemerken hier, daß überhaupt aus der Aequivalenz zweier beliebiger Operatoren $\{A\}$, $\{B\}$ in Anwendung auf eine gewisse Größe X, d. h. aus der Gleichung: $(\alpha) \cdots\cdot \{A\}X = \{B\}X$ nur $(\beta) \cdots\cdots \{A^2\}X = \{A\}\{B\}, \{A^\varkappa\}X = \{A^{\varkappa-1}\}\{B\}X$, durchaus aber nicht $(\gamma) \cdots\cdot \{A^\varkappa\}X = \{B^\varkappa\}X$ folgt. Die Gleichung (γ) folgt aus (α) dann und nur dann, wenn die Operatoren $\{A\}, \{B\}$ unter einander commutativ sind: $(\delta) \cdots \{A\}\{B\} = \{B\}\{A\}$.

In dem soeben betrachteten Falle eines exponentiellen Chronooperators kommt diese letztere Eigenschaft den Operatoren D und $\{h\}$ (in Anwendung auf ψ) in der That zu, und zwar deßhalb, weil $\{h\}$ – der Voraussetzung nach – (ebenso wie D) ein distributiver Operator ist, der in der Zeit ungeändert bleibt; in der That folgt dann aus der Definition von $D\{h\}\psi$, d. h. aus:

(38) $$D\{h\}\psi = \underset{\Delta t = 0}{Lim} \left[\frac{\{h\}(\psi + \Delta\psi) - \{h\}\psi}{\Delta t}\right]$$

auch

(39) $$D\{h\}\psi = \underset{\Delta t = 0}{Lim} \left[\frac{\{h\}\Delta\psi}{\Delta t}\right] = \{h\}\, Lim \frac{\Delta\psi}{\Delta t} = \{h\}D\psi,$$

d. h. das Commutativgesetz für D, $\{h\}$. Deßhalb finden auch in unserem Falle die Beziehungen 37 statt.

Aus diesen elementaren Betrachtungen und dem früher Gesagten folgt das in Rücksicht auf die Anwendungen besonders wichtige:

Theorem V. Ist das Gesetz eines Systems in der Form

(40) $$D\psi = \{f\}\psi$$

gegeben, wo $\{f\}$ ein unveränderlicher Operator ist, und weiß man außerdem, daß dieses System überhaupt einen analytischen Chronooperator besitzt, so wird letzterer dann und nur dann ein exponentieller Operator, und zwar

(41) $$\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\} = \{e^{t \cdot f}\}$$

sein, falls der Operator $\{f\}$ mit D commutativ ist. – Die letztere Bedingung wird aber sicher erfüllt sein, falls $\{f\}$ z. B. ein

distributiver Operator ist,[1] d. h. falls dem System die Eigenschaft der sogenannten Superposition zukommt. —

Alsdann ist nämlich der Operator $\left\{ {H \atop t} \right\} = \{e^{t \cdot f}\}$ ebenfalls distributiv; bezeichnet man also mit ψ'_t, ψ''_t die Werte der Veränderlichen ψ im Augenblicke t, die den Anfangswerthen ψ'_o, resp. ψ''_o entsprechen und mit ψ_t den Werth von ψ im Augenblicke t, der dem Anfangswerthe $\psi_o = \psi'_o + \psi''_o$ entspricht, so hat man $\psi_t = \left\{ {H \atop t} \right\} \psi_o = \left\{ {H \atop t} \right\} (\psi'_o + \psi''_o) = \left\{ {H \atop t} \right\} \psi'_o + \left\{ {H \atop t} \right\} \psi''_o$, d. h.:

$$\psi_t = \psi'_t + \psi''_t; \tag{42}$$

dies bildet aber die Definition jener „Superpositionseigenschaft", welche — wenigstens innerhalb gewisser Grenzen — thatsächlich zahlreichen Erscheinungsclassen zukommt.

Es sei noch schließlich bemerkt, daß — nach Theorem IV. — ein jeder distributive analytische Chronooperator ein exponentieller Operator sein muß, daß aber ein exponentieller Chronooperator nicht durchaus distributiv zu sein braucht.

§ 6. Distributive analytische Chronooperatoren im Falle mehrerer zustandsbestimmenden Größen.

Es besitze ein System mit n Veränderlichen ψ_i lauter analytische Chronooperatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\} = \{h_{io} + t \cdot h_{i1} + t^2 \cdot h_{i2} + \cdots\}$ $(i = 1, 2, \cdots\cdots n)$ und es sei ein jeder Operator $\{h_{i\varkappa}\}$ distributiv, so daß

$$\{h_{i\varkappa}\}(\psi' + \psi'') \equiv \{h_{i\varkappa}\}(\psi'_1 + \psi''_1, \cdots \psi'_n + \psi''_n) = \{h_{i\varkappa}\} (\psi'_1, \cdots \psi'_n) + \{h_{i\varkappa}\}(\psi''_1, \cdots \psi''_n) \equiv \{h_{i\varkappa}\}(\psi') + \{h_{i\varkappa}\}(\psi''). \tag{43}$$

Welche Eigenschaften müssen dann die Operatoren $\{h_{i\varkappa}\}$, in ihren Beziehungen zu einander, besitzen, falls die $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ dem Theorem II. Genüge leisten sollen?

Dieses Theorem verlangt in unserem Falle, daß es sei:

$$\{h_{io} + (a+b) \cdot h_{i1} + (a+b)^2 \cdot h_{i2} + \cdots\}(\psi)_o = \{h_{io} + a \cdot h_{i1} + a^2 \cdot h_{i2} + \cdots\}(\psi)_b \equiv \{h_{io}\}(\psi)_b + a \cdot \{h_{i1}\}(\psi)_b + a^2 \cdot \{h_{i2}\}(\psi)_b + \cdots; \tag{44}$$

da aber $\psi_i(b) = \{h_{io}\}(\psi)_o + b \cdot \{h_{i1}\}(\psi)_o + b^2 \cdot \{h_{i2}\}(\psi)_o + \cdots\cdots$ $(i = 1, 2, \cdots n)$ ist, so haben wir nach der Voraussetzung 43:

[1] Wir haben gesehen, daß ein jeder distributive (und unveränderliche) Operator mit dem Derivator D commutativ ist; der umgekehrte Satz läßt sich aber nicht beweisen. In der That braucht auch ein exponentieller Chronooperator nicht durchaus distributiv zu sein.

$$\{h_{i\varkappa}\}(\psi)_b \equiv \{h_{i\varkappa}\}\big(\psi_1(b), \cdots \psi_n(b)\big) = \{h_{i\varkappa}\}\big(\{h_{10}\}(\psi)_o, \cdots \{h_{no}\}(\psi)_o\big)$$
$$+ b \cdot \{h_{i\varkappa}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big) + b^2 \cdot \{h_{i\varkappa}\}\big(\{h_{12}\}(\psi)_o, \cdots$$
$$\{h_{n2}\}(\psi)_o\big) + \cdots\cdots;$$

setzt man diese Ausdrücke in 44. ein, berücksichtigt man ferner, dass $\{h_{io}\}(\psi) = \psi_i$ ist, und verfährt man ähnlich wie in § 5, so erhält man leicht die unendliche Reihe von Beziehungen:

$$(45) \quad \begin{cases} \{h_{i2}\}(\psi)_o = \frac{1}{2}\{h_{i1}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots\cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big), \\ \{h_{i3}\}(\psi)_o = \frac{1}{3}\{h_{i2}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots\cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big) = \frac{1}{3}\{h_{i1}\} \\ \qquad \big(\{h_{12}\}(\psi)_o, \cdots\cdots \{h_{n2}\}(\psi)_o\big), \\ \{h_{i4}\}(\psi)_o = \frac{1}{4}\{h_{i3}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots\cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big) = \frac{1}{4}\{h_{i1}\} \\ \qquad \big(\{h_{13}\}(\psi)_o, \cdots\cdots \{h_{n3}\}(\psi)_o\big), \\ \qquad \text{etc.}; \; i = 1, 2, \cdots\cdots n, \end{cases}$$

woraus, durch successive Substitution, folgt:

$$(46) \quad \begin{cases} \{h_{i2}\}(\psi)_o = \frac{1}{2!}\{h_{i1}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big), \\ \{h_{i3}\}(\psi)_o = \frac{1}{3!}\{h_{i1}\}\Big[\{h_{11}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big), \cdots\cdots \\ \qquad \{h_{n1}\}\big(\{h_{11}\}(\psi)_o, \cdots \{h_{n1}\}(\psi)_o\big)\Big], \\ \qquad \text{etc.}; \; i = 1.2, \cdots\cdots n. \end{cases}$$

Wir sehen also, daß in dem betrachteten Falle sämmtliche Operatoren $\{h_{i\varkappa}\}$ und folglich auch die Chronooperatoren des Systems $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ durch die $\{h_{i1}\}$, d. h. durch die n Operatoren $\{h_{11}\}, \{h_{21}\}, \cdots \{h_{n1}\}$ vollständig definirt sein werden. Zugleich mit diesen Operatoren werden auch die $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ distributiv sein, so daß das betrachtete System die Eigenschaft der Superposition besitzen wird; entsprechen nämlich $\psi'_i(t)$, $\psi''_i(t)$ den Anfangswerthen $\psi'_i(o)$, resp. $\psi''_i(o)$, und $\psi_i(t)$ den Anfangswerthen $\psi_i(o) = \psi'_i(o) + \psi''_i(o)$ $(i = 1, 2, \cdots n)$, so werden wir, nach 43.:

$$(47) \quad \psi_i(t) = \left\{ {H_i \atop t} \right\}(\psi')_o + \left\{ {H_i \atop t} \right\}(\psi'')_o = \psi'_i(t) + \psi''_i(t), \; i = 1, 2, \cdots n,$$

haben, ähnlich wie im Falle einer einzigen Variablen ψ.

Für ein System mit n Veränderlichen ψ_i können wir ein dem Theorem IV. analogen Satz aufstellen, indem wir jedoch die Bedeutung des zu $\{e^{th}\}$ analogen Symbols mittelst der expliciten Be-

ziehungen 46 interpretiren. Uebrigens läßt sich alles im § 5 Gesagte leicht auf den Fall von n Variablen ausdehnen. Sind z. B. die Gesetze eines Systems in der Form von n Differentialgleichungen $D\psi_i = \{f_i\}(\psi)$ gegeben, und sind hierin die Operatoren $\{f_1\}, \cdots \{f_n\}$ commutativ in Bezug auf D, so wird man sämmtliche Theiloperatoren $\{h_{i\varkappa}\}$ der entsprechenden analytischen Chronooperatoren $\left\{\begin{matrix}H_i\\ t\end{matrix}\right\}$ (falls letztere überhaupt existiren) unmittelbar aus 46. erhalten, indem man hierin

$$(48) \qquad \{h_{11}\} = \{f_1\}, \{h_{21}\} = \{f_2\}, \cdots \{h_{n1}\} = \{f_n\}$$

setzt.

Die Formeln 46. nehmen eine besonders einfache Gestalt an, falls die Operatoren $\{h_{i\varkappa}\}$ so beschaffen sind, daß

$$(49) \quad \{h_{i\varkappa}\}(\psi) \equiv \{h_{i\varkappa}\}(\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n) = \{h_{i\varkappa,1}\}\psi_1 + \{h_{i\varkappa,2}\}\psi_2 + \cdots + \{h_{i\varkappa,n}\}\psi_n; \; \begin{matrix}\varkappa = 1, 2, \cdots \infty\\ i = 1, 2, \cdots n,\end{matrix}$$

und folglich

$$(50) \; \left\{\begin{matrix}H_i\\ t\end{matrix}\right\}(\psi) = \left\{\begin{matrix}H_{i1}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_1 + \left\{\begin{matrix}H_{i2}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_2 + \cdots + \left\{\begin{matrix}H_{in}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_n; \; i = 1, 2, \cdots n$$

ist. Solche Systeme kommen auch wirklich in der Natur vor, und wir werden sie in der Folge an einigen Beispielen etwas näher kennen lernen.

Um uns die betreffenden Verhältnisse besser zu vergegenwärtigen, wollen wir den einfachsten Fall dieser Art, und zwar ein System mit zwei Variabelen ψ_1, ψ_2 betrachten.

Es sei also

$$(51) \; \psi_1(t) = \left\{\begin{matrix}H_{11}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_1(o) + \left\{\begin{matrix}H_{12}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_2(o), \psi_2(t) = \left\{\begin{matrix}H_{21}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_1(o) + \left\{\begin{matrix}H_{22}\\ t\end{matrix}\right\}\psi_2(o),$$

$$(52) \; \begin{cases} \left\{\begin{matrix}H_{11}\\ t\end{matrix}\right\} = \{1 + t\cdot\alpha_1 + t^2\cdot\alpha_2 + \cdots\}, \left\{\begin{matrix}H_{22}\\ t\end{matrix}\right\} = \{1 + t\cdot\beta_1 + t^2\cdot\beta_2 + \cdots\}, \\ \left\{\begin{matrix}H_{12}\\ t\end{matrix}\right\} = \{t\cdot\gamma_1 + t^2\cdot\gamma_2 + \cdots\}, \left\{\begin{matrix}H_{21}\\ t\end{matrix}\right\} = \{t\cdot\delta_1 + t^2\cdot\delta_2 + \cdots\}, \end{cases}$$

wo $\{\alpha\}$, $\{\beta\}$, $\{\gamma\}$, $\{\delta\}$ irgend welche distributive, unveränderliche Operatoren bedeuten. (Da für $t = o$ $\psi_1(t) = \psi_1(o)$, $\psi_2(t) = \psi_2(o)$ sein soll, so können die Operatoren $\left\{\begin{matrix}H_{12}\\ t\end{matrix}\right\}$, $\left\{\begin{matrix}H_{21}\\ t\end{matrix}\right\}$ keine von t unabhängigen Ausdrücke enthalten.) In diesem Falle erhalten wir aus den Formeln 45., oder auch unmittelbar durch Anwendung des Theorems II., die folgenden nothwendigen Bedingungen für

$\{\alpha_\varkappa\}, \{\beta_\varkappa\}, \{\gamma_\varkappa\}, \{\delta_\varkappa\}$:

$$(53)\quad \left\{\begin{array}{l|l}
2\{\alpha_2\} = \{\alpha_1^2 + \gamma_1\,\delta_1\} & 2\{\gamma_2\} = \{\alpha_1\,\gamma_1 + \gamma_1\,\beta_1\} \\
3\{\alpha_3\} = \{\alpha_2\,\alpha_1 + \gamma_2\,\delta_1\} & 3\{\gamma_3\} = \{\alpha_2\,\gamma_1 + \gamma_2\,\beta_1\} \\
\quad = \{\alpha_1\,\alpha_2 + \gamma_1\,\delta_2\} & \quad = \{\alpha_1\,\gamma_2 + \gamma_1\,\beta_2\} \\
4\{\alpha_4\} = \{\alpha_3\,\alpha_1 + \gamma_3\,\delta_1\} & 4\{\gamma_4\} = \{\alpha_3\,\gamma_1 + \gamma_3\,\beta_1\} \\
\quad = \{\alpha_1\,\alpha_3 + \gamma_1\,\delta_3\} & \quad = \{\alpha_1\,\gamma_3 + \gamma_1\,\beta_3\} \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\
2\{\beta_2\} = \{\beta_1^2 + \delta_1\,\gamma_1\} & 2\{\delta_2\} = \{\beta_1\,\delta_1 + \delta_1\,\alpha_1\} \\
3\{\beta_3\} = \{\beta_2\,\beta_1 + \delta_2\,\gamma_1\} & 3\{\delta_3\} = \{\beta_2\,\delta_1 + \delta_2\,\alpha_1\} \\
\quad = \{\beta_1\,\beta_2 + \delta_1\,\gamma_2\} & \quad = \{\beta_1\,\delta_2 + \delta_1\,\alpha_2\} \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots
\end{array}\right\}$$

Auf Grund dieser Beziehungen kann man sämmtliche Operatoren $\{\alpha_\varkappa\}, \cdots \{\delta_\varkappa\}$ und folglich auch die Chronooperatoren des Systems durch $\{\alpha_1\}, \{\beta_1\}, \{\gamma_1\}, \{\delta_1\}$ ausdrücken.

Beachtenswerth, wegen concreter Anwendungen, ist der Specialfall, in welchem man hat:

$$(54)\qquad \{\alpha_1\} = o, \{\beta_1\} = o.$$

In diesem Falle geben nämlich die Gleichungen 53.:

$$(55)\quad \{\alpha_{2\varkappa+1}\} = \{\beta_{2\varkappa+1}\} = o;\ \{\gamma_{2\varkappa}\} = \{\delta_{2\varkappa}\} = o;\ \varkappa = 1, 2, \cdots \infty$$

und

$$(56)\quad \left\{\begin{array}{l}
\{\alpha_2\} = \frac{1}{2}\{\gamma_1\,\delta_1\},\ \{\alpha_4\} = \frac{1}{4}\{\gamma_3\,\delta_1\} = \frac{1}{4}\{\gamma_1\,\delta_3\}, \cdots \\
\{\beta_2\} = \frac{1}{2}\{\delta_1\,\gamma_1\},\ \{\beta_4\} = \frac{1}{4}\{\delta_3\,\gamma_1\} = \frac{1}{4}\{\delta_1\,\gamma_3\}, \cdots \\
\{\gamma_3\} = \frac{1}{3}\{\alpha_2\,\gamma_1\} = \frac{1}{3}\{\gamma_1\,\beta_2\},\ \{\gamma_5\} = \frac{1}{5}\{\alpha_4\,\gamma_1\} = \frac{1}{5}\{\gamma_1\,\beta_4\}, \cdots \\
\{\delta_3\} = \frac{1}{3}\{\beta_2\,\delta_1\} = \frac{1}{3}\{\delta_1\,\alpha_2\},\ \{\delta_5\} = \frac{1}{5}\{\beta_4\,\delta_1\} = \frac{1}{5}\{\delta_1\,\alpha_4\}, \cdots.
\end{array}\right.$$

Sobald also die Bedingungen 54. erfüllt sind, enthalten die Chronooperatoren $\left\{ {H_{11} \atop t} \right\}, \left\{ {H_{22} \atop t} \right\}$ nur gerade, $\left\{ {H_{12} \atop t} \right\}, \left\{ {H_{21} \atop t} \right\}$ aber nur ungerade Potenzen der Zeit t.

Ist außer 54. noch die Bedingung

$$(57)\qquad \{\delta_1\,\gamma_1\} = \{\gamma_1\,\delta_1\},\ \text{d. h. (nach 56.)}: \{\beta_2\} = \{\alpha_2\}$$

erfüllt, so ergiebt sich aus den Formeln 56.:

$$(58)\quad \left\{\begin{array}{c}
\{\gamma_3\} = \frac{1}{3!}\{\gamma_1^2\,\delta_1\} = \frac{1}{3!}\{\delta_1\,\gamma_1^2\};\ \{\delta_3\} = \frac{1}{3!}\{\gamma_1\,\delta_1^2\};\ \{\alpha_4\} = \\
\frac{1}{4!}\{\gamma_1^2\,\delta_1^2\} = \{\beta_4\}; \\
\{\gamma_5\} = \frac{1}{5!}\{\gamma_1^3\,\delta_1^2\};\ \{\delta_5\} = \frac{1}{5!}\{\delta_1^3\,\gamma_1^2\};\ \{\alpha_6\} = \frac{1}{6!}\{\gamma_1^3\,\delta_1^3\} = \\
\{\beta_6\},\ \text{etc.};
\end{array}\right.$$

schreibt man also jetzt γ, δ anstatt γ_1, δ_1, so erhält man nach 52.:

$$\left\{\underset{t}{H_{11}}\right\} = \left\{\underset{t}{H_{22}}\right\} = \left\{1 + \frac{t^2}{2!}\cdot\gamma\delta + \frac{t^4}{4!}\cdot\gamma^2\delta^2 + \frac{t^6}{6!}\cdot\gamma^3\delta^3 + \cdots\cdot\right\},$$

$$\left\{\underset{t}{H_{12}}\right\} = \left\{t\cdot\gamma + \frac{t^3}{3!}\cdot\gamma^2\delta + \frac{t^5}{5!}\cdot\gamma^3\delta^2 + \cdots\right\},\ \left\{\underset{t}{H_{21}}\right\} = \left\{t\cdot\delta + \frac{t^3}{3!}\cdot\delta^2\gamma + \frac{t^5}{5!}\cdot\delta^3\gamma^2 + \cdots\right\},$$

oder, indem man zwei neue Operatoren $\{\lambda\}$ und $\{a\}$ einführt, die den Bedingungen

$$\{\gamma\delta\} = -\{\lambda^2\},\ \{\gamma\} = \{\lambda a\} = \{a\lambda\};\ \{a\delta\} = -\{\lambda\} \tag{59}$$

genügen:

$$\left\{\begin{aligned} &\left\{\underset{t}{H_{11}}\right\} = \left\{\underset{t}{H_{22}}\right\} = \left\{1 - \frac{t^2\cdot\lambda^2}{2!} + \frac{t^4\cdot\lambda^4}{4!} - \frac{t^6\cdot\lambda^6}{6!} + \cdots\right\},\\ &\left\{\underset{t}{H_{12}}\right\} = \{a\}\left\{t\cdot\lambda - \frac{t^3\cdot\lambda^3}{3!} + \frac{t^5\cdot\lambda^5}{5!} - \cdots\right\},\\ &\qquad\left\{\underset{t}{H_{21}}\right\} = -\left\{\frac{1}{a^2}\right\}\left\{\underset{t}{H_{12}}\right\}, \end{aligned}\right. \tag{60}$$

wo $\left\{\frac{1}{a}\right\}$ das Symbol der inversen Operation von $\{a\}$ ist.[1]

Stützt man sich auf die vollkommene Analogie der obigen Reihen von Operatoren mit den Potenzreihen für die entsprechenden trigonometrischen Functionen, so wird man anstatt 60. schreiben können:

$$\left\{\underset{t}{H_{11}}\right\} = \left\{\underset{t}{H_{22}}\right\} = \{\cos(t\cdot\lambda)\},\ \left\{\underset{t}{H_{12}}\right\} = \{a\}\{\sin(t\cdot\lambda)\},\quad \left\{\underset{t}{H_{21}}\right\} = -\left\{\frac{1}{a}\right\}\{\sin(t\cdot\lambda)\} \tag{60a}$$

(man vergleiche die früheren in Bezug auf das Symbol $\{e^{th}\}$ gemachten Bemerkungen); alsdann wird man nach 51. erhalten:

$$\left\{\begin{aligned} &\psi_1(t) = \{\cos(t\cdot\lambda)\}\,\psi_1(o) + \{a\}\{\sin(t\cdot\lambda)\}\,\psi_2(o),\\ &\psi_2(t) = \{\cos(t\cdot\lambda)\}\,\psi_2(o) - \left\{\frac{1}{a}\right\}\{\sin(t\cdot\lambda)\}\,\psi_1(o); \end{aligned}\right. \tag{61}$$

---

[1] Der Operator $\left\{\frac{1}{a}\right\}$ ist, ebenso wie $\{\lambda\}$, überhaupt mehrdeutig; denn wir hatten ja nur $\{\lambda^2\}$ definirt; trotzdem werden aber die Chronooperatoren 60. eindeutig sein, sobald es nur die Operatoren $\{\gamma\}$, $\{\delta\}$ sind; diese Chronooperatoren enthalten nämlich schließlich nur gerade „Potenzen" des Operators $\{\lambda\}$ und außerdem nur $\{a\lambda\} = \{\gamma\}$ und $\left\{\frac{\lambda}{a}\right\} = -\{\delta\}$, nicht aber $\{a\}$, $\{\lambda\}$ isolirt. Vergl. die Beispiele weiter unten.

es sind dies die allgemeinsten Gleichungen für ein System 51. mit distributiven analytischen Chronooperatoren 52., deren Theiloperatoren $\{\alpha_1\}$, $\{\beta_1\}$, $\{\gamma_1\}$, $\{\delta_1\}$ den Bedingungen

$$\{\alpha_1\} = \{\beta_1\} = o, \ \{\gamma_1 \delta_1\} = \{\delta_1 \gamma_1\}$$

genügen; sie umfassen aber z. B. die Gleichungen irgend eines elektromagnetischen Feldes in einem unbeweglichen, vollkommen isolirenden Medium, sowie die Gleichungen vieler anderer aus der Erfahrung bekannter Systeme.

Soll ein System die Chronooperatoren 60. oder 60a. besitzen, so müssen sich die Gesetze dieses Systems auf die Form der Differentialgleichungen

$$\text{(62)} \qquad \begin{cases} D\psi_1 = \{\alpha\}\{\lambda\}\psi_2, \\ D\psi_2 = -\left\{\frac{1}{a}\right\}\{\lambda\}\psi_1 \end{cases}$$

bringen lassen, wie man sich leicht überzeugt, indem man die Gleichungen 61. nach t differenzirt. (Dies ist auch thatsächlich z. B. die Form der elektromagnetischen Differentialgleichungen; vgl. das Beispiel 7, weiter unten.) Diese nothwendige Bedingung ist offenbar noch nicht die hinreichende; sind aber die Operatoren $\{a\lambda\}$ und $\left\{\frac{\lambda}{a}\right\}$, welche in diesen Gesetzen vorkommen, commutativ gegen den Derivator D und weiß man außerdem von vornherein, daß das System überhaupt analytische Chronooperatoren besitzt, so werden die letzteren durch die Formeln 60a. oder 60. gegeben; die genannte Bedingung der Vertauschbarkeit der Ordnung von D, $\{a\lambda\}$, $\left\{\frac{\lambda}{a}\right\}$ wird sicher erfüllt sein, wenn z. B. die Operatoren $\{a\lambda\}, \left\{\frac{\lambda}{a}\right\}$ distributiv sind, d. h. wenn dem betreffenden System die Superpositionseigenschaft zukommt.

§ 7. Beispiele.

1. Die Temperatur $\psi = \vartheta$ eines verschwindend kleinen Körpers, der in einem Medium von künstlich constant erhaltenen Temperatur taucht, genügt der Differentialgleichung

$$\text{(a)} \qquad D\vartheta = -k\vartheta,$$

wo k eine constante Scalargrösse, namentlich der Quozient der sogenannten äußeren Leitungsfähigkeit und der Wärmecapacität

pro Volumeinheit des Körpers ist. — Der entsprechende Chronooperator ist in diesem einfachsten Falle: $\{e^{tk}\} = e^{-kt}$, so daß

(b) $$\vartheta_t = \vartheta_o \cdot e^{-kt}$$

ist, für jeden Augenblick t, der zusammen mit $t = o$ zu einer Epoche gehört, während welcher der Körper sich nach dem unveränderlichen Gesetz (a) abkühlt.

2. In dem obigen Beispiel ist $\psi = \vartheta$ eine scalare Größe; ganz ähnlich würde sich ein System verhalten, für welches ψ ein Vektor wäre, vorausgesetzt aber, daß k ein Scalar sei; alsdann würde nämlich der Vektor $\psi_t = \psi_o \cdot e^{-kt}$ seine Richtung constant beibehalten, und es würde sich bloß seine Intensität oder Größe mit der Zeit ändern. Ist aber in dem Gesetze eines Systems $D\psi = K\psi$ die Größe K ein Vektor (von unveränderlicher Richtung und Größe) und bedeutet $K\psi$ das Vektorproduct von K, ψ, so läßt sich $\{e^{tk}\} = \{e^{tK}\}$ nicht direkt auf eine Exponentialfunction der Zeit zurückführen; in diesem Falle muß man auf die unendliche Reihe

(63) $$\psi_t = \psi_o + t \cdot K\psi_o + \frac{t^2}{2!} K(K\psi_o) + \cdots$$

zurückkommen, in welcher $K\psi_o$ einen Vektor, sagen wir R_1, von der Intensität $K \cdot \psi_o \cdot sin(K, \psi_o)$ und einer auf der Ebene (K, ψ_o) senkrechten Richtung, $K(K\psi_o)$ einen anderen Vektor R_2 von der Intensität $K \cdot R_1 \cdot sin(K, R_1)$ und einer auf (K, R_1) senkrechten Richtung bedeutet, etc.; ψ_t erscheint dann als Grenze einer Summe von Vektoren $\psi_o, t \cdot R_1, \frac{t^2}{2!} \cdot R_2, \cdots$ von allgemein verschiedenen Richtungen und Intensitäten; der Endpunkt des Vektors ψ wird sich also im Allgemeinen längs einer räumlichen Kurve bewegen. — Ist K ein Quaternion von unveränderlicher Ebene und von unveränderlichem Tensor und Versor, so wird die Ausführung der Operation $\{K\}$ an dem Vektor ψ_o in einer Rotation dieses Vektors um einen gewissen Winkel in jener Ebene und in einer gewissen Dehnung oder Zusammenziehung desselben bestehen; in diesem Falle werden die Geschwindigkeiten des Systems sämmtlicher Ordnungen: $D\psi$, $D^2\psi$ etc. immer in ein und derselben Ebene liegen, so dass der Endpunkt des zustandsbestimmenden Vektors ψ sich auf einer gewissen ebenen Kurve bewegen wird.

3. Die Temperatur ϑ eines geschlossenen Ringes von verschwindend kleinem Querschnitt (in Bedingungen der Umgebung wie in Beispiel 1.) ändert sich nach dem Gesetze

(a) $$D\vartheta = \left\{a\frac{d^2}{ds^2} - b\right\}\vartheta,$$

wo a der Quozient der inneren Leitfähigkeit und der Wärmecapacität pro Volumeinheit, b das Produkt der äußeren Leitfähigkeit und der Peripherie des Querschnitts, dividirt durch das Produkt des Flächeninhalts des Querschnitts und der Wärmecapacität ist, s aber die längs der Centrallinie (von irgend einem „Anfangspunkt" $s = o$ dieser Linie) gemessene Entfernung eines beliebigen Punktes dieser Linie bedeutet; a, b sind also scalare (positive) Größen. – Da der Operator $\{h\} = \left\{a\frac{d^2}{ds^2} - b\right\}$ mit D commutativ ist, so wird in diesem Falle der allgemeinste analytische Chronooperator ein exponentieller sein, und zwar:

(b) $$\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\} = \left\{e^{t\left[a\frac{d^2}{ds^2} - b\right]}\right\} = e^{-bt}\cdot\left\{e^{ta\cdot\frac{d^2}{ds^2}}\right\};$$

ist also ϑ_o als Function von s gegeben, die überhaupt bestimmte und endliche Ableitungen sämmtlicher Ordnungen in Bezug auf s zuläßt (die Existenz solcher Ableitungen in Bezug auf t haben wir schon stillschweigend vorausgesetz), so wird man haben:

(c) $$\vartheta_t = e^{-bt}\cdot\left\{e^{ta\cdot\frac{d^2}{ds^2}}\right\}\vartheta_o = e^{-bt}\cdot\left[\vartheta_o + ta\cdot\frac{d^2\vartheta_o}{ds^2} + \frac{t^2a^2}{2!}\frac{d^4\vartheta_o}{ds^4} + \frac{t^3a^3}{3!}\frac{d^6\vartheta_o}{ds^6} + \dots\right].$$

Der Operator $\left\{\frac{d^2}{ds^2}\right\}$ wird zu einer gewöhnlichen Scalargröße nur für gewisse besondere Anfangszustände, diejenigen namentlich, welche der Differentialgleichung

(d) $$\frac{d^2\vartheta_o}{ds^2} = k\cdot\vartheta_o$$

genügen, worin k eben eine solche, sonst aber beliebige Größe ist, d. h. also für Anfangszustände, die durch

$$\vartheta_o = A\sin(\varkappa s) + B\cos(\varkappa s)$$

definirt sind, wo $\varkappa^2 = -k$ ist, A, B aber beliebige Constanten bedeuten; für solche Zustände haben wir $\left\{\frac{d^2}{ds^2}\right\} = -\varkappa^2$, und folglich, nach (c):

(64) $$\vartheta_t = e^{-bt}\cdot e^{-a\varkappa^2 t}\cdot\left[A\sin(\varkappa s) + B\cos(\varkappa s)\right].$$

Da aber irgend ein Anfangszustand $\vartheta_o = f(s)$ mittelst der Fourier'schen Reihe

(e) $$\vartheta_o \equiv f(s) = \sum_0^\infty{}_m \left[A_m \sin(m\varkappa s) + B_m \cos(m\varkappa s)\right]$$

dargestellt werden kann, worin

(f) $$\begin{cases} A_m = \frac{2}{S}\int_o^S f\left(\frac{2\pi s}{S}\right)\cdot \sin\left(\frac{2\pi m s \varkappa}{S}\right) ds,\; B_m = \frac{2}{S}\int_o^S f\left(\frac{2\pi s}{S}\right)\cdot \\ \qquad \cos\left(\frac{2\pi m \varkappa s}{S}\right) ds;\; m = 1, 2, \cdots \infty \\ B_o = \frac{1}{S}\int_o^S f\left(\frac{\pi s}{S}\right) ds \left(S = \text{Gesammtlänge der Centrallinie des Ringes}\right) \end{cases}$$

ist, und da der Operator $\langle h \rangle = \left\{a\frac{d^2}{ds^2} - b\right\}$ distributiv ist, so kann man, für jeden beliebigen Anfangszustand, anstatt (c) schreiben:

(g) $$\vartheta_t = e^{-bt}\cdot \sum_0^\infty{}_m e^{-m^2\varkappa^2 a t}\cdot\left[A_m \sin(m\varkappa s) + B_m \cos(m\varkappa s)\right].$$

In gewissen Fällen kann die Rechnung nach der Formel (c), in gewissen anderen aber nach der Formel (g) im Verein mit (e), (f) einfacher ausfallen; letzteres ist nämlich bei unstetigen Anfangsvertheilungen der Temperatur der Fall; bekanntlich lassen sich auch discontinuirliche Functionen in Fourier'sche Reihen entwickeln. Hat z. B. ϑ_o für alle Punkte eines gegebenen Theils des Ringes ein und denselben Werth α und für alle Punkte des übrigen Theiles irgend einen anderen Werth β, so läßt uns die ursprüngliche Formel (c) ganz im Stiche, und wir müssen zu ihrer transformirten Gestalt (g) Zuflucht nehmen. — Wir bemerken übrigens, daß der Zeitpunkt $t = o$, in welchem das betrachtete System (der Ring) sich in dem beispielsweise eben genannten Zustand befindet, so zu sagen — den natürlichen Anfang einer gewissen „Epoche" des Systems bildet; denn ein solcher Zustand könnte sich aus keinem früheren Zustand gemäß dem Gesetz (a) entwickelt haben; unmittelbar vor diesem Augenblicke mußten also die Gesetze des Systems verschieden sein, oder das System mußte sich unter dem Einfluß gewisser in dem Gesetz (a) nicht berücksichtigten „äußeren" Factoren befinden; vor $t = o$ konnte sich z. B. ein Theil des Ringes seit jeher in einem großen Wärmereservoir von der Temperatur α, der übrige (vom ersteren getrennte) Theil in einem anderen Reservoir von der Temperatur β befinden, und in dem Augenblicke $t = o$ konnten

die beiden Theile sehr schnell in das betrachtete Medium gebracht und daselbst sehr schnell mit einander zu einem Ringe vereinigt werden. Die so begonnene neue Epoche des (von rein thermischer Seite betrachteten) Ringes kann alsdann beliebig lange dauern, bis das durch die Gleichung (a) ausgedrückte Gesetz durch neue, unerwartete Factoren nicht gestört sein wird. — [Bezüglich des Begriffes „äußerer Factoren" und eines gewissen quantitativen Maaßes ihrer »Wirkungen auf das System" vergl. § 9.]

4. Die allgemeine Gleichung der Wärmeleitung in einer homogenen isotropen Substanz ist

(a) $$D\vartheta = a\cdot\Delta\vartheta \equiv a\cdot\left\{\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}\right\}\vartheta,$$

wo a dieselbe Bedeutung wie im Beispiel 3. hat, ϑ aber die Temperatur in dem Punkte x, y, z zur Zeit t ist. — Da der Operator $\{a\Delta\}$ mit D commutativ ist, so hat man — unter der Voraussetzung, daß ϑ überhaupt eine analytische Function von t ist: —

(b) $$\vartheta_t = \left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}\vartheta_o = \{e^{t\cdot a\Delta}\}\,\vartheta_o \equiv \left\{1 + ta\Delta + \frac{t^2a^2\Delta^2}{2!} + \cdots\right\}\vartheta_o.$$

Ist der Anfangszustand durch $\vartheta_o = f(x, y, z)$ definirt, wo f irgend eine Function ist, die der Differentialgleichung

(c) $$\Delta f = -k\cdot f,$$

mit constantem scalaren Coëfficienten k, genügt, so wird $\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$ zu einer gewöhnlichen Exponentialfunction, so dass der entsprechende Zustand zur Zeit t durch

(65) $$\vartheta_t = f\cdot e^{-akt}$$

definirt sein wird; $\{a\Delta\}$ ist aber auch ein distributiver Operator; ist also der Anfangszustand durch

(d) $$\vartheta_o = \sum_1^\infty {}^m A_m f_m$$

definirt, wo die A_m beliebige Constanten, die f_m aber Functionen von x, y, z bedeuten, welche den Differentialgleichungen

(e) $$\Delta f_m = -k_m\cdot f_m,\quad m = 1, 2, \cdots$$

genügen, so hat man für den Augenblick t:

(f) $$\vartheta_t = \sum_1^\infty {}^m A_m\cdot f_m\cdot e^{-a\,k_m t}.$$

Da die k_m, sowohl wie die A_m, willkürlich gewählt werden können und da eine jede der Gleichungen (e) sehr viele Integrale

zuläßt, so wird man leicht einsehen, daß in der Form der Reihen (d) und der entsprechenden Reihen (f) sehr viele verschiedene Anfangszustände und die entsprechenden vergangenen und zukünftigen Zustände des betrachteten Systems dargestellt werden können. Es folgt aber daraus keineswegs, daß in dieser Weise überhaupt alle möglichen Zustände des Systems darstellbar sein müssen. Oft kann übrigens die Ausführung der Reihe von Operationen, die in der ursprünglichen Form des Operators $\{e^{ta\Delta}\}$ angedeutet sind, verhältnißmäßig leicht ausfallen. —

5. Indem wir zu Systemen mit zwei Variablen ψ_1, ψ_2 übergehen, wollen wir zunächst das einfachste aber sehr lehrreiche Beispiel der geradlinigen Schwingungen eines materiellen Theichens betrachten, welches der Wirkung einer zu dessen Ablenkung ξ von einem festen Punkte $\xi = o$ proportionalen Kraft unterworfen ist. Bezeichnet man den Coëfficienten dieser Proportionalität, dividirt durch die Masse des Theilchens, mit $-c^2$, so hat man: $D^2\xi = -c^2$. Der Zustand dieses einfachen Systems ist durch $\psi_1 = \xi$, $\psi_2 = D\xi$ bestimmt, und diese Variabeln genügen den Differentialgleichungen

(a) $$D\psi_1 = \psi_2,\ D\psi_2 = -c^2 \cdot \psi_1,$$

welche einen Specialfall der Gleichungen 62, (§ 6) bilden, und zwar für $\{\lambda\} = c$, $\{a\} = \frac{1}{c}$; setzt man also diese Operatoren in 61. ein, so erhält man unmittelbar:

(b) $$\begin{cases} \psi_1(t) = \psi_1(o) \cdot \cos(tc) + \frac{1}{c}\psi_2(o) \cdot \sin(tc), \\ \psi_2(t) = \psi_2(o) \cdot \cos(tc) - c\psi_1(o) \cdot \sin(tc) \cdot - \end{cases}$$

6. Die Ablenkung ξ eines Punktes x einer elastischen Saite, als Function von x und t aufgefaßt, genügt der Gleichung $D^2\xi = c^2 \frac{d^2\xi}{dx^2}$, wo c^2 der Quozient des Elasticitätscoëfficienten und der Masse der Saite pro Längeneinheit ist. Setzt man wieder $\psi_1 = \xi$, $\psi_2 = D\xi$ und bezeichnet man, der Kürze halber, die Operation d/dx mit D_x, so hat man die Differentialgleichungen

$$(a) \cdots D\psi_1 = \psi_2,\ D\psi_2 = c^2 \{D_x^2\} \psi_1,$$

welche einen Specialfall der Gleichungen 62. bilden, und zwar für $\{\lambda\} = ic\{D_x\}$, $\{a\} = -\frac{1}{c}\{D_x^{-1}\}$, wo $i = \sqrt{-1}$ ist und $\{D_x^{-1}\} = \left\{\frac{1}{D_x}\right\}$ die zu $\{D_x\}$ inverse Operation bedeutet; durch Substitution

in (61) erhält man also:

$$\text{(b)}\begin{cases}\psi_1(t) = \{cos(tciD_x)\}\psi_1(o) - \frac{i}{c}\left\{\frac{sin(tciD_x)}{D_x}\right\}\psi_2(o), \\ \psi_2(t) = \{cos(tciD_x)\}\psi_2(o) - ic\{sin(tciD_x)\}\{D_x\}\psi_1(o) \equiv (D\psi_1)_t.\end{cases}$$

Diese Lösungen sind nur scheinbar imaginär und vieldeutig; denn der Operator $\{cos(tciD_x)\}$ enthält nur gerade Potenzen von i, der Operator $\{sin(tciD_x)\}$ aber, der nur ungerade Potenzen von i enthält, ist in den beiden obigen Formeln mit i multiplicirt; der Operator $\left\{\frac{1}{D_x}\right\}$ in der ersten der Formeln (b) ist zwar, als Symbol der Integration in Bezug auf x, ein vieldeutiger Operator; trotzdem aber ist der Chronooperator $\left\{{H_{12} \atop t}\right\} = -\frac{i}{c}\left\{\frac{sin\, tciD_x)}{D_x}\right\}$ eindeutig; entwickelt man nämlich $\{sin(\;)\}$ in eine Reihe (d. h. kehrt man zur ursprünglichen Definition dieses zusammengesetzten Operators zurück), so erhält man:

$$\text{(66)} \qquad \left\{{H_{12} \atop t}\right\} = -\frac{i}{c}\left\{ict - \frac{(ict)^3}{3!}D_x^2 + \frac{(ict)^5}{5!}D_x^4 - \cdots\right\},$$

d. h. nur Symbole mehrfacher Differentiationen $D_x^2, D_x^4, \cdots$, nicht aber der Integration. Wir können also auch in dem betrachteten Falle die Form (b) der Lösungen beibehalten.

Sind $\psi_1(o)$, $\psi_2(o)$ proportional zu $cos(\varkappa x)$ oder $sin(\varkappa x)$ (wo $\varkappa$ eine beliebige scalare Constante ist), so hat man $\{D^2_x\} = -\varkappa^2$, so daß die in den Formeln (b) vorkommenden Chronooperatoren sich in gewöhnliche trigonometrische Functionen verwandeln:

$$\text{(c)} \qquad \begin{cases}\left\{{H_{11} \atop t}\right\} = \left\{{H_{22} \atop t}\right\} = cos(\varkappa ct), \left\{{H_{11} \atop t}\right\} = \frac{1}{\varkappa c}\cdot sin(\varkappa ct), \left\{{H_{21} \atop t}\right\} = \\ \qquad = -\varkappa c \cdot sin(\varkappa ct).\end{cases}$$

Da man aber eine beliebig gegebene Function von x in eine Fourier'sche Reihe entwickeln kann und da die obigen Operatoren distributiv sind, so kann man nach (b) und (c) die einem beliebigen gegenwärtigen Zustande der Saite entsprechenden vergangenen und zukünftigen Zustände mit Hilfe von Reihen darstellen, welche Producte von Sinus und Cosinus der Argumente $m\varkappa x$, $m\varkappa ct$ $(m = 1, 2, 3, \cdots)$ enthalten. –

7. Bezeichnet man mit E, M die elektrische, resp. magnetische Kraft in einem unbeweglichen vollkommen isolirenden Medium, mit K, μ die Dielektricitätsconstante und die magnetische Permea-

bilität dieses Mediums und mit A das bekannte Verhältniß der Einheiten, so hat man für die Vektoren E, M die Gleichungen:

$$\text{(a)}\qquad D E = \frac{1}{A K}\, curl\, M,\; D M = -\frac{1}{A \mu}\, curl\, E,$$

die wir auf die Form der Gleichungen 62. zurückführen können, indem wir setzen:

$$\text{(b)}\qquad \{\lambda\} = \frac{1}{A\sqrt{K\mu}}\, curl \equiv v.\, curl, \{a\} = \left(\frac{\mu}{K}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Nach den Gleichungen 61. (für $\psi_1 = E, \psi_2 = M$) können wir also die elektrischen und die magnetischen Kräfte im Augenblick t in irgend einem Gebiet des Feldes durch dieselben für $t = o$ gegebenen Kräfte mittelst der Gleichungen

$$\text{(c)}\qquad \begin{cases} E_t = \{cos\,(v\,t \cdot curl)\}\, E_o + \left(\frac{\mu}{K}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \{sin\,(v\,t \cdot curl)\}\, M_o, \\ M_t = \{cos\,(v\,t \cdot curl)\}\, M_o - \left(\frac{K}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \{sin\,(v\,t \cdot curl)\}\, E_o \end{cases}$$

ausdrücken. Die Zukunft und die Vergangenheit eines jeden Elementes des Feldes ist hiermit durch die Gegenwart desselben Elementes ausgedrückt, unabhängig davon, was in irgend welchen anderen Gebieten des Feldes vor sich geht. (Bezüglich der Anwendung der Formeln (c) auf gewisse besondere Anfangszustände und bezüglich mancher sich aus ihnen ergebenden Sätzen vergl. Annalen der Physik, loc. cit.)

8. Sind die Gesetze eines Systems mit zwei Variabeln ψ_1, ψ_2 in der Form der Differentialgleichungen

$$\text{(a)}\qquad D\psi_1 = \psi_2,\; D\psi_2 = -\{a^2\}\,\psi_1 - 2\,b\,\psi_2$$

gegeben, wo $\{a\}$ irgend ein unveränderlicher und mit D commutativer Operator, b aber z. B. eine gewöhnliche scalare Constante ist, so wird man nach den allgemeinen Vorschriften des § 6. leicht finden:

$$\text{(b)}\qquad \begin{cases} \psi_1\,(t) = e^{-bt} \cdot \left\{cos\,(tc) + \frac{b\,sin\,(tc)}{c}\right\} \psi_1(o) + e^{-bt} \cdot \left\{\frac{sin\,(tc)}{c}\right\} \psi_2(o), \\ \psi_2\,(t) = D\,\psi_1\,(t), \end{cases}$$

wo $\{c^2\} = \{a^2\} - b^2$ ist; da $\{cos\,(tc)\}, \left\{\frac{sin\,(tc)}{c}\right\}$ nur gerade „Potenzen" des Operators $\{c\}$, d. h. $\{c^2\}$, $\{c^4\}$ etc., nicht aber $\{c\}$ enthalten, so sind die Operatoren in (b) vollständig eindeutig durch $\{a^2\}$ und b, d. h. durch die Gesetze (a) des Systems, bestimmt.

Ist $\{a^2\}$ eine gewöhnliche positive scalare Constante, so drücken die Formeln (b) z. B. die Bewegung eines materiellen Theilchens aus, welches dem Gesetze

$$D^2\psi_1 + 2b \cdot D\psi_1 + a^2\psi_1 = o \tag{67}$$

gehorcht, d. h. unter Einwirkung einer zu ψ_1 proportionalen Kraft sich gegen einen Widerstand bewegt, welcher der Geschwindigkeit $D\psi_1$ proportional ist. Ist $a^2 > b^2$, so hat man gedämpfte Schwingungen, da alsdann c reell ist; ist hingegen $a^2 < b^2$, so nähert sich das Theilchen asymptotisch der Gleichgewichtslage, d. h. dem Gleichgewichtszustand $\psi_1 = o, D\psi_1 = o = \psi_2$, wenn es nicht schon von Anfang an in diesem Zustand verharrte.

Die Formeln (b) umfassen auch z. B. die Schwingungen einer elastischen Saite in einem zähen Medium, welches der Bewegung ihrer Elemente einen der Geschwindigkeit proportionalen Widerstand entgegensetzt, einer Saite also, welche dem Gesetze

$$D^2\psi_1 + 2b \cdot D\psi_1 - \frac{d^2}{dx^2}\psi_1 = o \tag{68}$$

gehorcht; dieser Fall tritt namentlich für $\{a^2\} = -\left\{\frac{d^2}{dx^2}\right\} = -\left\{D_x^2\right\}$, also für $\{c^2\} = -\{D_x^2 + b\}$ ein. Genügen die Größen, die den Anfangszustand einer solchen Saite definiren, der Differentialgleichung $\{c^2\}f = k^2 \cdot f$, d. h.

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -(k^2 + b) \equiv -\varkappa^2 \cdot f, \tag{c}$$

wo $\varkappa$ eine beliebige reelle Constante ist, so werden die in den Formeln (b) vorkommenden Operatoren zu gewöhnlichen trigonometrischen Functionen: $\sin(kt)$, $\cos(kt)$, während die allgemeine Lösung von (c) durch $f = A \cdot \sin(kx) + B \cdot \cos(kx)$ gegeben ist, wo A, B beliebige Constanten sind; entwickelt man also die beliebig gegebenen Functionen von x in Fourier'sche Reihen und berücksichtigt man, daß die Chronooperatoren auch in diesem Falle distributiv sind, so wird man zu einem beliebigen Anfangszustand der Saite die entsprechenden vergangenen und zukünftigen Zustände leicht finden können. –

Man könnte die Zahl der angeführten Beispiele leicht vergrößern; ich habe aber nur die einfachsten gewählt, um mit ihrer Hilfe nur die Methode und die allgemeinen Theoreme und Formeln zu erklären.

§ 8. — Zustandslinien. — Invarianten eines Systems.

Um uns die Fundamentaleigenschaften eines gegebenen Systems von der in den früheren Paragraphen betrachteten Art bildlich zu vergegenwärtigen, können wir irgend einen Zustand (ψ) desselben als Punkt eines Raumes mit den Coordinaten $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$ auffassen. Sind gewisse Variabeln ψ_i Vektoren, so denken wir uns einen jeden von ihnen in je drei Scalare zerlegt und werden von nun an unter n die Zahl sämmtlicher scalaren Componenten verstehen. — Für ein gegebenes System mit den Variabeln $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$ werden wir den entsprechenden Raum oder das entsprechende Zustandsgebiet mit P_n bezeichnen. Ist $n \lesseqgtr 3$, so wird man ein solches Gebiet auch wirklich construiren können; ist aber $n > 3$, so wird man von dem „Raume" P_n nur in symbolischem oder allegorischen Sinne reden können. — Anstatt zu sagen, daß das System sich in einem Zustand (ψ) befindet, dem der Punkt p des Raumes P_n entspricht, werden wir kurz sagen, daß das System sich im Punkte p oder (ψ) dieses Raumes befindet.

Die Gesammtheit derjenigen Punkte p des Gebiets P_n d. h. der Zustände $(\psi)_t = \left\{ {H \atop t} \right\} (\psi)_o$, in welchen das System nach Verlassung oder vor der Erreichung des Zustandes $(\psi)_o$ sich successive befindet, nenne ich eine durch den Punkt $p_o \equiv (\psi)_o$ gehende Zustandslinie. — Hiernach wird also der Ausführung der Operation $\left\{ {H \atop t} \right\}$ an $(\psi)_o$ der Uebergang des Systems von p_o nach $p \equiv (\psi)_t$ längs einer bestimmten Zustandslinie entsprechen.

Sind die Chronooperatoren des Systems bekannt und betrachtet man die Zeit t als Parameter oder als unabhängig veränderliche Hilfsgröße, so hat man in den Formeln

$$\psi_i(t) = \left\{ {H_i \atop t} \right\} \big(\psi_1(o), \psi_2(o), \cdots \psi_n(o)\big), \; i = 1, 2, \cdots n \tag{69}$$

n Gleichungen, welche die durch den Punkt $p_o \equiv (\psi)_o$ gehende Zustandslinie definiren. Gelingt es aber, hieraus die Größe t zu eliminiren,[1] und faßt man die $\psi_i(o)$ als Constanten auf, so wird

[1] In diesem und dem folgenden Paragraphen wird vorausgesetzt, daß die Zahl der Größen, welche den Zustand des Systems bestimmen, endlich ist, daß also die ψ_i nicht etwa Functionen von x, y, z sind, oder wenigstens, daß die Operatoren $\left\{ {H_i \atop t} \right\}$ nur solche Operationen vorschreiben, welche ausgeführt werden können, sobald nur die Werthe der ψ_i für den betrachteten Punkt x, y, z allein, und nicht einmal für seine nächste Umgebung gegeben sind. Diejenigen Systeme,

man als Gleichungen der Zustandslinie $n-1$ Beziehungen zwischen den Veränderlichen $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$ erhalten; diesen Beziehungen kann man dann die Form

$$(70) \qquad \Phi_i(\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n) = c_i, \; i = 1, 2, \cdots n-1$$

verleihen, wo die c_i von der Wahl des Punktes p_0 abhängige Constanten sind. (Auf die Functionen Φ_i werden wir alsbald zurückkommen.)

Sind die Chronooperatoren des Systems für ein gewisses Zustandsgebiet P_n (und für eine gewisse Epoche) stetig, so werden auch sämmtliche Zustandslinien dieses Gebiets stetig oder ununterbrochen sein, und das betrachtete System wird sich auf einer von diesen Linien ohne Sprünge bewegen.

Da der augenblickliche Zustand alle vergangenen und zukünftigen Zustände des Systems, oder wenigstens diejenigen, welche zu einem gewissen Gebiet P_n gehören, eindeutig bestimmt, so können sich in einem solchen Gebiete keine zwei Zustandslinien gegenseitig schneiden. Befindet sich also das System auf einer dieser Linien, sagen wir L_1, so kann es auf keine andere Linie L_2 übergehen, die im Gebiet P_n verläuft; mit anderen Worten: befindet sich das System einmal auf einer gewissen Zustandslinie, so muß es dieselbe bis zum Ende (d. h. etwa bis zur Grenze des Gebietes P_n), und zwar im positiven, oder der wachsenden Zeit t entsprechenden Sinne durchlaufen. Liegen zwei Punkte p_1, p_2 dieses Gebietes auf zwei verschiedenen Zustandslinien, so kann das System ohne Intervention „äußerer Factoren" nicht von dem einen zu dem anderen übergehen (vgl. § 9).

Führt man durch jeden Punkt p einer beliebigen geschlossenen Linie (nicht aber etwa einer „Zustandslinie") die entsprechende Zustandslinie, so erhält man einen Teil des Gebietes P_n, welchen man als Zustandsröhre bezeichnen könnte. Das ganze Gebiet P_n kann in derartige Röhren zerlegt werden. Befindet sich das System in einer von ihnen, so kann es, ohne Einwirkung äußerer Factoren, in keine andere Röhre eindringen.

Ist irgend eine Zustandslinie in sich geschlossen, so wird das betreffende System, in irgend einen ihrer Punkte versetzt, periodische Aenderungen erfahren. Schrumpft aber eine Zustandslinie in einen einzigen Punkt zusammen, so wird der ent-

welche dieser Bedingung nicht genügen, welche jedoch der „Nahewirkung" entsprechen (vergl § 2), kann man gewissermaßen als Grenzfälle (für wachsendes n) der im Text der §§ 8, 9 betrachteten Systeme auffassen.

sprechende Zustand ein Gleichgewichtszustand sein, in welchem das System wenigstens für die Dauer einer ganzen Epoche verharren wird.

Wenn das System sich nicht nur stetig ändert, sondern auch bestimmte Geschwindigkeiten $D\psi_i$ besitzt, so kann man sagen, daß die Zustandslinien in jedem Punkte p gewisse Richtungen haben, und daß, so oft das System in einem Punkt p sich befindet, es bestimmte Geschwindigkeitscomponenten $D\psi_i$ besitzt, die nur von der Lage dieses Punktes im Gebiet P_n abhängen.

Alsdann können wir auch sagen, daß das betrachtete System in der Zeit dt, längs einer Zustandslinie L, einen gewissen unendlich kleinen Weg dL zurücklegt mit den Componenten

$$(71) \qquad d\psi_1 = D\psi_1 \cdot dt,\ d\psi_2 = D\psi_2 \cdot dt, \cdots d\psi_n = D\psi_n \cdot dt.$$

Der „resultirende Weg dL“ ist für uns nichts Anderes als ein Gesammtsymbol dieser componirenden Wege oder Verschiebungen. Denn wir haben weder den Begriff der resultirenden Geschwindigkeit, noch den der resultirenden Verschiebung, noch auch überhaupt den quantitativen Begriff der „Entfernung“ zweier Zustände oder zweier Punkte des Gebietes P_n definirt. Würden wir z. B. das einem beliebigen System mit drei Variabeln ψ_1, ψ_2, ψ_3 entsprechende Gebiet P_3 als Theil des Euklidischen Raumes betrachten und demgemäß $dL = \sqrt{d\psi_1^2 + d\psi_2^2 + d\psi_3^2}$ setzen, so wäre dies ein ganz willkürliches Verfahren, und wir könnten nicht erwarten, daß die so definirten Elemente dL wirklich zu einer bequemen Beschreibung der entsprechenden Erscheinungen tauglich sein sollten. Dies wäre auch der Fall, wenn man auf's Gerathewohl irgend eine andere Function der Componenten $d\psi_i$ und der Größen ψ_i selbst als resultirende Verschiebung dL wählen würde. Die Wahl einer solchen Function müßte sich vielmehr in jedem einzelnen Falle auf gewisse charakteristischen Eigenschaften des fraglichen Systems selbst stützen. Deshalb führen wir hier in dieser Beziehung keine näheren Definitionen ein, sondern betrachten die resultirende Verschiebung dL oder die „Entfernung“ zweier Punkte: $\psi_1, \cdots \psi_n;\ \psi_1 + d\psi_1, \cdots \psi_n + d\psi_n$ als eine gewisse, nicht näher specialisirte und für verschiedene Systeme verschiedene Function der $d\psi_i$ und der ψ_i:

$$(72) \qquad dL = G(d\psi_1, \cdots d\psi_n;\ \psi_1, \cdots \psi_n)$$

oder einfach als kurzes Gesammtsymbol der betreffenden Com-

ponenten: $dL \equiv (d\psi)$, ganz ebenso wie wir oft (ψ) anstatt $(\psi_1, \cdots \psi_n)$ geschrieben haben.[1] Mit diesem Vorbehalt kann man auch kurz von der resultirenden Geschwindigkeit eines Systems reden, indem man sie mit dem Symbol $\frac{dL}{dt}$ oder $(D\psi)$ (ohne Index i) bezeichnet.

Eine beliebige Größe φ, welche nur von den augenblicklichen Werthen der Größen ψ_i abhängt, die den Zustand eines Systems bestimmen, nennen wir eine Function seines Zustandes; von einer solchen Größe φ können wir auch als von einer Function der Lage eines Punktes p in dem entsprechenden Gebiet P_n reden.

Eine Function des Zustandes wird sich im Allgemeinen während der Aenderungen des Systems, d. h. gleichzeitig mit seiner Bewegung längs einer Zustandslinie, verändern. Behält aber eine bestimmte Function des Zustandes Φ ihren Werth unveränderlich bei, während das System sich verändert, so werden wir sie eine Invariante des Systems nennen. Irgend eine Invariante des Systems Φ besitzt also (für die Dauer einer ganzen Epoche) einen und denselben Werth für alle Punkte p ein und derselben Zustandslinie, für verschiedene Zustandslinien aber im Allgemeinen verschiedene Werthe. — Da die Größen ψ_i unter einander unabhängig sein sollen, so besitzt ein System mit n Variabeln ψ_i $n-1$ von einander unabhängige oder (wie man sagt): $n-1$ wesentlich verschiedene Invarianten. [Ein System mit einer Variabeln ψ, die aber nicht etwa Function von x, y, z ist, besitzt keine wesentliche, d. h. von einer von dem Zustand des Systems überhaupt unabhängigen Constanten verschiedene, Invariante. Das Zustandsgebiet P reducirt sich dann auf eine einzige Zustandslinie.]

Es seien Φ_1, Φ_2, $\cdots \Phi_{n-1}$ eben solche Invarianten des Systems. Da eine jede von ihnen längs einer jeden Zustandslinie constant

[1] Man könnte z. B. die Function G so wählen, daß die Entfernung dL unveränderlich bleibt während der Aenderungen zweier Exemplare des fraglichen Systems, welche in einem gegebenen Augenblick sich in den Zuständen: $\psi_1, \cdots \psi_n$, resp. $\psi_1 + d\psi_1, \cdots \psi_n + d\psi_n$ befinden, d. h. so, daß dL eine Invariante eines Paares von unendlich nahen Punkten des Gebietes P_n wird. — Die Besprechung der Bedeutung und der Eigenschaften des so gewählten Maaßes der „Entfernung zweier Zustände" behalte ich mir für eine spätere Abhandlung vor. An dieser Stelle möchte ich (vorgreifend) bloß bemerken, daß sich bei solcher Wahl von „dL" unter Anderem der folgende Fundamentalsatz ergiebt, welcher dem ersten Newton'schen Gesetze der Bewegung ganz ähnlich klingt: Jedes ungestörte System durchläuft die betreffende Zustandslinie mit gleichförmiger (resultirenden) Geschwindigkeit. —

ist, so werden die $n-1$ Gleichungen $\Phi_i = c_i$ $(i=1, 2, \cdots n-1)$ mit gegebenen Constanten c_i die Gleichungen einer eindimensionalen Mannigfaltigkeit oder einer Zustandslinie L sein. Diese Invarianten werden mit den ebenso bezeichneten Functionen, die in 70. vorkommen, identisch oder aber Functionen derselben sein. — Aus der Definition der Invarianten und der Chronooperatoren eines Systems folgen auch ohne Weiteres die Gleichungen

$$(73) \quad \Phi_i\left[\left\{{H_1 \atop t}\right\}(\psi)_o, \cdots \left\{{H_n \atop t}\right\}(\psi)_o\right] = \Phi_i[\psi_1(o), \cdots \psi_n(o)] \equiv \Phi_i(\psi)_o,$$
$$i = 1, 2, \cdots n-1,$$

welche identisch erfüllt sein müseen.

Sind die Chronooperatoren nicht direct gegeben, kennt man aber die Gesetze des Systems in der Form von Differentialgleichungen:

$$(74) \qquad D\psi_i = f_i(\psi_1, \cdots \psi_n) \equiv f_i(\psi), \; i = 1, 2, \cdots n,$$

so kann man die Invarianten des Systems als die $n-1$ unabhängigen Lösungen oder Integrale dieser Differentialgleichungen auffassen.

Die Gleichungen $\Phi_i = c_i$ würden die „endlichen" Gleichungen der Zustandslinien sein. Die Differentialgleichungen dieser Linien wird man hingegen unmittelbar aus den Gesetzen (74.) des Systems, und zwar in der Form

$$(75) \qquad d\psi_1 : d\psi_2 : \cdots : d\psi_n = f_1(\psi) : f_2(\psi) : \cdots : f_n(\psi)$$

erhalten. Oft kann man bereits aus dieser Differentialform der Gleichungen der Zustandslinien eine Reihe von wichtigen Eigenschaften des fraglichen Systems direct herauslesen.

Wir haben uns bei den Eigenschaften der Invarianten eines Systems in ihrem Zusammenhange mit den Zustandslinien etwas länger aufgehalten, um davon im nächsten Paragraphen einen Gebrauch zu machen.

Betrachten wir jedoch noch wenigstens ein einziges, und zwar ein möglichst einfaches Beispiel.

Beispiel. Für das in § 7, Beispiel 5, betrachtete materielle Theilchen, welches den Gesetzen

$$(a) \qquad D\psi_1 = \psi_2, \; D\psi_2 = -c^2 \cdot \psi_1$$

gehorcht, erhalten wir leicht, für jedes t: $c^2\psi_1^2 + \psi_2^2 = c^2 \cdot \psi_1^2(o) + \psi_2^2(o)$; die Function des Zustandes

$$\Phi = c^2\psi_1^2 + \psi_2^2$$

ist also eine Invariante, und zwar die einzige wesentliche Invariante des Systems. Es sei hier vorübergehend bemerkt, daß diese einzige wesentliche Invariante sich in diesem Fall von der Energie des

Systems nur um eine multiplicative Constante (nämlich durch die halbe Masse: $\frac{1}{2}m$, des Theilchens) unterscheidet.

Das Zustandsgebiet ist für dieses System ein zweidimensionales und sein Umfang ist so weit wie das Gültigkeitsbereich der Gesetze (a). Setzt man Φ gleich irgend einer positven Constanten A^2, so erhält man $c^2\psi_1^2 + \psi_2^2 = A^2$ als Gleichung aller Zustandslinien, welche z. B. in der Euklidischen Ebene einfache Ellipsen sein werden. Eine jede von ihnen ist offenbar auch eine Linie constanter Energie. – Führt man als neue Variabeln

$$\varphi_1 = c\psi_1, \; \varphi_2 = \psi_2$$

ein, so werden die Zustandslinien in der Ebene φ_1, φ_2 (wobei φ_1, φ_2 orthogonale Coordinaten sind) concentrische Kreise sein, mit dem Mittelpunkt $\varphi_1 = \varphi_2 = o$ und den Radien A, die also der Quadratwurzel der Gesammtenergie des Systems proportional sein werden. Befindet sich das System auf einem dieser Kreise, so wird er ihn in dem Sinne $+ O\varphi_2 \to + O\varphi_1$ durchlaufen, und zwar mit der Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{(D\varphi_1)^2 + (D\varphi_2)^2} = cA,$$

die also längs einer jeden Zustandslinie constant sein wird. Die Veränderungen des Systems, es mag dasselbe von irgend einem Zustand ausgehen, werden periodisch sein; die Periode $T = \frac{2\pi A}{cA} = \frac{2\pi}{c}$ wird für alle Zustandslinien ein und dieselbe Dauer haben. Den einzigen Gleichgewichtspunkt wird der Anfang der Coordinaten: $\varphi_1 = o$, $\varphi_2 = o$ bilden.

Wir bemerken noch, daß wir in diesem Falle durch Identificirung des Zustandsgebietes mit der Euklidischen Ebene, in welcher das Maaß des Quadrates der Entfernung zweier Punkte die Summe der Quadrate der Differenzen ihrer Coordinaten ist, ein einfaches und übersichtliches Bild der Verhältnisse namentlich deshalb bekommen, daß die Invariante des Systems eben eine solche quadratische Function der zustandsbestimmenden Größen φ_1, φ_2 ist. Dieser Zusammenhang ist aber durchaus nicht zufällig; denn es ist die Summe der Quadrate der Differenzen der Coordinaten eines Punktpaares in der That eine „Invariante des Punktpaares" in der Euklidischen Ebene, wie auch in dem dreidimensionalen Euklidischen Raume. (Vgl. noch die Anmerkung 1 auf Seite 44.)

§ 9. Der Begriff ungestörter und solcher Systeme, die äußeren Wirkungen unterliegen. — Ueber das Maaß dieser Wirkungen.

Alle unsere bisherigen Auseinandersetzungen beruhten auf der Annahme, daß die Chronooperatoren $\left\{\begin{matrix}H\\t\end{matrix}\right\}$ eines Systems für ein gewisses „Zustandsgebiet“ P_n und für die Dauer einer gewissen „Epoche“ T unveränderliche Form und Eigenschaften besitzen und daß die ihnen vorgeschriebenen Operationen nur den Zeitabstand der Augenblicke t_0 und t impliciren, von der Lage dieser beiden Augenblicke in Bezug auf irgend welche anderen fixen Zeitpunkte aber gänzlich unabhängig sind. Unter dieser und nur unter dieser Bedingung kommen unseren Operatoren die in Theorem I. und II. ausgedrückten Eigenschaften zu; dann und nur dann enthalten die in den Differentialgleichungen des Systems $D\psi_i = f_i(\psi)$ vorkommenden Functionen oder Operatoren f_i nicht explicite die Zeit t und sind die Geschwindigkeiten des Systems Functionen seines augenblicklichen Zustandes allein.

Wir wollen nun ein jedes System, welches diesen Bedingungen genügt, als ein während der Epoche T ungestörtes System bezeichnen. Die Zustandslinien L des entsprechenden Gebietes P_n werden während dieser ganzen Epoche unveränderlich und unbeweglich sein. Während derselben Epoche werden die Invarianten des Systems $\Phi_1, \cdots \Phi_{n-1}$ auch wirklich ihre Werthe, die solche Linien charakterisiren, constant beibehalten.

Stellen wir uns jedoch vor, daß die Zustandslinien eines gegebenen Systems, welche bis zu einem gewissen Augenblick starr und unbeweglich waren, von diesem Augenblick an sich auf irgend welche Weise zu deformiren und zu bewegen beginnen und daß von da an die einem jeden Punkte p des Gebietes P_n entsprechenden Geschwindigkeiten $D\psi_i$ ihre Werthe verändern; alsdann werden wir, in Form einer Definition, sagen, daß unser — bis dahin ungestörtes — System Störungen oder äußeren Wirkungen zu unterliegen anfängt oder, daß es nicht mehr ungestört ist. Die entsprechenden „Factoren“ brauchen hiebei natürlich nicht „außerhalb“ des betrachteten Systems, im geometrischen Sinne des Wortes, zu liegen; in Bezug auf ihr Wesen wollen wir auch überhaupt keine Voraussetzungen machen.

Das Ende einer Epoche eines ungestörten Systems und das Auftreten äußerer Factoren kann auf zweierlei Weise stattfinden, indem

namentlich 1°) in dem gegebenen Augenblicke die Geschwindigkeiten des Systems, die Gestalt und die Lage der Zustandslinien oder sonst irgend welche Eigenschaften des Gebietes P_n plötzlich eine gewisse Aenderung erleiden, dies Gebiet aber vom nächsten Augenblicke an schon in den neu erworbenen Eigenschaften verharrt, das System also eine neue Epoche seiner Isolirtheit beginnt, oder aber 2°) die Eigenschaften des bis dahin starren Gebietes P_n von da an, etwa bis zum Eintritt eines gewissen späteren Zeitmomentes $T+T'$, sich stetig verändern. — Im ersteren Falle können wir sagen, daß das System im Augenblick T einen äußeren Impuls erhält, welcher es auf neue Bahnen bringt, im letzteren Falle aber —, daß das System während der Zeit T' (von T bis $T+T'$) einer stetigen Wirkung äußerer Factoren unterliegt. — Da man den Fall 1. gewissermaßen als Grenze von 2. betrachten kann, und zwar für beliebig abnehmendes T' und wachsende Schnelligkeit der Aenderungen, so kann man sich mit der Betrachtung des letzteren Falles begnügen.

Welches ist nun das quantitative Maaß jener „äußeren Wirkungen"? Die Definition desselben ist offenbar bis zu einem gewissen Grade willkürlich. Will man sich aber einerseits der wenigstens in vielen bekannten Fällen üblichen Bedeutung der Worte nähern und andererseits eine nicht zu enge Definition erhalten, so kann man etwa folgendermaaßen vorgehen.

Man denke sich zwei Exemplare eines Systems mit den Variabeln $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n$; eines davon möge U_n, das andere U'_n heißen. Das System U_n sei beständig ungestört, U'_n aber möge von dem Augenblicke T an irgend welchen äußeren Wirkungen unterliegen. Die Zustandslinien und überhaupt das ganze Gebiet P_n, welche dem U_n entsprechen, werden starr und unbeweglich sein, während das dem System U'_n entsprechende Gebiet P'_n vom Augenblick T an sich überhaupt deformiren wird. Es mögen sich zu irgend einer späteren Zeit $\vartheta = T+t$ die Systeme U_n, U'_n in genau denselben Zuständen $p \equiv (\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_n)_\vartheta \equiv (\psi)_\vartheta$ befinden. Alsdann wird sich in der Zeit $d\vartheta = dt$ das System U_n längs der entsprechenden Zustandslinie um ein Element dL mit den Componenten

$$(76) \qquad d\psi_1 = dt \cdot D\psi_1,\ d\psi_2 = dt \cdot D\psi_2, \cdots d\psi_n = dt \cdot D\psi_n$$

verschieben; das System U'_n aber wird in derselben Zeit irgend eine andere Veränderung oder Verschiebung δL erleiden, mit den Componenten: $\delta\psi_1, \delta\psi_2, \cdots \delta\psi_n$. Man kann dann sagen, daß die

äußeren Factoren während der Zeit dt die Abweichung (ζ) des Systems U'_n von U_n bewirkt haben, die durch die Componenten

$$(77) \qquad \zeta_i = \delta\psi_i - d\psi_i, \; i = 1, 2, \cdots n$$

bestimmt ist. Die Abweichung ζ könnte man auch als Deformation des Gebietes P_n, im Punkte p, auffassen.

Das quantitative Maaß der Wirkung äußerer Factoren müßte man nun jedenfalls in der Aenderung irgend welcher auf das System habenden Größen suchen, welche der Abweichung $\zeta \equiv (\zeta_1, \zeta_2, \cdots \zeta_n)$ entspricht. Es liegt hier offenbar der Gedanke nahe, als solche Größen namentlich diejenigen Functionen des Zustandes zu betrachten, welche Invarianten des ungestörten Systems U_n sind. In der That sind diese Functionen $\Phi_1, \Phi_2, \cdots \Phi_{n-1}$ für das gegebene System äußerst charakteristisch; für das ungestörte Exemplar U_n ändern sich ihre Werthe überhaupt nicht, d. h. es ist:

$$(78) \qquad \frac{d\Phi_i}{d\psi_1} d\psi_1 + \cdots + \frac{d\Phi_i}{d\psi_n} d\psi_n = o, \; i = 1, 2, \cdots n - 1;$$

für das System U'_n aber erleiden sie in der Zeit dt im Allgemeinen gewisse Aenderungen $\delta\Phi_1, \cdots \delta\Phi_{n-1}$. Da nun (nach der Voraussetzung) zwischen den Systemen U_n und U'_n nur der einzige Unterschied besteht, daß ersteres isolirt oder ungestört, letzteres hingegen der Wirkung äußerer Factoren unterworfen ist, so können wir als Maaß der Größe dieser Wirkung in der Zeit dt eine gewisse, durch die Gesammtheit der Aenderungen $\delta\Phi_i$ definirte Größe wählen.

Ist $n = 2$, so haben wir direct in der Variation $\delta\Phi$ der einzigen Invariante des Systems U_n ein Maaß jener Wirkungen. Man beachte jedoch, daß die concrete Wahl eines solchen Maaßes auch in diesem einfachsten Falle in weiten Grenzen willkürlich ist, da ja eine jede Function von Φ wiederum eine Invariante des Systems U_n ist. – Ist $n > 2$, so könnte man z. B. von $\delta\Phi_1, \delta\Phi_2, \cdots \delta\Phi_{n-1}$ gewissermaaßen als von den „Componenten" jener Wirkung reden. – Ist schließlich $n = 1$ (so daß das System U_n überhaupt keine wesentliche Invariante besitzt), so könnte man als Maaß der äußeren Wirkungen z. B. die Größe $\zeta = \delta\psi - d\psi$ der „Abweichung" des U'_n von dem U_n selbst oder aber irgend eine eindeutige Function von ζ einführen.

Vorausgesetzt, daß die Abweichungen ζ_i unendlich klein sind, kann man $\delta\Phi_i = \frac{d\Phi_i}{d\psi_1}\zeta_1 + \cdots + \frac{d\Phi_i}{d\psi_n}\zeta_n$ oder – nach 77., 78.:

(79) $$\delta\Phi_i = \frac{d\Phi_i}{d\psi_i}\delta\psi_1 + \cdots + \frac{d\Phi_i}{d\psi_n}\delta\psi_n, \quad i = 1, 2, \cdots n-1$$

setzen. Ist $n > 2$, so kann man diese $n-1$ im Allgemeinen verschiedene Größen zunächst als Componenten der Wirkung äußerer Factoren auf das System U'_n in der Zeit dt oder während der Zustandsänderung $(\delta\psi) \equiv (\delta\psi_1, \cdots \delta\psi_n)$ auffassen. Entscheidet man sich aber für die Einführung einer bestimmten analytischen Function δW der $n-1$-Größen $\delta\Phi_i$ als eines Maaßes der gesammten oder resultirenden Wirkung während der Zeit dt:

(80) $$\delta W = F(\delta\Phi_1, \cdots \delta\Phi_{n-1}) = F(\zeta_1, \cdots \zeta_n; \psi_1, \cdots \psi_n)$$ [1]

und erwägt man, daß für $\zeta_1 = o, \cdots \zeta_n = o$ das System U'_n sich so ändert, als wäre es ungestört, daß man dann also keinen Grund hat, δW als von Null verschieden zu betrachten, so kann man — bei Vernachlässigung der Größen zweiter und höherer Ordnungen — δW gleich einer homogenen linearen Function der $\delta\psi_i$ setzen, d. h.:

(81) $$\delta W = X_1\delta\psi_1 + \cdots + X_n\delta\psi_n,$$

wo die X_i Functionen der ψ sind; diese Functionen sind vor der Hand willkürlich, insofern schon die Wahl der Function F in der Definition (80.) des Wirkungsmaaßes δW willkürlich war. Bei einer gewissen Wahl der Function F und der wesentlichen Invarianten Φ_i (des Systems U_n), könnte man δW als die Arbeit der äußeren Factoren oder Agentien, die entsprechenden Größen X_i aber als die äußeren, in den betreffenden „Richtungen" ψ_i (auf das System U'_n) wirkenden Kräfte bezeichnen. In dem Ausdruck der so definirten „Arbeit" könnten übrigens gewisse ψ_i fehlen.

Eine engere Definition als die in 81. gegebene würde man erhalten, indem man δW gleich der Aenderung $\delta\Omega$ einer gewissen Function Ω der Invarianten Φ_i des Systems U_n (also schließlich einer gewissen Invarianten Ω dieses Systems) setzen würde, welches zu dem System U'_n in der hervorgehobenen Beziehung steht:

(82) $$\delta W = \delta\Omega = \frac{d\Omega}{d\psi_1}\delta\psi_1 + \cdots + \frac{\delta\Omega}{\delta\psi_n}\delta\psi_n = \frac{\delta\Omega}{\delta\psi_1}\zeta_1 + \cdots + \frac{\delta\Omega}{\delta\psi_n}\zeta_n.$$

Alsdann würde die „Gesammtwirkung" der äußeren Factoren beim Uebergang des Systems U'_n von einem Zustande $(\psi)_1$ in irgend

[1] $d\Phi_i/d\psi_1$ etc. sind nämlich Functionen von $\psi_1, \cdots \psi_n$ allein.

einen anderen Zustand $(\psi)_2$ einfach durch die Differenz der Werthe von Ω in diesen Zuständen

$$W_{12} = \Omega_2 - \Omega_1, \tag{83}$$

ganz unabhängig von den Zwischenzuständen, gegeben sein. Eine von solchen Functionen Ω wird dasjenige sein, was man gewöhnlich die Energie des Systems nennt. Um jedoch die Wahl der entsprechenden Definition in rationeller Weise einzuschränken, müßte man außer dem Systeme U'_n (und U_n) noch andere Systeme in die Betrachtung hineinziehen. Eine solche Einschränkung und die diesbezüglichen Untersuchungen gehören aber nicht zu den Zielen der vorliegenden Abhandlung.

Besitzt das System U_n z. B. analytische Chronooperatoren

$$\left\{\begin{matrix}H_i\\t\end{matrix}\right\} = \{h_{io} + t \cdot h_{i1} + t^2 \cdot h_{i2} + \cdots\},$$

so könnte man unter Umständen auch von den „analytischen Chronooperatoren“

$$\left\{\begin{matrix}H'_i\\t\end{matrix}\right\} = \{h_{io} + t \cdot h'_{i1} + t^2 \cdot h'_{i2} + \cdots\}$$

des gestörten Systems U'_n reden; die Operatoren $\{h'_{i\varkappa}\}$ würden dann aber nicht unveränderlich sein; sie würden vielmehr, allgemein zu reden, von der, etwa von dem constanten Zeitpunkt T an gemessenen Zeit $\vartheta = T + t'$ abhängen. Bis zum Augenblick $\vartheta = T$ verhalten sich die Systeme U_n, U'_n in genau derselben Weise, so daß $\{h'_{i\varkappa}\} = \{h_{i\varkappa}\}$, für $\vartheta \leq T$, ist. Im nächsten Zeitmoment werden aber diese Operatoren schon von einander verschieden sein. Man könnte also sagen, daß die äußeren Factoren auf die stetige Deformation der Operatoren $\{h'_{i1}\}$ etc. und folglich auch der Chronooperatoren $\left\{\begin{matrix}H'_i\\t\end{matrix}\right\}$ des Systems U'_n hinarbeiten. Diese Deformationen $\{\delta h_{i1}\} = \{h'_{i1} - h_{i1}\}$ etc., die man im Augenblicke $T + dt$ aus den entsprechenden Abweichungen $\zeta_i = \delta\psi_i - d\psi_i = dt \cdot \{h'_{i1} - h_{i1}\}(\psi)_T$ etc. bestimmen könnte, sammeln sich beständig an, so daß das System U'_n sich im Allgemeinen immer mehr und mehr von der Zustandslinie des Systems U_n entfernt. — Die Gesetze von U'_n können wir, ebenso wie die von U_n, in der Form $D\psi'_i = f'_i(\psi')$ schreiben, müssen aber hinzufügen, daß von dem Augenblicke T an die Functionen oder die Operatoren f_i durch äußere Factoren fortwährend abgeändert werden, in anderen Worten: daß „äußere Factoren die Gesetze des Systems U'_n gegen die des Systems U_n verändern“. —

Die Kenntniß der augenblicklichen Werthe $\psi_1, \cdots \psi_n$ für das System U'_n und der Gesetze des entsprechenden ungestörten Systems U_n [d. h. der Gleichungen $D\psi_i = f_i(\psi)$, $i = 1, 2, \cdots n$] genügt offenbar nicht zur Bestimmung der vergangenen und zukünftigen Werthe $\psi_1, \cdots \psi_n$ für das System U'_n. Zu diesem Ende müßte man die in der Zeit veränderlichen Functionen f'_i für das System U'_n kennen, oder aber man müßte außer der n-Größen $\psi_1, \cdots \psi_n$ noch andere Größen einführen und bestimmen. Nehmen wir an, daß man durch Einführung einer gewissen Anzahl m von neuen Variabeln $\psi_{n+1}, \cdots \psi_{n+m}$, die von einander und von den Variabeln $\psi_1, \cdots \psi_n$ des ursprünglichen Systems U'_n unabhängig sind, ein den Differentialgleichungen

$$(84) \qquad D\psi_i = F_i(\psi_1, \cdots \psi_n, \psi_{n+1}, \cdots \psi_{n+m}), \; i = 1, 2, \cdots n, \; n+1, \cdots n+m$$

gehorchendes System U_{n+m} erhält, wobei die F_i die Zeit nicht mehr enthalten und eine unveränderliche Form besitzen, und setzen wir voraus, daß die genaue Kenntniß der F_i und der augenblicklichen Werthe all' dieser $n+m$-Größen ψ_i nunmehr zur Bestimmung ihrer vergangenen und zukünftigen Werthe vollständig hinreicht. Alsdann werden die Zustandslinien von U_{n+m} in dem betreffenden Gebiete P_{n+m} starr und unbeweglich, d. h. U_{n+m} wird ein ungestörtes System sein. Sobald also die n-Größen $\psi_1, \cdots \psi_n$ sich in diesem Systeme genau ebenso verändern wie in dem ursprünglich vorgelegten, gestörten Systeme U'_n, werden wir das System U'_n als einen gewissen Theil des ungestörten Systems U_{n+m} betrachten können. Die Chronooperatoren des letzteren werden unveränderliche Gestalt besitzen und werden überhaupt allen aus den fundamentalen Theoremen I., II. fließenden Bedingungen Genüge leisten.

Die Ergänzung oder Vervollständigung des gestörten Systems U'_n zu einem ungestörten System U_{n+m} kann von zweierlei Charakter sein, indem namentlich 1. die neu hinzugefügten Größen $\psi_{n+1}, \cdots \psi_{n+m}$ rein fingirt sein können und nur als Hilfsgrößen zur leichteren und bequemeren Beschreibung der im System U'_n vor sich gehenden und einzig beobachtbaren Erscheinungen dienen sollen, oder aber 2. indem diese Größen $(\psi_{n+1}, \cdots \psi_{n+m})$ einem concreten und beobachtbaren Systeme U'_s entnommen sind, d. h. indem sie m von seinen s Variabeln, etwa $\varphi_1, \varphi_2, \cdots \varphi_s$, bilden, die man thatsächlich ausmessen kann. – Nicht selten sehen wir einen Fall von der ersteren sich in einen von der letzteren Art

verwandeln, was oft mit der Erweiterung unserer thatsächlichen Kenntnisse der Naturerscheinungen Hand in Hand geht und zu neuen Entdeckungen führt.

Liegt ein Fall von der zweiten Art vor und kennt man außerdem noch ein System U_s, welches ungestört und sonst dem Systeme U'_s ganz ähnlich ist, so kann man das ungestörte System U_{n+m} als durch Verbindung der beiden Systeme U_n und U_s entstanden betrachten. Die Anzahl $(m+n)$ der Variabeln des zusammengesetzten Systems U_{n+m} wird im Allgemeinen kleiner sein als die Summe der Zahlen der Variabeln der Systeme U_n, U_s, d. h. $m<s$, so daß wir in dem Systeme U_{n+m} zwischen den $n+s$-Größen $\psi_1, \cdots \psi_n, \varphi_1, \cdots \varphi_s$ $\varkappa=s-m$ Beziehungen: $\lambda_1=o, \cdots \lambda_\varkappa=o$ haben werden; die letzteren könnte man als Verbindungen zwischen U_n und U_s bezeichnen; sie können übrigens eine endliche oder aber eine Differentialform haben. – Der Begriff der „Wirkung äußerer Factoren" nimmt unter diesen Umständen einen bestimmteren und mehr concreten Charakter an; indem wir nämlich die Theile U'_n, U'_s des Systems U_{n+m} mit je einem ungestörten Exemplar U_n, U_s ähnlicher Systeme vergleichen, können wir in diesem Falle sagen, daß das System U'_n der Wirkung des Systems U'_s unterliegt, und umgekehrt.

Es sei Ω_n eine der Invarianten des ungestörten Systems U_n und Ω_s eine der Invarianten des ungestörten Systems U_s; alsdann wird sich der Veränderung $\delta\Omega_n$ von Ω_n im Systeme U'_n (in der Zeit dt) die Veränderung $\delta\Omega_s$ in U'_s gesellen. Nehmen wir nun an, daß unter den verschiedenen Invarianten des Systems U_n und des Systems U_s sich zwei solche Invarianten E_n resp. E_s finden, daß ihre Summe $E=E_n+E_s$ eine Invariante des zusammengesetzten Systems U_{n+m}, d. h. daß für alle Aenderungen des letzteren Systems $\delta E=dt \cdot DE$ ist. Definiren wir dann das Maaß der Wirkungen auf das System U'_n durch die Aenderung der Function E_n, das Maaß der Wirkungen auf U'_s aber durch die Aenderung der Function E_s, d. h. setzen wir $\delta W_n=\delta E_n$, $\delta W_s=\delta E_s$, so werden wir haben:

(85) $$\delta W_n=-\delta W_s \text{ und } \delta(E_n+E_s)=o,$$

d. h. die Gleichheit der „Wirkung und Gegenwirkung" der beiden mit einander verbundenen Systeme und die Unveränderlichkeit der Summe zweier Functionen ihrer Zustände, von denen jede für das entsprechende ungestörte System charakteristisch, und zwar dessen Invariante ist.

Sind die beiden Systeme U_n, U_s concret zugänglich und lassen sich die Verbindungen $\lambda_1 = o, \cdots \lambda_x = o$ zwischen U'_n, U'_s thatsächlich constatiren, so zieht die Voraussetzung der Existenz der Invarianten E_n, E_s, deren Summe eine Invariante des zusammengesetzten Systems ist, gewisse Beschränkungen in Betreff der gegenseitigen Beziehungen der Systeme U'_n, U'_s nach sich, indem sie namentlich gewisse Verbindungen ausschließt und nur gewisse andere Verbindungen oder Beziehungen $\lambda_1 = o, \cdots \lambda_x = o$ zuläßt. Falls aber die Größen $\psi_{n+1}, \cdots \psi_{n+m}$ (vergl. oben) und die Systeme U'_s, U_s nur fingirt sind, so bringt die Voraussetzung der Existenz solcher Invarianten E_n, E_s keine Einschränkung mit sich, und drückt die Unveränderlichkeit der Function $E = E_n + E_s$ keine Eigenthümlichkeiten der im System U'_n vor sich gehenden Erscheinungen aus; denn, sobald das System U_s ein bloßes Product unserer Phantasie ist und bleibt, so können wir es in eine so große Anzahl von Variabeln ausstatten und solche Verbindungen einführen, bis jene einzige Bedingung erfüllt wird. Das Princip der Erhaltung der Energie drückt also nur im ersteren Falle gewisse Eigenthümlichkeiten jener Verbindungen oder gewisse Beziehungen zwischen den Erscheinungen aus, im letzteren Falle aber verdient es eher den Namen einer Vorschrift oder einer „Maxime“, als den eines Naturgesetzes; dann gebietet es uns nur nämlich solche und so viele neue fingirte Variabeln und Verbindungen einzuführen, bis das betrachtete System zu einem „ungestörten“ Systeme wird.

Aber eben in diesem seinen Charakter besitzt das genannte Princip eine außerordentliche, und zwar eine heuristische Bedeutung; denn als solches war auch oft schon und bleibt immer noch dies Princip ein mächtiger Stimulus und ein gut bewährter Leitfaden zu zahlreichen Untersuchungen, welche zur Vorhersagung und Entdeckung thatsächlich neuer Systeme und Erscheinungen führen.

Bologna, 1902.

Ueber den Begriff der Geschichte und über historische und psychologische Gesetze.[1]

Von

Karl Lamprecht.

Inhalt: 1. Begriff der Geschichte auf verschiedenen Kulturstufen, nach der formalen wie der materiellen Seite. Socialpsychischer Begriff der Gegenwart. Praktische Folgen: richtiges socialpsychisches Verständniß schließt historischen Relativismus aus. Logische Folgen: die politisch-militärische Geschichte ein peripherisches Gebiet der Geschichte, die große Persönlichkeit den socialpsychischen Entwickelungsstufen eingeschrieben. 2. Psychologische und historische Gesetze. Abgrenzung ihres gegenseitigen Geltungsbereichs; Verhältniß zu den naturwissenschaftlichen und den naturgeschichtlichen Gesetzen; grundsätzliche Identität? Gesetz und Persönlichkeit, Wissenschaft und Kunst auf geschichtlichem Gebiete vereint in der Geschichtsschreibung. Verengerung des subjectiven Spielraums in der Kunst der geschichtlichen Darstellung durch möglichst weite Erfahrung. Anwendung dieser Grundsätze auf die Darstellung vor allem der jüngsten Vergangenheit und vornehmlich zunächst der wirthschaftlichen Seite derselben.

1. Was ist Geschichte?

Niemals haben zwei aufeinander folgende Kulturzeitalter großer menschlicher Gemeinschaften, niemals Vater, Sohn und Enkel innerhalb derselben nationalen Entwickelung auf die Frage dieselbe Antwort gegeben. Mit den Entwickelungsstufen der Volksseele verändert sich der Bescheid; und nur aus verwandten

---

[1] Das Folgende sollte ursprünglich als Einleitung zur Darstellung des jüngstverflossenen deutschen Wirthschaftslebens in meiner Deutschen Geschichte, Ergänzungsband II, 1. Hälfte, dienen. Später sah ich, daß die Ausführungen im Verhältniß zum Ganzen zu lang geraten waren, und so unterdrückte ich sie für diesen Zusammenhang aus Gründen der künstlerischen Oekonomie. Da sie dem Inhalte dieses Jahrbuches entsprechender Natur sind und besonders das Verhältniß der Geisteswissenschaften zu den Naturwissenschaften mehrfach berühren, so veröffentliche ich sie nunmehr selbständig. D. Verf.

Stufen verschiedener nationaler Entwickelungen ertönt eine verwandte Antwort.

In all diesen Antworten aber, mögen sie hohen oder niedrigen Kulturstufen angehören, läßt sich eine formale und eine materielle Seite der Betrachtung unterscheiden, wenn sich auch beide in den mannigfachsten Verschlingungen verquicken können.

Eine formale Seite: dem Einen ist die Geschichte nichts als unmittelbarster Abklatsch des Lebens, wie es war, eine tranche seignante de la nature des hommes, ein Dokument. Dem Andern erscheint sie als eine enge Verwobenheit von Aufeinanderfolge, als ein untheilbares Ganzes von Ursachen und Wirkungen, deren tieferer Sinn aufzusuchen, deren Causalität zu finden sei. Der Eine will die Geschichte nur anschauen, der Andere will sie verstehen. So stehen in der ältesten Ueberlieferung der Völker Geschlechtsregister und Heldenlied nebeneinander: jenes eine trockene, „exacte" Namensaufzählung von Männern, Weibern, Kindern und wohl auch Lieblingsthieren in der genealogischen Abfolge — dies ein ursprünglicher Versuch, die Vergangenheit durch die Macht eines zusammenfassenden und zugleich verklärenden Gedächtnisses zu meistern. Und nun folgen sich im gleichen Verhältniß zu einander die Annale, die von Jahr zu Jahr „exact" aufzeichnet, was dem Lebenden wichtig erscheint, mag es nun ein Heuschreckenfraß sein oder ein schwerer Schneefall oder der Tod Karls des Großen, und die Chronik, die überlegsam zusammenfaßt und sich wohl gar schon an der schweren Kunst versucht, geschichtliche Zeitabschnitte, Perioden zu bilden. Und Annale wie Chronik werden darauf in ihrer Doppelstellung abgelöst durch immer höhere parallele Bildungen, bis der Gegensatz zu unseren Zeiten in die hurtig-kühne Geschicklichkeit des Zeitungsberichterstatters einerseits und andererseits die philosophische Höhe der Weltgeschichte eines Ranke ausmündet.

Es ist ein formaler Gegensatz, zunächst ein Gegensatz in der Geschichtsschreibung als Kunst. Und wer wird bei ihm nicht alsbald an den Unterschied naturalistischer und idealistischer Kunstübung überhaupt erinnert? Wie sich die menschliche Phantasie den Gegenständen der Erscheinungswelt bald mehr in dem Sinne nähert, daß sie deren Feinstes und Kleinstes, deren winzigste Modifikationen und Schattirungen tiefer wiederzugeben sucht als bisher, bald vielmehr, und gern auf Grund so gewonnener eingehenderer Kenntniß, großzügig und aus dem

Innersten eines besonders stark empfindenden Menschenherzens zusammenfaßt: so auch in der Geschichte. Perioden vornehmlich annalistischer Thätigkeit pflegen im Chronistenstil wenig hervorragendes zu leisten; die Zeit der exacten geschichtswissenschaftlichen Detailarbeit der fünfziger bis achtziger Jahre des 19. Jahrhunderts haßte und haßt in ihren Ausläufern noch heute das neue Zeitalter großzügiger Zusammenfassung, das seitdem heraufgezogen ist. Freilich: wer wollte leugnen, daß vom Standpunkte einer für den Einzelnen nur zu schwer erfüllbaren obersten und objectivsten Forderung aus sich eben Klein und Groß, Einzelheit und Ganzes durchdringen sollten? Es ist das aufs Historische angewandte Ideal einer real-idealistischen Darstellung im Gebiete der bildenden Kunst, dem selbst die größesten Meister als einem nur göttlichen Besitze, als dem einem obersten Schöpfer vorbehaltenen Geheimniß wirklicher Versöhnung der Gegensätze niemals genügt haben, so sehr gerade die größten Idealisten, ein Rafael etwa und vor allem ein Dürer, zugleich die größesten Naturalisten gewesen sind.

Aber neben der Abwandelung der Form geschichtlicher Darstellung steht eine im Verlaufe jeder großen Kulturentwickelung wiederkehrende Abwandelung auch der Auffassung des geschichtlichen Inhalts. Und in ihrem Bereiche überwiegt nun ebenso sehr das wissenschaftliche Interesse, wie auf formalem Gebiete der künstlerische Antheil hervortrat.

Inhalt der Geschichte ist zu allen Zeiten, was den Zeitgenossen als im menschlichen Geschehen bedeutend erscheint. Was aber ist jeweils bedeutend? Hier wirken zur Bestimmung tausend Einzelmotive zusammen, daneben aber auch einige ständig und gesetzmäßig wachsende Factoren: Zunahme der Erziehung zu innerer geistiger und sittlicher Freiheit, Erweiterung des Horizontes mit wachsendem Verkehr und dergl. Das Ergebniß ist in den Hauptzügen in allen Kulturentwickelungen dasselbe. Sehen wir von Zufallsnotizen ab, wie denen über Wetter, Ueberschwemmungen und andere Naturereignisse, die anfangs noch wie erratische Blöcke aus einem anderen Gebiete, dem der Naturerkenntniß, die mählich ansteigenden Hänge der geschichtlichen Ueberlieferung bedecken, so ist es überall das äußere große Handeln, das die Aufmerksamkeit des rückblickenden Gedenkens am frühesten fesselt. Und dieses äußere Handeln, insofern es vornehmlich auch das äußere Schicksal Vieler bedingt, erscheint dabei geradezu als einziger

Inhalt der Geschichte. Es sind bei voller Entwickelung dieser geistigen Haltung die großen Zeiten des historischen Epos, in der deutschen Geschichte die Zeiten von den sagenhaften Gothenkönigen der russischen Steppengebiete im dritten Jahrhundert bis zu den Tagen der Gudrunsage, die uns in die wichtigsten Jahrhunderte der nachgermanischen Völkerwanderung zur See, in die Periode Karl's des Großen und seiner Nachfolger und an die wogenumpeitschten Dünen der Nordsee führt.

Bezeichnend für diese Auffassung, so wie sie in mannigfachen Abwandelungen von einem Epos noch hymnisch gebundener Form über ein Epos dramatischen Aufbaues bis zum anecdotischen Epos und darüber hinaus führt, ist und bleibt, daß das Handeln der Helden als in einer stetig gleichbleibenden Umwelt verlaufend gedacht wird. Gewiß wird dabei die Umwelt — die Welt der sogenannten Zustände — sehr verschiedenartig behandelt. In den ältesten Zeiten, im hymnischen Epos, tritt sie noch völlig zurück hinter dem reichen Erguß der Gefühle, womöglich jener unmittelbaren Totenklage, welche die Erinnerung an die Helden noch wie mit einem letzten Verhallen lebendiger Trauer umspielt; und wer wird es nicht empfunden haben, wie sehr diese Art geschichtlicher Stimmung, der urelementaren, noch heute in uns in stärksten Wallungen fortlebt: wird nicht etwa in dem Sinne hingerissen worden sein, wenn ein beredter Mund über Bismarck berichtet — hingerissen in demselben Sinne wie einst unsere germanischen Vorfahren bei dem Gedenken Armins, von dem Tacitus uns meldet: caniturque adhuc barbaras apud gentes! Später aber treten diese Gefühlselemente ihrem unmittelbaren Ausdrucke nach in der geschichtlichen Erzählung zurück, und immer mehr taucht die greifbare und objective Darstellung der Umwelt, des Milieus, empor. So entsteht das breit und behaglich malende Epos, das wir aus der Erinnerung an die homerischen Epen her immer noch zu leicht gewillt und gewohnt sind als die einzige oder wenigstens die einzig klassische Form der Heldensage anzusehen, und so entfalten sich jene humorvollen Zustandsandeutungen des anecdotischen Epos unseres zehnten und elften Jahrhunderts und jene beredten Schilderungen von Ross und Mann, von Panzer und Frauentracht in den historischen Romanen der Stauferzeit.

Gewiß ist damit um diese Zeit die Zustandsschilderung da. Aber, und das muß aufs Schärfste betont werden, keineswegs die

geschichtliche Zustandsschilderung. Es gefällt, die breite Umwelt zu malen und gemalt zu sehen; aber diese Umwelt gilt als fest und ist die der Gegenwart, und diese wird als von jeher so gewesen und darum für alle Zeiten gleich und unwandelbar betrachtet; in Veldekes Eneit werden Aeneas und Dido als Ritter und edle Frau des 12. Jahrhunderts geschildert.

Erst viel später — und veranlaßt durch die formalen Fortschritte des geschichtlichen Denkens: indem man der historischen Welt geistig immer näher auf den Leib rückte — hat man begriffen, daß auch die Zustände sich ändern. Und es würde eine der lehrreichsten Einzelarbeiten zur Geschichte der deutschen und europäischen Geschichtswissenschaft des vierzehnten bis zwanzigsten Jahrhunderts sein, zu zeigen, wie auf diesem Wege die Zustände immer mehr als wirklich historische verstanden worden sind. An dieser Stelle kann nur betont werden, daß die Auffassung, die Zustände seien ein wirklicher activer und verursachender Teil des großen geschichtlichen Geschehens, selbst heute noch keineswegs auch nur in ihren wichtigsten Folgen und zu dauernd gegenwärtiger Wirkung in das Bewußtsein der schaffenden Historiker oder gar der Zeitgenossen im Allgemeinen gedrungen ist.

Der Beweis für diese Behauptung, die zunächst vielleicht als kühn erscheinen mag, soll sofort etwas eingehender geführt werden.

Was hat man denn unter „Zuständen“ zu verstehen?

Wir betreten die Stätte einer mittelalterlichen Burg, die in Trümmern liegt. Haben wir in ihnen einen Zustand vor uns? Dieselbe Burg soll ausgebaut sein, sei es zu einer Fabrik, oder einer Villa, oder zu einem Museum. Können wir jetzt von einem Zustande reden? Geschichtlich betrachtet stellt eine wüste Burgruine keineswegs einen Zustand dar. Ja — in den Zeiten, da die Burg einstmals bewohnt war, da Menschen in ihr hausten von Fleisch und Blut, von Schuldbewußtsein und Idealen — da konnte man von Zuständen reden: und nur indem wir uns in sie hineinträumen, erwachen in uns romantische, indem wir uns in sie hineinversetzen, erwachen geschichtliche Gefühle. Desselbengleichen stellt eine heute wieder ausgebaute und zu modernen Zwecken benutzte Burg für uns einen Zustand dar, nämlich den der Gegenwart.

Was macht also die Zustände? Ein Komplex von Gegenständen oder irgend welchen objectiven Erscheinungen? Keineswegs: die Zustände sind seelischer Natur, sind Lebensformen ver-

gesellschafteter Menschen, die sich in gewisse äußere, objective Hüllen kleiden, sind sozialpsychische, ja sind die sozialpsychischen Erscheinungen überhaupt. Hieraus aber ergiebt sich ein Weiteres.

Für jede menschlich-seelische Erscheinung gilt bekanntlich jenes psychologische Gesetz, das Wundt das der schöpferischen Synthese genannt und Lipps neuerdings aus allgemeinen Variabilitätsvorgängen abgeleitet hat. Es besagt, historisch gewandt und gemeinverständlich ausgedrückt, daß kein einziger seelischer Thätigkeitsvorgang sich in der Wirkung erschöpft, die man nach der Natur der vorliegenden Ursache allein anzunehmen geneigt sein möchte, sondern darüber hinaus schwingt, vorwärts dringt zu einer weiteren Wirkung. Um es an einer Analogie klar zu machen: die gewöhnlich angenommenen chemisch-physikalischen Gesetze, deren Geltung sich bei dem Wachsthumsvorgange einer Pflanze nachweisen läßt, erklären diesen Wachsthumsvorgang gleichwohl nicht ganz. Denn sie besagen nichts darüber, warum denn gerade diese Pflanze und sie gerade so und nicht anders wuchert? Bei jeder der Lebensäußerungen der Pflanze stellt sich also ein leiser, feinster Ueberschuß ein über die rein chemisch-physikalische Wirkung hinaus, und die Summationen eben dieser Ueberschüsse bilden, schaffen das Spezifische der Pflanze. Was aber hier für das Individuum gilt, das gilt auch für die Art. Denn wie sind denn die Arten der Thiere und Pflanzen entstanden, und warum gerade diese Arten? Man hat jetzt wohl eingesehen, daß zur Erklärung dieses Vorganges rein mechanische Prinzipien unter der strikten Geltung nur der Gesetze von der Erhaltung der Kraft nicht ausreichen. Hin durch die geologischen Zeitalter sind schöpferische Ueberschüsse wahrnehmbar, sind „Potenzen" der Entwickelung vorhanden gewesen und noch vorhanden, die sich in den Arten hin durch die Millionen von Individuen entfaltet haben und entfalten in ihrer Weise.

So steht es auch mit der schöpferischen Synthese der Menschenseele. Jede unserer psychischen Regungen liefert einen Ueberschuß; und die ungeheure Summation dieser Ueberschüsse bei einem Individuum constituirt dessen Charakter; ebenso wie die noch mehr als ungeheure Summe der Ueberschüsse aller Individuen einer menschlichen Gemeinschaft deren besonderes Wesen entwickelt und auferbaut.

Nun sind aber die Ueberschüsse in diesem letzteren Falle, wie leicht ersichtlich, nichts als das schöpferische Erzeugniß der

sozialpsychischen Regungen, der „Zustände". Als was erscheinen also die Zustände jetzt? Offenbar nur als die Hüllen eines nach dem Gesetz der schöpferischen Synthese geregelten, selbst gesetzmäßigen Lebens menschlicher Gemeinschaften: und demgemäß als regelmäßige Reihen von verobjectivirten sozialpsychischen Lebensäußerungen, von denen nicht etwa die eine willkürlich vor der anderen zu denken wäre, sondern die sich vielmehr in der einmal gegebenen, in jeder großen menschlichen Gemeinschaft immer wiederholten Stufenfolge auseinander entwickeln nach dem innersten Geheimniß ihres Werdens. Es steht also nicht so, wie man sich heute in gewissen Kreisen noch so gerne vorzustellen pflegt, daß die Zustände „kaleidoskopartig" wechseln, und daß das Glücks- oder Unglücksloos der Genossen einer bestimmten Zeit willkürlich, wie man zu sagen pflegt, zufällig bald einmal auf diese, bald auf jene Nummer unter den zahlreichen denkbaren „Combinationen" von Zuständen falle. Nein: in der Aufeinanderfolge der Zustände ist jede Willkür ausgeschlossen, ist alles empirisches Gesetz und Regel des Lebens — Regel nach dem göttlichen, aller Menschenentwickelung, und das heißt aller Kulturentwickelung zu Grunde liegenden, an sich nicht weiter erklärbaren Geheimniß.

Dieser Zusammenhang ist wichtig, und darum mag er noch einmal in der Betrachtung einer seiner bedeutsamsten praktischen Folgen erörtert werden.

Man redet heute Mancherlei von dem sogenannten historischen Relativismus, und man will damit der Regel nach ausdrücken: dadurch, daß die Geschichtswissenschaft predige, jeder sei in eine bestimmte und darum im Verhältniß zu anderen Kulturen relative Kultur hineingeboren, und mithin auch in eine relative Moral, — zerstöre sie die Sittlichkeit. Dieser Vorwurf ist begründet gegenüber einer Geschichtswissenschaft, die nichts kennt als eine willkürliche und zufällige Aufeinanderfolge von Kulturzuständen: denn über dieser steht keinerlei Absolutes mehr und keinerlei Gesetz, das allgemein zwänge. Er ist ein Zeichen geringen Nachdenkens gegenüber einer historischen Wissenschaft, die sich der strengen Aufeinanderfolge der Kulturstufen als einer undurchbrechbaren Regel menschlichen Daseins und Geschehens bewußt ist: denn hier erhebt sich, über der Relativität der einzelnen Stufen, ein oberstes absolutes Gesetz der Gesammtentwickelung jeglicher menschlichen Gesellschaft. Was also hier zerstört wird, das

ist nicht die jeder sittlichen Haltung notwendige Vorstellung von einem Absoluten, sondern nur die thörichte Selbstüberhebung des Denkens des Einzelnen, als seien gerade er und seine Zeit etwas Aehnliches wie ein Centrum und ein Nabelpunkt der geschichtlichen Bewegung. Raum gemacht dagegen ist der allerdings nicht mehr bloß wissenschaftlichen sondern zugleich schon religiösen Empfindung von der Unendlichkeit der Bewegung auch des menschlichen Geschehens, von der geschichtlichen Abfolge nicht einiger hundert oder einiger Tausend, sondern unzähliger Menschenalter einer schon hinter uns liegenden Geschichte, obwohl doch die deutsche Geschichte deren bisher nur etwa sechzig beglaubigte durchmessen hat – Raum für die Empfindung des Psalmisten: Was ist der Mensch, dass Du seiner gedenkest, und das Menschenkind, dass Du Dich seiner annimmst.

Und die Thatsache, daß sich hin durch die einzelnen Nationen dasselbe Gesetz der sozialpsychischen Lebensentfaltung in einer Reihe von Kulturstufen immer wieder als auffindbar erweist für Jeden, der es nur suchen mag, ist nicht minder weit entfernt davon, bloß relative Maßstäbe zu ergeben. Denn so wie über der Entwickelung des pflanzlichen oder thierischen Individuums die Entwickelung seiner Art steht als etwas Absolutes hin durch die Zeiträume des geologischen Werdens: so steht über der Entwickelung der Nationen die universale Entfaltung eines großen, in sich einzigartigen Werdeganges der Menschheit und ergiebt einen absoluten Maßstab jeglicher nationaler Entwickelung. Und wir vermögen einzelne Abschnitte dieses Werdeganges wohl zu erkennen: denn er vollzieht sich zum guten Theil in der Uebertragung werdender, vorausgeeilter, abgestorbener Kulturen von Volk zu Volk: in sozialpsychischen Erscheinungen also, deren Verlauf der Forschung zugänglich ist. Freilich gerathen wir dabei an die höchsten, nur stückwerkweise lösbaren Aufgaben der geschichtlichen Wissenschaft, und wir müssen uns bescheiden, von ihnen aus in den allgemeinsten Gang der Dinge mehr hineinzusehen, als ihn zu durchdringen.

Aber ist das nicht auch sonst das Loos gerade jedes höchsten menschlichen Erkennens? Wahrheit ist menschlich betrachtet nur Wahrhaftigkeit.

Treten wir aber aus dem Bereiche dieser mehr praktischen Betrachtungen zurück in die Beobachtung der Entwickelung geschichtlichen Denkens, so begreift man nun wohl, was die langsam

wachsende Anerkenntniß der „Zustände", und das heißt des sozialpsychischen Werdens, neben dem alten Pragma, der Begrenzung der geschichtlichen Bedeutsamkeit auf das heldenmäßige Handeln wohl gar nur des Kriegers und Staatsmannes bedeutete. Neben die Willkür trat die Gesetzmäßigkeit, neben den Zufall die Entwickelung.

Es ist klar, daß sich damit schon rein logisch der Standpunkt der Betrachtung ganz verschob, wenn anders die Geschichte eine Wissenschaft zu werden bestimmt war. Diese Zustände, von der ursprünglichsten Art der geschichtlichen Ueberlieferung einst gar nicht beachtet — nicht beachtet, weil sie unveränderlich und darum geschichtlich gleichgiltig erschienen: jetzt eben ergaben sie sich als veränderlich, und zwar als gesetzmässig veränderlich und damit als einer Betrachtung stark begrenzten zeitlichen Horizontes eben zum Mittelpunkte wahrhaft wissenschaftlicher geschichtlicher Betrachtungsweise geeignet: wogegen das äußere Geschehen, die politisch-militärische Geschichte erkenntnißtheoretisch als peripherisch erschien und damit zur Beigabe ward und zum Nebenstück und weithin zurücktrat.

Dabei wurde diese zunächst nur denkhafte Erwägung gar bald durch eine tiefere und breitere praktische Einsicht in die Geschichte selbst geschützt und bestätigt. Wer heutzutage wahrhaft geschichtlich denkt, der überblickt nicht bloß die Schicksale der eigenen Zeit und einiger Menschenalter vor ihr, wie die Alten thaten. Er sieht ungleich weiter. Er kennt mehr als zwei Jahrtausende nationaler Entwickelung. Er ist darüber hinaus unterrichtet von der Ausgestaltung der noch lebendigen Welt der west- und mitteleuropäischen und der vergangenen Welt der südeuropäischen und mittelmeerischen Völker. Er beobachtet die neuen Kulturen des atlantischen und des stillen Ozeans in ihrem Heranwachsen; und schon treten ihm auch die großen ostasiatischen Entwickelungen so vieler Jahrtausende immer mehr hervor aus dem Chaos einer überreichen, wie die alten mittelamerikanischen aus dem einer spärlichen Ueberlieferung. Er weiß endlich von den staunenswerthen wissenschaftlichen Fortschritten auf dem Gebiete der Völkerkunde, die nichts ist, als ein Theil der Geschichte. Und ist er nun heimisch auf diesen reichen Gefilden und fragt er sich, was ihm denn von dem so gewonnenen wahrhaft universalen Standpunkte aus ein noch so kriegerischer chinesischer Herrscher eines verflossenen Jahrtausends oder ein noch so bedeutender Häuptling

oder König und Kaiser eines innerafricanischen Reiches wenig zurückliegender Vergangenheit sei: so wird er immer im selben Sinne antworten: sie sind als Fürsten — wenn sie nicht geistig-persönliche Bedeutung heraushebt — nur nebensächliche Staffage auf dem breiten Hintergrunde bestimmter Kulturen. Wird aber ein Japaner oder Chinese nicht ebenso von den kaiserlichen Heldengestalten etwa unseres Mittelalters urtheilen? Man umgehe nicht gewisse Schlüsse im angeblichen Interesse einer in diesem Falle verhängnißvollen Vaterlandsliebe. Man stelle sich fest auf den Standpunkt, daß, was dem Einen recht, dem Andern billig sein müsse: und man wird finden, daß schon aus dem bloßen Eindruck dessen, was universal wirklich bedeutend ist, bei steigendem geschichtlichen Horizonte der sinkende Werth der sogenannten politischen Geschichte unverkennbar und unstreitig hervorspringt.

Um wie viel mehr ist das der Fall, beginnt man wirklich ernsthaft geschichtlich zu denken. Der weltgeschichtliche Zusammenhang, der letzte große, von dem alles geschichtliche Werden erst Licht und Bedeutung erhält, ist ein kulturgeschichtlicher; durch Einflüsse der Civilisation und der civilisatorischen Uebernahme von einer menschlichen Gemeinschaft zur andern wird er hergestellt und durch nichts Andres: und diese Civilisation und ihre Vorstufen gehen hervor aus dem stillen Wachsen socialpsychischer Synthesen der menschlichen Gemeinschaften. Hier dann erst, innerhalb des schon begrenzteren Lebenskreises dieser Gemeinschaften, treffen wir auf Einflüsse der politischen Geschichte. Wir sehen tausende von jungen Volksseelen aufglimmen, reicher werden an Licht und Erfahrung, den Zenith der in sie gelegten Entfaltungsmöglichkeit erreichen und verlöschen. Und wir sehen, wie sich in ihnen der allgemeine Proceß des Aufsteigens von Kulturstufe zu Kulturstufe dennoch, wie der gesetzmäßige Lebensproceß eines menschlichen Individuums, individuell verschieden gestaltet je nach den Bedingungen der besonderen Beanlagung, des Klimas, der unendlichen Verflechtungen überhaupt, in die zeitlich ablaufendes Geschichtsleben mit den Bedingungen des irdischen Raumes treten kann. Wie ferner dieses Aus- und Durchleben einer menschlichen Gemeinschaft besonderen Ton, eigene Farbe erhält, je nach der Stellung im universalgeschichtlichen Zusammenhang, in der Reihe der Möglichkeiten der Kulturbefruchtung durch aufknospende, blühende

und verblühte Völker. Es sind die besonderen Lebensbedingungen einer jeglichen menschlichen Gemeinschaft innerhalb des typischen Entwickelungsreigens der Kulturstufen wie innerhalb der singulären universalen Entwickelungsfortschritte, die wir so kennen lernen.

In den Bereich dieser Bedingungen nun ordnet sich erst die politische Geschichte ein. Denn ihr höchstes Ziel kann nur sein, die Möglichkeiten des Durch- und Auslebens einer bestimmten menschlichen Gemeinschaft in jedem Sinne frei zu erhalten von Störung. Alles Uebrige, weniger wie mehr, ist vom Uebel. Tritt dies Uebrige ein, so wird die Gemeinschaft, deren politische Geschichte in Frage steht, geschädigt. Es ist wie mit den äußeren Lebensschicksalen anderer Organismen. Sie dürfen weder zu geil verlaufen noch zu dürftig, sonst vergeht der Organismus allmählich im Ueberfluß wie im Mangel, wenn er nicht gar mitten im Lebenswege plötzlicher Vernichtung anheimfällt.

So ist die politische Geschichte, sind die äußeren Schicksale wohl — unbeschadet aller Wechselwirkungen — Bedingungen des wahrhaft geschichtlichen Lebens einer Nation, nicht aber dieses Leben selbst. Und eine Geschichtswissenschaft, die auf hoher Kulturstufe an der wie auch immer modificirten und verbrämten Auffassung früherer epischer Traditionszeitalter von der überwiegenden Bedeutung der äußeren Schicksale festhält, verwechselt für diese Zeitalter Schale und Kern und reicht dem geschichtlichen Interesse der Zeitgenossen Steine statt Brotes.

Dabei sieht man, wie mit der soeben behandelten Frage die nach der Bedeutung der großen Persönlichkeit in der Geschichte verwandt ist. Denn eben die sichtbaren Träger der äußeren Schicksale eines Volkes, mögen sie das aus ererbtem oder errungenem Rechte sein, sind von jeher von der epischen Geschichte als größte Heroen angesehen worden und werden es noch heute, so sehr man sich auch in den letzten Jahrhunderten daran gewöhnt hat, ihnen die Helden des Geistes, die Kulturhelden, wenigstens zur Seite zu stellen.

Was bedeutet nun die große Persönlichkeit, sei es des Kulturlebens, sei es des Krieges und der Politik in der Geschichte? Durchbricht sie den ehernen Gang gesetzmäßiger Kulturentwickelung derart, daß sie ihn beugt, ihn anderem Verlaufe unterzwingt? Keineswegs! Alle geschichtliche Erfahrung widerspricht dem bis zu einem so hohen und augenscheinlichen Grade, daß noch Niemand das Gegentheil zu behaupten gewagt hat:

selbst Carlyle nicht, der extremste Verkünder des Heldenthums. Oder was sonst liegt der von ihm gemachten fundamentalen Beobachtung zu Grunde, daß heutzutage das Heroenthum des Priesters oder Propheten nicht mehr vorkomme, wenn nicht die Einsicht und die Anerkenntniß, daß dies Heldenthum an gewisse, der heutigen europäischen Kultur fernstehende Stufen der Kulturentwickelung gebunden, ihnen also unterworfen sei?

Große Persönlichkeiten sind nur Führer nach entwickelungsgeschichtlich nahe gelegten, eben herannahenden Zielen einer immanenten Entfaltung: früheste Ahner und Witterer des seinem innersten Kerne nach nothwendig Kommenden mit der Möglichkeit, dieses Kommende eben in Folge frühen Ahnens wenigstens in seinen Einzelheiten individuell zu bestimmen. Nur so haben sie sich auch selbst immer gefühlt: in der deutschen Geschichte sind Luther und Bismarck hierfür die lautersten, in tausend Selbstbekenntnissen eben so und nicht anders redenden Zeugen. Daher die ahnungsvolle Bescheidenheit dieser Größten, ihr dichterisches und künstlerisches Erfassen des Künftigen, ihr Gefühl, daß der Mantel Gottes sie streife und doch ihr voller Glaube an sich, ihre Beharrlichkeit und ihre in vorübergehend-leidenschaftlichem Zorn sich entladende Verzweiflung.

Und die „Masse“, die „Viel zu Vielen?“ Ach — keiner von ihnen kann geschichtlich entbehrt werden, auch nicht Einer. Denn sie schaffen nicht nur die von den Ahnen und Eltern hergebrachten „Zustände“ täglich neu, gleichwie es für die Thätigkeit einer Dampfmaschine stetig erhaltener Spannung des Dampfes bedarf; sie schaffen sie auch um, denn auch sie sind nicht chinesische Mäuler, sondern christliche Seelen, und auch von ihrer Thätigkeit, so bescheiden sie sein mag, gilt das Gesetz der schöpferischen Synthese. Und eben aus dieser Thätigkeit aller entsprießen die Nothwendigkeiten der Kulturentwickelung, entquillen die großen, die entscheidenden Wechsel: denn eben durch sie wird durchaus wesentlich die Wirthschaftsentwickelung mit bestimmt: die Wirthschaftsentwickelung aber wiederum bestimmt allezeit nicht zum Wenigsten die Entfaltung der übrigen Kulturzweige — trotz allen vielfach berechtigten Anfechtungen der Marx'schen Geschichtsphilosophie. Finden aber diese Kleinsten auf ihrem Wege auch noch große Führer zu fernen, ihnen noch unbekannten und doch sie schließlich anheimelnden Idealen, so werden sie ihnen sogar folgen in freiem, wenn auch noch

so mangelhaftem inneren Nachschaffen des groß Gewollten und es werden hohe Zeiten sein in Israel: ein Ruck wird gleichsam die Entwickelung fortreißen hinweg über einige im andern Falle nur in sozusagen methodischer Langsamkeit zu passierende Ziele.

Und das ist es, was vor allem für die Bewegung der höheren Kulturzweige gilt; in freier und doch unvermeidlicher Nachahmung folgen hier die geringeren Künstler jenen verehrten Meistern, die weiter sahen als sie, folgen in der Wissenschaft zahlreiche Kärrner den wenigen Königen, die bauen, folgt auf dem Gebiete der Weltanschauung der Adept dem Propheten, auf dem Gebiete der Religion der Gläubige dem Gottmensch. Denn als einen der mächtigsten Triebe hat die Natur in das Menschengemüth den der Nachahmung gepflanzt: ihr Instinct beherrscht in der Eigenschaft der Lenksamkeit fast völlig wie die Kinderzeit so die niederen und selbst noch die mittelalterlichen Kulturen, und ohne ihre Gesetze wäre jede menschliche Gemeinschaft ein Unding.

Wo aber die menschliche Entwickelung sich veräußerlicht, da tritt an die Stelle des Vorbildes der Befehl, und an die Stelle der Nachahmung der Gehorsam. Das ist der Fall des Krieges und der Politik: der Staat ist eine Zwangsgemeinschaft von Urbeginn und das Heer eine Hierarchie von Befehlenden und Gehorchern.

Hier ist damit die Stelle gegeben, an der sich verstehen läßt, wie in historisch naiven Zeiten vor allem der Krieger und der König als große Persönlichkeiten erscheinen und als Helden: kein anderes Gebiet geschichtlichen Lebens arbeitet in gleich starker Weise die Erscheinung der großen Persönlichkeit in sinnenfälligster Augenscheinlichkeit heraus, wie dies Staat und Heer thun durch die Mittel des Zwanges und Gehorsams.

Freilich, wir wissen es: auch kein Heldenthum großer Persönlichkeiten ist thatsächlich begrenzterer und vorübergehenderer Art, als das des Kriegers und Staatsmannes: denn beide bewegen sich an der Peripherie des geschichtlich wahrhaft Bedeutenden. Was sind uns heute noch Perikles oder Augustus? Namen, nichts mehr: Etiketten großer Zeit. Aber ein sophocleisches Drama rührt noch heute die Herzen, und die Lebensreife Horazens erfüllt uns noch immer mit den milden Feuern einer reichen Erfahrung. Und wer kennte und erfreute sich nicht an der Gedankentiefe eines Buddha oder an der kecken Zugespitztheit der Zeichenvirtuosität eines Hokusai? Die Namen großer Krieger oder Staatsmänner dagegen aus den Zeiten beider, räumlich und zeitlich so weit von ein-

ander entfernten „Helden“ anzugeben, wird Wenigen gelingen, obgleich Buddha fürstlichen Geblütes war.

Geschichte ist eine geistige Bewegung, ihre Helden sind an erster Stelle Helden des Geistes; und wer ihr forschend sein Leben weiht, der muß ihr im Geiste dienen; denn nur das heißt: in der Wahrheit.

* * *

2. Von Ratzel ist neuerdings ein Gesetz der menschlichen Bewegung im Raume aufgestellt worden. Es besagt etwa, daß in einem System von Verkehrswegen sich eine beschleunigte Bewegung an einer Stelle alsbald allen übrigen Stellen mitzutheilen beginnt. Derart z. B., daß, wenn etwa die Gotthardbahn raschere Schnellzüge bei schwereren Wagen und stärkerem Unterbau einstellen sollte, die Zufahrtslinien diesseits wie jenseits der Alpen gezwungen seien, diesem Vorgang zu folgen.

Es ist kein Zweifel, daß dieses Gesetz zu Recht besteht bei freier Bewegung aller Verkehrskräfte — und das heißt: unter der selbstverständlichen Annahme, daß nicht höhere und stärkere Gesetze eingreifen. Es ist aber zugleich nur ein Unterfall gesetzmäßiger geschichtlicher Beziehungen, die weitergreifen. Dem Historiker ist bekannt, daß sich neue geistige Kräfte, ja auch neue Elemente der sogenannten materiellen Kultur, falls sie in der allgemeinen Entwickelungsrichtung liegen, mit einer Wucht durchzusetzen pflegen, die weit über die ihnen an sich innewohnende Kraft hinausgeht. So beruht z. B., um eine der bekanntesten hierher gehörenden Thatsachen anzuführen, die besondere Macht des mobilen Reichthums in primitiven geldwirthschaftlichen Zeiten — in Deutschland etwa in der Zeit vom zwölften bis zum sechzehnten Jahrhundert — nicht bloß auf dem verhältnißmäßig noch hohen Zinsfuß des Geldes, oder etwa auf ganz unverhältnißmäßig hohen Erträgen des in Unternehmungen angelegten Kapitals, wie man längere Zeit zu glauben geneigt war, sondern ganz einfach in der Neuheit größerer Wirkungen des Geldes überhaupt. Diese Neuheit der Wirkungen überrascht, zwingt sich den älteren Verhältnissen auf, trägt aufs Entschiedenste bei zu deren Wandlung in der Richtung hin auf neue Factoren, und beherrscht dadurch die Zeit, der sie die Signatur giebt.

Aber auch diese für die Geschichtswissenschaft unendlich wichtigen Vorgänge: denn sie allein geben genügende Motive

der Periodenbildung ab: umschreiben doch noch nicht den vollen Kreis, innerhalb dessen das Gesetz der beschleunigten Bewegung im erweiterten Sinne gilt. Was wir vielmehr in dem Verkehrsgesetze wie in den soeben besprochenen Erscheinungen der besonderen Aeusserung jeweils neuer geschichtlicher Kräfte vor uns haben, sind doch nur Theilanwendungen des noch viel allgemeineren Gesetzes der psychischen Relationen: jenes Gesetzes, wonach sich der Gesammtzustand des menschlichen Seelenlebens jeweils nach den jüngsten Einwirkungen einstellt, die er erfährt. Und sogar dieses Gesetz der psychischen Relationen läßt sich noch einmal verallgemeinern, indem es auf jeden Organismus ausgedehnt zu werden vermag: auch bei ihm ist die jeweilige Constellation aller Theile durchaus gegenseitig bedingt, so daß die jeweils letzte Veränderung eines Theiles in analogen Veränderungen aller anderen Teile nachklingt. Und sind wir mit dieser Formulirung nun wirklich am Ende aller möglichen Erweiterungen? Wo hört denn schließlich die Anwendung des Begriffes Organismus auf? Und wem wäre nicht auf dem Wege, den wir wandern, in der Ferne schon längst ein letztes, anscheinend höchstes Ziel erschienen: das Gesetz vom Gleichgewicht der Energien überhaupt?

Aber die strenge Einzelwissenschaft wird es stets ablehnen, über ihr Gebiet hinauszugehen; und der Philosophie wird es nach wie vor vorbehalten bleiben, etwa eine panpsychistische Weltanschauung zu begründen und auszubauen.

Den bisher gepflogenen Gedankengängen ist daher geschichtswissenschaftlich nur die Thatsache zu entnehmen, daß nicht bloß, wie wir früher beobachteten, das Gesetz der schöpferischen Synthese, sondern auch das der psychischen Relationen das geschichtliche Geschehen im Großen wie im Kleinen beherrscht. Wie könnte es auch anders sein? Geschichte ist seelisches Einzel- und Massenleben: wie sollten daher für dies Leben nicht die Gesetze der Individual- wie der Socialpsychologie entscheidende Geltung haben? Und auch andere als die behandelten psychologischen Gesetze würden sich in den größten wie kleinsten Beziehungen des geschichtlichen Lebens leichtlich nachweisen lassen.

Sind es aber diese Gesetze allein, die das geschichtliche Leben erklären? Oder anders ausgedrückt: löst sich die Geschichtswissenschaft, gründlich betrieben, in die Psychologie als eine Lehre von der Mechanik der seelischen Bewegungen auf?

Die Frage bejahen, würde heißen, den naturgeschichtlichen Erklärungsfehler Darwin's auf historischem Gebiete wiederholen. Darwin glaubte — schon ist davon einmal andeutungsweise die Rede gewesen —, aus dem Wirken der chemisch-physikalischen Gesetze allein auch die Entwickelung der Organismen erklären zu können: vermöge der eingeschobenen, einigermaßen mystischen Begriffe der Anpassung und Vererbung. Er glaubte nicht an immanente Potenzen der Entwickelung, wie sie Goethes Seherblick gesichtet hatte. Nun besteht aber heute schon bei Vielen kaum noch ein Zweifel darüber, daß Darwin's mechanistischer Erklärungsversuch nicht genügt, so sehr er der aufs Höchste gespannten Zielfreude der Naturwissenschaften um die Mitte des neunzehnten Jahrhunderts Ehre macht.

Auf geschichtlichem Gebiete ist die Entwickelung erst recht nicht durch bloße Wirkung und Gegenwirkung einiger zu allen Zeiten als stetig angenommenen psychologischen Gesetze zu erklären. Diese Gesetze allein würden nur zu einer Fuchsprelle des geschichtlichen Stoffes führen: das berüchtigte Kaleidoskop der vulgären Anschauung käme heraus: „heute ist es eben so, morgen anders"; was Untersuchung und Zusammenhang angeht: tu ne scire voles. Jede tiefere historische Erfahrung widerspricht einem solchen psychologischen Materialismus, denn sie zeigt sinnvolle Entwickelung; und das heißt: ein Nacheinander, das, auf lange Entwickelungsreihen hin geprüft, gesetzmäßig fortschreitende Zusammenhänge erkennen läßt.

Die Gesetze dieses Fortschreitens, die Entwickelungsgesetze, stehen über den Gesetzen der mechanischen Psychologie, genau so wie im lebendigen Körper die Gesetze der organischen Entwickelung die der Chemie und Physik beherrschen. Und hier wie dort, im naturgeschichtlichen wie im geschichtlichen Leben können wir von einer Dreitheilung dieser Gesetze sprechen: es handelt sich um den Komplex der Lebensgesetze des Individuums, der Lebensgesetze der Art (pflanzlicher, thierischer oder menschlicher Gemeinschaft) und endlich der Lebensgesetze der einzigartigen, weltgeschichtlich-irdischen Entwickelung. Sie festzustellen, soweit es sich vornehmlich um die allgemeine und die artliche Entwickelung handelt, ist Aufgabe der Geschichte, während der Nachweis der Lebensgesetze des Individuums der Biologie, die Beschreibung des individuellen Entwickelungsganges in besonders interessanten Einzelfällen der Biographie zufällt. Geschichte ist

also dem Naturganzen als einem Entwickelten wie sich Entwickelnden ebenso zugewandt, wie dem Menschheitsganzen: lassen wir in diesem Sinne das alte schöne Wort Naturgeschichte nicht fallen und gedenken wir in diesem Augenblicke freudig der Manen Herder's: denn Herder hat in seinen Ideen zur Geschichte der Menschheit diesen Zusammenhang an der Pforte einer neuen Zeit zum ersten Male zwar nur ahnungsvoll, aber um so eindringlicher gepredigt: und Goethe war auf diesem Felde der vollendende Schüler Herder's.

Wenden wir aber den Blick wiederum nur auf die Geschichte in ihrem begrenzten Sinne, die Menschheitsgeschichte, so tritt uns hier, wo bei uns allen nicht bloß der das Ganze zerlegende Verstand, sondern auch das fühlende Herz mitspricht, das sich dem Einzelnen weiht, doch wieder — das Individuum entgegen. Das Untheilbare! Die Persönlichkeit! Läßt sich diese Persönlichkeit denn in der That so in einen Schauplatz des Wirkens von Entwickelungsgesetzen und mechanisch-psychologischen Gesetzen zerlegen, läßt sich sagen, was in ihr dem universalen Zuge der Entwickelung, was dem artlich-nationalen, was dem individuell-originalen folgt und angehört? Stehen wir nicht vor Räthseln, die sich ahnen, allenfalls anschauen, nicht aber zergliedern lassen?

Und läßt sich denn das Nebeneinander von mechanischen Gesetzen des Seelenlebens und von Entwickelungsgesetzen, die über ihnen aufgebaut erscheinen, halten, ja auch nur logisch völlig durchdenken?

Nur derart können die hier hervortretenden Gegensätze versöhnt werden, daß auch schon den mechanischen Gesetzen der menschlichen Psyche wie des Lebens überhaupt ein Moment der Entwickelung einverleibt gedacht, oder richtiger an sich schon zugeschrieben wird. Wie kann es auch anders sein? Diese Gesetze wirken sich in der Zeit aus; Zeit aber bedeutet nach menschlichem Begriffe — und kein anderer ist uns zugänglich — Bewegung in einseitiger Richtung. Also muß die Auswirkung dieser Gesetze ein einseitiges Element an sich haben: und dies Moment ist eben das der Entwickelung.

Ob es freilich jemals gelingen wird, den chemisch-physikalischen Gesetzen der Naturwissenschaften dieses functionell zu denkende Element exact, auf Grund von Experimenten, einzuverleiben? In Milliarden von Jahren vermuthlich hat sich jene naturgeschichtliche Entwickelung vollzogen, von der die geologischen Schichten

der Erdkruste Zeugniß ablegen; unendlich langsam nach menschlicher Zeitvorstellung ist der Verlauf der natürlichen Entwickelung. Anders auf menschengeschichtlichem, psychologischem Boden. Da ist es eher, „als führen wir davon“: welch unendliche Kluft des Denkens und Fühlens trennt da z. B. schon unsere Tage von denen der Germanen des Cäsar und Tacitus; und doch ist im günstigen Falle bereits ein sechzigster Ahn von uns rückwärts mit Ariovist durch den Thüringer Hörselpass gefahren, hat als einer der ersten Deutschen die Fluthen des Oberrheins gegrüßt, hat Gallier geknechtet und ist vom römischen Feldherrn mit blutigem Haupte zurückgeworfen worden in den Urwald der Väter. Der Verlauf der Menschengeschichte ist, an unserer Zeitvorstellung gemessen, reißend schnell; und das Gefühl schnellen Wandels erhöht sich noch durch den Umstand, daß wir einen nur so kleinen Ausschnitt der Menschengeschichte, in keinem Falle auch nur ein Dutzend Jahrtausende, kennen. Da erscheint es denn in der That weit eher als aussichtsvoll, in den Gesetzen der mechanischen Psychologie die Momente zu entdecken, die als nicht stetig, sondern als entwickelungsmäßig in Anspruch zu nehmen wären. Und tritt nicht in dem Gesetz der schöpferischen Synthese ein solches Element offen zu Tage, das nur noch näher zu beschreiben wäre? Und wäre nicht von Arbeiten in dieser Richtung eine entscheidende Aufklärung der Grenzlande zwischen den Gebieten der Psychologie und der Geschichtswissenschaft zu erwarten?

Wie dem auch sei: einstweilen und wohl für immer ist mit dem Unterschied zwischen mechanischen und Entwickelungsgesetzen zu rechnen, ja dieser Unterschied ist um so mehr zu betonen, als einstweilen noch seine Anerkenntniß keineswegs ein Gemeingut der historischen und psychologischen Anschauung ist. Denn die Wissenschaft ist eine Eroberin, und darum gilt für sie das Divide et impera: sie muß urtheilend zerlegen, will sie die unendliche Mannigfaltigkeit des Geschehens denkend beherrschen. Daß sie damit eine einseitige Betrachtungsweise der Welt ausübt, wer leugnet es noch? Gerade in unseren Jahrzehnten einer vornehmlich künstlerischen Lebensführung ist das Wort vom fehlenden geistigen Band zur Scheidemünze geworden: wahre Kunst vereinigt eben da, wo die Wissenschaft trennt —: freilich mit dem Endzweck des Genusses der Welt und darum des Aufgehens in ihr, nicht ihrer Beherrschung und Ueberwindung.

Der Geschichte aber ist bei diesem schneidenden Gegensatz zwischen wissenschaftlicher und künstlerischer Betrachtungsart unter allen Wissenschaften das Loos besonders aufs Liebliche gefallen. Gewiß hat sie sich in erster Stelle wissenschaftlich zu mühen: nicht bloß die Aufbereitung des so vielfach entstellt überlieferten Stoffes, vielmehr und ganz besonders auch seine Bewältigung bis zur geistigen Beherrschung hat denkhaft, hat rein wissenschaftlich zu erfolgen. Da muß also das Geschehen in seine kulturgeschichtlichen Perioden zerlegt, da muß deren Typisches erforscht, da muß aus den von Nation zu Nation fortschreitenden Sonderelementen neben dem Typischen der universale Gang der Entwickelung erschlossen werden. Aber neben der Geschichtsforschung steht die Geschichtsschreibung, neben der Wissenschaft die Kunst. Auf diesem erweiterten Gebiete kann die Geschichtsschreibung den Elementen gerecht werden, die eine rein wissenschaftliche Behandlung vernachlässigen muss oder unterdrückt hat; hier vermag sie gleichsam das strenge Gesetz des Landes durch das Billigkeitsgefühl und die Gnade des Königs zu ergänzen. Gewiß eine hohe, aber freilich auch eine gefährliche Stellung! Und nur individuell, aus einer gewissen Willkür der eigenen Empfindung des einzelnen Autors heraus kann sie zunächst eingenommen und ausgefüllt werden.

Dennoch giebt es ein Mittel, das auch hier zu verobjectiviren geeignet ist. Es besteht in der möglichst weiten Ausdehnung der persönlichen Erfahrung. Wie arg sind doch im Verlauf des neunzehnten Jahrhunderts die Grenzen zusammengeschrumpft, innerhalb deren der deutsche Historiker thätig zu sein pflegt. Den weitblickenden, in jugendlicher Begeisterung umfassenden Zeiten des Classicismus und der Romantik sind andere gefolgt, in denen das Eindringen in kleinste Einzelheiten den Blick nur zu sehr gefesselt und beschränkt hat: es kam ein Zeitalter des Specialismus, dem fast schon die gleichzeitige Beherrschung etwa der Jahrhunderte des deutschen Mittelalters und der neueren Zeiten als ein Greuel, ein persönliches Unrecht erschien. Als ob irgend ein Mittelalter irgend eines Volkes verständlich werden könnte ohne gleichzeitige Kenntniß mindestens einiger anderer Kulturstufen der gleichen Entwickelung! Aber wie sich das menschliche Leben in Contrasten bewegt, so trug auch hier das Extrem den stillen Keim des Gegensatzes in sich. Wer irgend eine Einzelheit in jeder Hinsicht verstehen will, wird bemerken, daß sie mit Allem

verknüpft ist: in diesem Zusammenhange liegt die Begrenzung und zugleich die Heilbarkeit und der Segen des Specialismus. Es ist heute wie zu allen Zeiten: ehrliche Arbeit im Kleinen drängt zum Ganzen. Und so dürfen wir hoffen, daß die Zeit engster und ausschließender Begrenzung des geschichtlichen Arbeitsfeldes bald vorüber sein werde, und wünschen, daß namentlich ein bedenklich um sich greifendes Specialistenthum auf dem Gebiete der neueren und neuesten Geschichte nur diejenigen Arbeitskräfte an sich ziehe, die Besseres als Einzelarbeit zu leisten nicht fähig sind.

Für uns jedenfalls soll es die Aufgabe sein, auch die jüngste Vergangenheit nicht anders zu betrachten, als von einem Standpunkte aus, den wohl auch der Historiker mit dem Ausdrucke sub specie aeterni bezeichnen darf. Wir kennen das Gesetz der schöpferischen Fortbildung in der geschichtlichen Entwickelung; wir wissen, daß in unserer Kultur fortlebt, was Ahnen und Urahnen schaffen geholfen. Und wir wissen vom Gesetze der psychischen Relationen; wir begreifen, daß all das Neue, das sich in unseren Tagen und in denen unserer Väter emporgerungen hat, nicht bloß isolirt gewirkt, sondern sich umwirkend mitgetheilt hat allen lebensvoll fortwährenden Mächten der Vergangenheit. Denn das eben ist der Charakter einer neuen Periode, daß sie zwar nur aus dem verstanden werden kann, was in ihr bisher ungeahnt und unvertreten und darum eben für sie charakteristisch emportaucht – durchaus und in weitem Sinne muß eben dies im Vordergrunde der Darstellung stehen –, daß sie aber doch als Ganzes angeschaut werden wird nur dann, wenn es zugleich gelingt, den umwandelnden Einfluß dieses Neuen auf alles fortwirkende Herkommen augenscheinlich zu machen.

Gewiß erfordert dabei eine Methode, wie sie hier empfohlen wird, angewandt gerade auf die neueste Zeit ein weiteres Rückgreifen in die Vergangenheit: es ist eine Darstellung lang hinstreichender Perspectiven, den Aussichten unserer Mittelgebirge gleich, in denen sich im Hintergrunde Bergrücken auf Bergrücken zeigt, bis die letzten feinen Linien im Nebelduft weitester Entfernung mit dem Dunste des Horizontes zu einem einzigen Eindruck verschwimmen. Aber allein diese Methode führt zum Ziele: denn sie allein vermag das Ganze der Gegenwart und jüngsten Vergangenheit wahrhaft zu erfassen, sie allein, es kernhaft zu erklären und in den allgemeinen Zusammenhang national- und weltgeschichtlicher Bewegungen zu stellen.

Tritt nun hierbei, nach schon früher betonten allgemein wissenschaftlichen Zusammenhängen, das socialpsychische Moment als das eigentlich Konstitutive in den Vordergrund, so ist doch noch bis auf diesen Augenblick die Frage offen geblieben, welche einzelne Factoren denn innerhalb der socialpsychischen Entwickelung als besonders wichtig anzusehen seien. Sie muß jetzt noch mit einigen Worten berührt werden.

Dabei sollen nicht die Heerrufe der Marxisten und Antimarxisten, die Anhänger einer sogenannten materialistischen Geschichtsanschauung und eines angeblichen geschichtlichen Idealismus aufgenommen und wiederholt werden. Der Streit, ob die wirthschaftlichen Kräfte allein die Entwickelung der sogenannten höheren Kultur, der Religion, der Kunst, der Wissenschaft, auf dem Gewissen haben oder nicht, ist müßig für den, der das menschliche Seelenleben auch in seiner geschichtlichen Entwickelung als eine Einheit zu betrachten gewohnt ist. Es handelt sich hier um eine ganz andere Fragestellung, und zwar eine solche, die vom universalgeschichtlichen Standpunkte ausgeht.

Was ist denn das Dauernde einer großen menschlichen Entwickelung und welches sind die Momente, in denen eine solche Entwickelung in die Universalgeschichte übergeht? Sind es die der äußeren Politik und der Kriegführung, die der Wirthschaft und der gesellschaftlichen Bildungen, die des inneren Staatslebens, die der Kunst und Wissenschaft, die der Religion und der Weltanschauung? Man verfolge die Geschichte der unzähligen weltgeschichtlichen Receptionen und Renaissancen, der Zusammenhänge, die Völkergruppen trennen und einigen: und man wird finden, daß der weltgeschichtliche Zusammenhang vornehmlich auf der Uebertraguug derjenigen Momente beruht, die ganz psychisirt, die möglichst weit aus der tragenden sinnlichen Hülle heraus in jenes seelische Medium verwandelt werden können und verwandelt worden sind, in dessen Abwandelung eben die Geschichte besteht. Religion und Weltanschauung vor allem, dann Wissenschaft und Kunst, im Staatsleben die Lehre vom Staat sind es daher, die von nationaler Entwickelung zu nationaler Entwickelung übergehen können, die gleichsam nicht an der vergänglichen, sinnfälligen, äußeren Hülle jeder Kultur kleben bleiben, die ins rein Psychische verfeinert, den weltgeschichtlichen Zusammenhang herstellen. Und weit treten ihnen gegenüber Gesellschaft und Wirthschaft, Krieg und äußere Politik als Gerüst und wichtigste

Lebensäußerungen des sinnlich gegebenen nationalen Körpers zurück.

So kann eine weltgeschichtlich vergleichende Geschichtswissenschaft an erster Stelle nur von den besonders stetigen Elementen des universalen Werdens, von den am höchsten psychisirten geschichtlichen Erscheinungen ausgehen. Hierin beruht es, wenn wir weltgeschichtlich von einer Periode der Renaissance und des Ritterthums, diese als ein neues Leben der Sitte und Phantasiethätigkeit betrachtet, reden, wenn wir für die universalgeschichtliche Einschätzung der alten Mittelmeervölker von den Begriffen der Humanität und des Klassicismus ausgehen. Und allgemein folgt hieraus, daß die Periodisirung der nationalen Entwickelungen, soll sie anders universalgeschichtlich brauchbar sein, nur nach diesen höchsten psychischen Elementen erfolgen darf, selbst wenn deren Entwickelung sich tieferhin wesentlich auf wirthschaftliche und gesellschaftliche Vorgänge zurückführen ließe: und darum ist die Geschichte des deutschen Volkes nicht nach Abschnitten der Wirthschafts- und Socialgeschichte, sondern nach Perioden einer inneren höchsten Wandlung der nationalen Psyche, nach Zeitaltern des symbolischen, typischen, conventionellen, individuellen und subjectiven Seelenlebens zum Vortrag zu bringen.

Ist dabei die Frage nach dem Verhältniß zwischen wirthschaftlich-socialer und specifisch geistiger Entwickelung bisher noch offen geblieben, so wird sie nunmehr schwerlich noch von dem Standpunkte der bisher üblichen Problemstellung gelöst werden können. Denn dieser Standpunkt läuft immer wieder darauf hinaus, einen prinzipiellen Gegensatz zwischen Wirthschaft oder auch Gesellschaft und „Geistesleben", zwischen „materieller" und „ideeller" Kultur anzunehmen, der in dem gemeinten Sinne gar nicht besteht. Auch das Wirthschaftsleben und die sociale Entwickelung ist, trotz allen Bestandes an äußeren, sinnfälligen Hüllen, in seinem Kerne dennoch durchaus socialpsychischer und keineswegs „materieller" Natur; und mit tausend und abertausend Fäden ist es allzeit an dem Gewebe des seelischen Gesammtlebens derart betheiligt, daß es in keiner Weise angeht, diese Fäden als etwas Besonderes, „Inferiores", aus dem Ganzen zu lösen.

Vielmehr ist die Aufgabe, wie erst die Forschung der letzten Jahre langsam und bisher schwerlich mehr als andeutend einzusehen begonnen hat, genau die umgekehrte. Nicht das Wirth-

schaftsleben in der geschichtlichen Forschung zu materialisiren, nein, es zu psychisiren, seine seelischen Elemente, die bisher vielfach und als Ganzes principiell verdeckt blieben, herauszuheben, und in ihrem inneren Zusammenhange mit der seelischen Gesammtentwickelung zu beleuchten, das muß das Ziel sein. Wird es erreicht, so schwindet ohne Weiteres jene alte Fragestellung, die noch heute das geschichtliche Denken beherrscht und die in der naiven Massigkeit ihrer Alternative wohl an das Problem, wer größer sei, Schiller oder Goethe, erinnern kann. Die Einwirkung des Wirthschaftslebens auf andere seelische Vorgänge erscheint dann nicht mehr als gleichsam unnatürlich und wunderbar, sondern als eine unmittelbar gegebene Function der seelisch-geschichtlichen Entwickelung, welcher als ebenso selbstverständlich Gegenwirkungen von anderen seelischen Gebieten her entgegentreten: denn auch hier gilt das Gesetz der psychischen Relationen. Und wenn dann etwa noch die Frage aufgeworfen wird, ob denn das Wirthschaftsleben in dem Grade seiner Einwirkungen andere Kulturzweige, so z. B. die specifisch geistigen, übertreffe oder zu übertreffen vermöge, so wird sich leicht ergeben, daß diese Frage überhaupt nicht allgemein zu beantworten ist, und daß sich ihr vielmehr ein Satz unterschiebt, wonach die Wirkungen der specifisch geistigen Kulturzweige um so größer sein müssen, je mehr es gelungen ist, das gesammte Kulturleben überhaupt schon auf rein seelische Ausdrücke zu bringen.

Wir sind im Verlaufe dieser allgemeinen Erörterungen allmählich zu speciell wirthschaftsgeschichtlichen Fragen gelangt. Nicht ohne Grund. Denn was heute Noth thut, sollen anders geschichtswissenschaftliche Schritte vorwärts gethan werden, das ist vor allem das Herausholen der seelischen Entwickelungsmomente im Wirthschaftsleben, oder wie man es mit Rücksicht auf einen bisherigen Sprachgebrauch vielleicht nennen könnte: das Psychisiren der Wirthschaftsstufen.

Indem aber zur Durchführung dieser Aufgabe zunächst im Bereich der deutschen Geschichte zurückgegriffen werden muß bis auf ursprünglichste Formen der Wirthschaftsentwickelung und der innige Zusammenhang dieser Formen gezeigt wird auch noch mit den Kräften, die im Wirthschaftsleben der Gegenwart spielen, erfährt zugleich eine weitere, schon früher als durchaus nothwendig bezeichnete Forderung ihre Erfüllung: die Vorstufen eines wichtigsten Zweiges des heutigen Lebens — und mit ihm zugleich vielfach die

des Staates und der Gesellschaft — werden bis zu jenem Grade aufgedeckt, dessen Kenntniß allein ein Verständniß der Zustände ermöglicht, die uns heute als vollfluthendes, als zukunftsreich sich erhebendes und als langsam abebbendes geschichtliches Dasein umgeben.

Leipzig, 26. Mai 1902.

Neue Bücher.

Festschrift, Wilhelm Wundt zum siebenzigsten Geburtstage, überreicht von seinen Schülern. 2 Theile, zugleich Bd. 19 u. 20 der Philosophischen Studien. 615 u. 712 S. Leipzig, W. Engelmann 1902. Preis M. 43.–.

Die schöne, von Deutschland ausgegangene Sitte, dem verehrten Lehrer den Festgruß in Gestalt des Besten zu bieten, was dieser seinerseits den Schülern geboten hatte, in Gestalt wissenschaftlicher Arbeit, hat kaum je eine angemessenere Anwendung gefunden, als im vorliegenden Falle. Handelt es sich doch nicht nur darum, einen Mann zu ehren, der vielleicht hervorragend unter Vielen, die Entwickelung eines anerkannten Faches durch seine Thätigkeit gefördert hat; es galt vielmehr, dem den Dank auszusprechen, durch dessen bahnbrechende Thätigkeit die Wissenschaft der experimentellen Psychologie erst ein Universitätsfach geworden war, der also für dieses Gebiet eine Stellung einnimmt, wie sie Liebig für das chemische Unterrichtslaboratorium eingenommen hat.

Von dem mannigfaltigen und umfassenden Charakter der durch Wundt ausgeübten Lehrthätigkeit erhalten wir ein lebendiges Bild, wenn wir die Verschiedenheit in der Art und dem Gegenstande der mitgetheilten Beiträge betrachten. Es sind folgende:

I. Theil: F. Angell, Discrimination of Shades of Gray for different Intervals of Time. P. Barth, zur Psychologie der gebundenen und der freien Wortstellung. B. Bourdon, Contribution a l'étude de l'individualité dans les associations verbales. J. Mc. Keen Cattell, the Time of Perception as a Measure of Differences in Intensity. J. Cohn, die Hauptformen des Rationalismus. O. Dittrich, die sprachwissenschaftliche Definition der Begriffe »Satz« und »Syntax«. O. Fischer, über die Bedingungen und den Beginn der Ablösung der Fersen von dem Boden. E. Flügel, R. Bacon's Stellung in der Geschichte der Philologie. W. Hallpach, Psychologie und Nervenheilkunde. Ch. H. Judd, an Experimental Study of Writing Movements. F. Kiesow, über Empfindlichkeit und Vertheilung der Tastpunkte. A. Kirschmann, die Dimensionen des Raumes. E. König, über Naturzwecke. E. Kräpelin, die Arbeitscurve. O. Külpe, über die Objektivirung und Subjektivirung der Sinneseindrücke. P. Rostosky, über binaurale Schwebungen. E. W. Scripture, Studies of Melody in English Speech.

2. Theil: L. Lange, das Inertialsystem vor dem Forum der Naturforschung. Kritisches und Antikritisches. A. Lehmann, über die Helligkeitsvariation der Farben. G. F. Lipps, Einleitung in die allgemeine Theorie der Mannigfaltigkeiten von Bewusstseinsinhalten. E. Meumann, die Entstehung der ersten Wortbedeutungen beim Kinde. E. Mosch, über den Zusammenhang zwischen der Methode der Minimaländerungen

und der Methode der richtigen und falschen Fälle. E. A. Pace, Fluctuations of Attention and After-images. R. Richter, die erkenntnißtheoretischen Voraussetzungen des Scepticismus. B. Schmid, der Wille in der Natur. G. Störring, zur Lehre von den Allgemeinbegriffen. G. E. Stratton, Eye-Movements and the Aesthetics of Visual Form. K. Thieme, Pilosophie der Theologie. E. B. Titchener, ein Versuch, die Methode der paarweisen Vergleichungen auf verschiedene Gefühlsrichtungen anzuwenden. A. Vierkandt, die Gründe für die Erhaltung der Cultur. W. Weygandt, Beiträge zur Psychologie des Traumes. W. Wirth, zur Theorie des Bewußtseinsumfanges und seiner Messung. J. Zeitler, Taine und die Kulturgeschichte.

Der Inhalt der einzelnen Abhandlungen entzieht sich naturgemäß der Berichterstattung an dieser Stelle. Aber schon aus den Titeln ergiebt sich, wie nahe sich die Gebiete der Festschrift mit denen der „Annalen" berühren. Weit über das Gebiet der experimentellen Psychologie hinaus haben Wundt's Schüler ihre Arbeitskreise gezogen: ein Beleg mehr für das Walten des Geistes, aus welchem auch die „Annalen" entstanden sind. W. O.

Eduard von Hartmann's philosophisches System im Grundriss von A. Drews. XXII und 851 S. Heidelberg, C. Winters Universitätsbuchhandlung 1902. Preis M. 16.–.

Als ich die biographische Einleitung des vorliegenden Werkes gelesen hatte, fühlte ich mich in meinem Gewissen sehr beunruhigt. Mit einer Wärme und Kraft, die an seiner subjectiven Aufrichtigkeit nicht den geringsten Zweifel läßt, hält der Verfasser allen den Zeitgenossen, die sich nicht gleich ihm von den Gedanken Hartmann's erfüllen lassen, ihre sträfliche Nachlässigkeit vor und läßt ihnen, falls sie nur über einige Stunden freier Zeit verfügen, gar keine andere Wahl, als schleunigst das Versäumte nachzuholen.

Um dies dem Anfänger zu erleichtern, hat sich der Verfasser der sehr großen Mühe unterzogen, den gesammten Gedankenkreis Hartmann's aus seinen zahl- und umfangreichen Schriften in systematischer Ordnung zusammen zu stellen. An den entscheidenden Punkten läßt er seinen Meister mit eigenen Worten reden. Der Zusammenschluß der Gedanken an solchen Orten läßt nichts zu wünschen übrig. Wenn auch nur Hartmann selbst beurtheilen kann, in welchem Maaße die Darstellung seiner Gedanken geglückt ist, so erhält der Leser doch fast überall den Eindruck, als sei hier wirklich ein hoher Grad der Annäherung erreicht. An einzelnen Stellen sind freilich sinnstörende Schreibfehler stehen geblieben (so S. 271, Z. 2. v. o. „obertonliche" statt „obertonlose" und ähnlich an mehreren anderen Stellen), die den Eindruck der Flüchtigkeit oder des mangelnden Verständnisses machen; im übrigen ergiebt aber der Text eine so bestimmte Gedankenführung, daß es sich hier wirklich um einen sehr bemerkenswerthen Grad des Eindringens in den bearbeiteten Gedankenkreis zu handeln scheint.

Das oben geschilderte Gefühl des schlechten Gewissens hat sich nun allerdings um so mehr verloren, je weiter ich mich vom Verfasser

in das von ihm so hoch bewerthete System hineinführen ließ. Ich darf mich nicht vermessen, an dieser Stelle und in wenigen Zeilen eine Kritik der Lebensarbeit eines Mannes geben zu wollen, dem man unter allen Umständen ehrliche Arbeit und unermüdlichen Eifer für die Sache der Philosophie zuerkennen muß, wie man sich im übrigen auch zu den Ergebnissen seiner Thätigkeit stellen mag. Ich kann nur die Reaction angeben, welche die Kenntnißnahme des Systems auf mich machte. Und das Resultat der Einwirkung war wesentlich das: hiermit kann ich nichts machen. Nicht daß ich gar keine Gedanken gefunden hätte, die mir Anregung oder Förderung geben konnten; solche einzelne Gedanken sind im Gegentheil nicht selten. Aber das Verfahren, durch welches dieser Philosoph zu seinen Ergebnissen gelangt, „speculative Resultate nach inductiv-naturwissenschaftlicher Methode“ ist so weltenweit von dem verschieden, was ich als wissenschaftliches Verfahren kenne und seit meinen ersten Anfängen wissenschaftlicher Selbständigkeit auszuüben gewohnt bin, daß ich von jedem Versuche einer Auseinandersetzung abstehen muß. Denn ich fürchte (und glaube dazu bereits positive Gründe zu haben), daß wir vom ersten Worte ab einander nicht verstehen würden. –

Nun, das sind subjective Eindrücke; ich gebe sie als solche ohne weitere Ansprüche, als daß sie einen thatsächlichen Vorgang darstellen. Nur auf einen Hauptpunkt sei hingewiesen, an welchem der Gegensatz der vorhandenen Auffassungen besonders deutlich wird.

Es wird zuerst in sehr sympathischer Weise dargelegt, daß die Systeme aller älteren Philosophen an dem Mangel leiden, daß sie von einem bestimmten Grundgedanken, einem Prinzip aus deductiv construirt seien. Vergleicht man das System mit einer Pyramide, so hätten sie zuerst die Spitze derselben aufgestellt (oder vielmehr auf eine geheimnißvolle Weise schwebend erhalten) und an diese dann eine breitere und breitere Entwicklung geschlossen.

Gegenüber diesem unmöglichen Verfahren will Hartmann entsprechend der Methode der Naturwissenschaften vor allen Dingen das empirische Fundament so breit und sicher wie möglich legen. Darauf bauen dann die einzelnen Wissenschaften ihre Schichten höher und höher, ohne je bis zur Spitze zu gelangen. Hier habe nun die Metaphysik einzutreten und die Spitze speculativ zu ergänzen.

Es sei mir als Naturforscher gestattet, gegen dies Verfahren Protest einzulegen. Diese metaphysische Spitze, die nicht aus solidem empirischen Material besteht, das dauernd sein Gewicht, wenn auch nicht seine Form behält, mag ihrem Schöpfer Freude machen; uns Werkleuten ist sie hinderlich. Sie nimmt uns den freien Blick nach oben; sie täuscht denen unter uns, die noch keine genügende Sicherheit in der Beurtheilung des Materials haben, Bautheile als fertig vor, die es noch nicht sind; sie veranlaßt Manchen, seinen Stein nicht so zu setzen, wie es seine Gestalt verlangt, sondern ihn der Scheinarchitectur der Spitze zuliebe auf die hohe Kante zu stellen, wo ihn die nächste kritische Erschütterung umwirft. Und wenn einmal wieder der Sturm der Zeit die ganze papierene Spitze davonfliegen macht, wie das schon so oft

geschehen ist, dann hinterläßt dies Ereigniß mancherlei Verwirrung, welche die Arbeit stört, und welche vermieden wäre, wenn jene unsoliden Liebhabereien dort nicht ihren Tummelplatz gehabt hätten. Darum wollen wir ruhig anerkennen, daß wir von der Spitze noch weit entfernt sind und lieber auf die schädliche Selbsttäuschung verzichten, als könnten wir sie speculativ ergänzen. Auch ohne sie ist das Gebäude schön und reich genug, um uns zu erfreuen. Und wenn wir von der Tagesarbeit den Blick in die Unendlichkeit des Unbekannten schweifen lassen, dann werden wir wohl auch sinnen und träumen, was jene fernen Gebilde am Horizont wohl sein mögen, und unsere Phantasie mag ihre bunten Flügel ausbreiten. Aber wir werden die fernen Wolken nicht zu Bergen oder Tempeln ernennen, um uns dann darüber zu streiten, was sie sind, sondern werden es gern unseren Kindern und Kindeskindern gönnen, ihr Kennen und Herrschen bis in jene Fernen zu erstrecken, die wir nicht zu erreichen vermögen.

W. O.

Erkenntnißtheorie und Psychologie des Erkennens von B. Christiansen. IV und 48 S. Hanau, Claus & Fedderson 1902. Preis M. 1.50.

Das Schriftchen ist eine umgearbeitete Freiburger Seminararbeit und durch diesen Umstand in Bezug auf Umfang und Durcharbeitung einigermaßen beengt. Die Aufgabe, welche sich der Verfasser gestellt hat, geht darauf hin, die Erkenntnißtheorie als selbständige Wissenschaft gegen die entsprechenden Gebiete der Psychologie abzugrenzen. Warum dies durchaus geschehen soll, ist nicht abzusehen; S. 4 wird nur betont, daß irgend ein Unterschied gefunden werden müsse, wenn nicht die Erkenntnißtheorie gegenstandlos bleiben soll. Der Unterschied wird darin gefunden, daß die Psychologie die Vorgänge der Urtheilsbildung zu untersuchen habe, die Erkenntnißtheorie dagegen die Wahrheit des Urtheils.

Indessen scheint dieser Gedanke weder zweckgemäß, noch auch erfolgreich durchgeführt. – S. 13 und 14 wird gesagt, daß, wenn jemand den Zuckergeschmack angenehm empfindet, dieses Gefühl „nicht über sich hinaus weist“. Wenn er dagegen urtheilt: dieser Baum blüht – so meine er damit, daß dies eine Wahrheit sei für jedes beliebige Subject und jede Zeit. „Wer etwas als wahr anerkennt, legt ihm also einen schlechtsinnigen Wert bei, setzt es als absoluten Wert“. Dem Berichterstatter will es nicht gelingen, irgend einen grundsätzlichen Unterschied zwischen den beiden Urtheilen „der Zucker schmeckt süß“ und „der Baum blüht“ zu erkennen. Auch wird schwerlich ein Naturforscher dem Satze zustimmen (S. 23) „Naturgesetze geben an, was nothwendig geschehen muß und daher (!) auch immer geschieht“. Die Sache liegt gerade umgekehrt: Naturgesetze geben an, was erfahrungsmäßig immer geschieht und bekleiden sich daher mit dem Anschein der Nothwendigkeit.

So ließen sich noch mancherlei Anstände erheben, insbesondere zu dem S. 46 dargelegten „Ideal der absolut identischen Wirklichkeit“, doch würde eine Erörterung derselben weit über den angemessenen Rahmen dieser Anzeige hinausgehen. So soll nur noch ein positiver

Gesichtspunkt zur Frage selbst geltend gemacht werden. Erkenntnißtheorie steht zur Psychologie etwa im Verhältniß, wie Medicin zur Physiologie: sie ist ein Kapitel angewandter Psychologie; als ihre Aufgabe ist besser nicht die Wahrheit des Urtheils, sondern seine Angemessenheit zu bezeichnen. Erfahrungen zu machen und aus ihnen angemessene Begriffe zu bilden, ist die Aufgabe jeder Wissenschaft, und das Allgemeine dieses Verfahrens bildet den Inhalt der Erkenntnißtheorie. Wenn man das Schriftchen unter diesem Gesichtspunkte liest, wird man mancherlei gutes und anregendes trotz der etwas krausen Darstellung finden. W. O.

Joh. Fr. Herbart, sein Leben und seine Werke, dargestellt von W. Kinkel. VIII u. 284 S. Gießen, J. Ricker 1902. Preis M. 3.–.

Für den, der sich eine Uebersicht der hauptsächlichsten Gedanken des nunmehr bereits fast vollständig der Geschichte angehörenden Philosophen verschaffen will, wird die vorliegende, anspruchslos und fast ein wenig pedantisch geschriebene Arbeit ein willkommenes Hilfsmittel sein. Der Verfasser läßt seinen Helden an den entscheidenden Stellen möglichst mit eigenen Worten reden und giebt außerdem reichliche Litteraturnachweise sowohl aus dessen eigenen Werken, wie aus anderen Schriften, die ihn zum Gegenstande haben.

Die an die Darstellung der eigenen Gedanken Herbart's geknüpfte Kritik ist wegen der Beschränkung des Umfanges nothwendig sehr kurz und wenig eingehend gerathen. Es hätte vielleicht einen besseren Gesammteindruck ergeben, wenn der Verfasser an Stelle dieser Kritik versucht hätte, diejenigen Gedanken und Ergebnisse der Geistesarbeit Herbart's zu bezeichnen, welche trotz des mißglückten „Systems" einen dauernden Bestand im Gesammtgebiet des Denkens erlangt haben.

W. O.

Nachrichten.

Die Besprechung von „Villa, Einleitung in die Psychologie der Gegenwart. Uebersetzt von Chr. D. Pflaum. Verlag B. G. Teubner", welche der Herr Herausgeber der „Annalen" im vorigen Hefte veröffentlicht hat, nöthigt mich zu folgenden Bemerkungen:

Daß bei der reichen deutschen Litteratur über Psychologie die Herausgabe eines fremdländischen Werkes eine besondere Rechtfertigung erheischt, ist auch meine Ansicht. Ich habe in der That ein Vorwort geschrieben, das eine solche Rechtfertigung und überdies mein Verhältniß zu dem Inhalte des Buches enthält, aber die Verlagshandlung B. G. Teubner hat – nicht ohne den Wunsch des Herrn Villa – (vgl. meine öffentlichen Erklärungen in No. 26, 27 des „Litterarischen Centralblatts für Deutschland") dieses Vorwort unterdrückt und das

Titelblatt ohne mein Einverständniß und Vorwissen geändert. In jenem unterdrückten „Vorwort des Herausgebers“ wird als die Aufgabe des Buches bezeichnet die Darlegung der Entwickelung und des gegenwärtigen Standes psychologischen Wissens zum Zwecke der wissenschaftlichen und litterarischen Orientirung und der Pädagogik; es wird im Besonderen auf die historische Behandlungsweise der Probleme und darauf hingewiesen, daß die Betheiligung der verschiedenen Nationen und der einzelnen Autoren an der Forschung durch Charakterisirung ihrer Leistungen nach Inhalt und Umfang zu würdigen versucht worden ist. Weiter steht in demselben: „Die genannte doppelte Tendenz (sc. wissenschaftl.-litterar. und didaktische) und der Umstand, daß es sich hier um eine verkürzende, den deutschen litterarischen Bedürfnissen angepaßte Bearbeitung des ... italienischen Werkes ... handelt, mögen es entschuldigen, wenn sich Wiederholungen finden – die überdies bei der genetischen Darstellungsmethode kaum vermeidbar sind – und der Fluß der Rede ab und zu nicht ganz einwandsfrei ist. ..... Meine Stellung (sc. zu den referirten und kritisirten Anschauungen und zur Auffassung von Natur, Ursprung und Entwickelung des seelischen Geschehens und den damit in Beziehung stehenden Phänomenen) deckt sich indeß ... durchaus nicht überall mit derjenigen des Verfassers, ja differirt zuweilen sehr erheblich von ihr. Ich habe, um den einheitlichen Geist des Werkes nicht zu stören, von einer Andeutung meiner abweichenden Meinung an den geeigneten Stellen Abstand genommen und mithin die Verantwortung der Thesen dem Verfasser allein überlassen. Meine Mitwirkung an der sachlichen Gestaltung des Textes erstreckt sich sowohl auf Angaben litterarisch-faktischer Natur als auch vereinzelt auf theoretische Fragen von geringerer Bedeutung.

Ohne mich der Verantwortung meines eigenen Thuns damit entziehen zu wollen, konstatire ich ferner, daß ich selbst in Erkenntniß der auch in der Besprechung gerügten großen Mängel des Buches die deutsche Ausgabe und meine Betheiligung an ihr wiederholt schriftlich dem Verfasser und der Verlagshandlung gegenüber aufs lebhafteste bedauert habe.

Chr. D. Pflaum.

Berichtigung.

In meinem Artikel „Ueber Erklärungshypothesen u. s. w.“ (Annalen der Naturphilosophie 1, 473) befinden sich zwei den Sinn durchaus verderbende Druckfehler:

S. 476, Z. 14 von oben ist statt „beansprucht“ zu lesen: „macht nun“.

S. 476, Z. 22 von oben sind die Worte „möglich sein“ zu streichen.

Heymans.

Die Abstammungslehre seit Darwin.

Von

Eduard von Hartmann.

1. Darwin.

Der Entwickelungsgedanke des Leibniz war durch Lessing, Kant und Herder vom Individuum auf die Menschheit und die Welt übertragen worden. Während in Deutschland Goethe, Schelling und Hegel die Entwickelung als eine solche der Idee oder des Begriffs auffaßten, suchten die französischen Naturforscher Geoffroy St. Hilaire und Lamarck sie in den Umwandelungen der Thier- und Pflanzenarten als realen Vorgang nachzuweisen. Die ideelle Entwickelung der deutschen Spekulation gelangte für ein Menschenalter zum Siege, wurde dann aber mit der spekulativen Philosophie zusammen bekämpft und vergessen. Die reale Entwickelung in der Natur, die Abstammung der Arten von einander unterlag von vornherein im Kampfe mit der älteren Auffassung, weil sie noch nicht über eine hinreichende Zahl von Beobachtungen verfügte, um die herkömmliche Ansicht von der Beständigkeit und scharfen Sonderung der Arten zu stürzen. Die Zeit von 1830—1860 war eine Periode der reinen Beobachtung in der Biologie; die Studenten der 50er Jahre hatten keine Ahnung davon, daß so etwas wie Entwickelung der Natur von französischen Naturforschern und deutschen Philosophen schon gedacht worden sei, weil die Professoren es damals für unwissenschaftlich gehalten hätten, solche Phantastereien auch nur zu erwähnen.

In diese dumpfe Beschränktheit schlug wie ein Blitz aus heiterm Himmel Darwin's Werk „Ueber die Entstehung der Arten", (1858 englisch, 1859 deutsch) und bewirkte eine förmliche Revolution der Geister. Mit Staunen sah das jüngere Naturforscher-

geschlecht, daß die Biologie auch Perspektiven auf große Zusammenhänge eröffnen könne, daß diese Zusammenhänge längst geahnt, ihm aber einfach unterschlagen worden waren, und daß jetzt eine Fülle von Detailkenntnissen den bisher unbewiesenen Ahnungen zum Beweise diente. Der Umschlag war ungeheuer. Mit leidenschaftlicher Begeisterung ergriff die jüngere Generation die Wahrheit der Abstammungslehre und gewann an ihr ein biologisches Forschungsprincip, das in den folgenden 44 Jahren seine Fruchtbarkeit in überraschender Weise bewährte. In enthusiastischer Dankbarkeit gegen Darwin übersah man, wie sehr die eigenartigen Theorien Darwin's der Kritik bedürftig waren; man nahm vielmehr aus Freude über die Abstammungslehre auch die Theorie der natürlichen und geschlechtlichen Zuchtwahl unbesehens mit in den Kauf. Die ältere Generation, die sich gegen die Darwin'schen Lehren in Bausch und Bogen sträubte, wurde als veraltet bei Seite geschoben. Wer zwischen Wahrheit und Irrthum im Darwinismus zn scheiden suchte, fand Jahrzehnte lang nur taube Ohren; denn die ältere Generation wollte auch nicht einmal die Abstammungslehre gelten lassen, und die jüngere ging mit Darwin durch dick und dünn.

Darwin's Hauptleistung bestand darin, daß er die Flüssigkeit vieler Arten mit einer Fülle von Beispielen belegte, die konstanten Arten als festgewordene dermaleinst flüssige verstehen lehrte und damit der möglichen Abstammung der Arten von einander den erfahrungsmäßigen Boden gab, der ihr bei Geoffroy St. Hilaire und Lamarck noch gefehlt hatte. Er ging von der Beobachtung der künstlichen Zuchtwahl aus und lehrte die Häufung kleinster Abweichungen in ihrer Bedeutung verstehen. An Stelle der intelligenten Thätigkeit des Thierzüchters glaubte er das Ueberleben des Passendsten im Kampf ums Dasein setzen zu können. In seinem zweiten Hauptwerk erkannte er an, daß diese natürliche Zuchtwahl nur physiologische, nicht morphologische Merkmale, nur nützliche, nicht indifferente Eigenschaften festhalten und steigern könne. Auch räumte er in späteren Auflagen des ersten Hauptwerkes ein, daß die Qualität der Abänderungen wesentlich durch die Natur der Organismen bedingt wird (also nicht zufällig, sondern nothwendig aus inneren Ursachen ist). Er nahm nun die geschlechtliche Zuchtwahl zu Hülfe, d. h. die Bevorzugung hervorstechender und reizender Merkmale durch das andere Geschlecht. Später räumte er ein, daß er das Anwen-

dungsgebiet und die Tragweite der geschlechtlichen Zuchtwahl überschätzt habe. Er nahm die Principien Geoffroy St. Hilaire's und Lamarck's, d. h. den direkten Einfluß der äußeren Umstände und die Aenderungen durch Gebrauch und Nichtgebrauch zu Hülfe, insbesondere für die Erklärung der Rückbildung nicht gebrauchter Organe, trotzdem er zugab, daß individuell erworbene Merkmale sich in der Regel nicht vererben, also auch nicht häufen können. Moritz Wagner gestand er brieflich zu, daß die Unterschätzung des Einflusses von Nahrung, Klima u. s. w. sein größter Fehler gewesen sei. Die Embryologie zog er noch nicht in den Kreis seiner Betrachtungen. An die Einstämmigkeit des Stammbaumes der Erdorganismen glaubte er nicht, sondern hielt an 8—10 gesonderten Typen der Thiere fest, die von Gott getrennt geschaffen sein müßten. Die sprunghafte Abänderung mancher Arten war ihm wohl bekannt, doch glaubte er nicht, daß dieselbe eine Rolle spiele in der Entstehung der Arten auseinander. Die Entstehung der Instinkte durch Zuchtwahl zu erklären, hat Darwin niemals unternommen, vielmehr ihre Ursachen als unbekannt bezeichnet. Nur gewisse Abänderungen der als gegeben vorausgesetzten Instinkte glaubte er durch Zuchtwahl mitbedingt, aber auch hier räumte er die Unbekanntheit der positiven Abänderungsursachen ein.

Wir haben an Darwin nicht nur den scharfblickenden Beobachter und fleißigen Sammler zu schätzen, der einmal aufgegriffene Hypothesen sorgsam zu begründen versuchte, sondern auch die unbestechliche Wahrheitsliebe, die niemals Bedenken trug, Einschränkungen früherer Behauptungen vorzunehmen, und die vorsichtige Zurückhaltung, die ihre Hypothesen für nichts anderes als für Hypothesen ausgab und nicht weiter erstreckte, als er ihnen eine solide empirische Begründung gesichert zu haben glaubt.[1] Er ist durch diese Eigenschaften der Schule, die sich an seinen Namen knüpfte, entschieden überlegen und für die dogmatischen Ausschreitungen nicht verantwortlich, die unter seiner Fahne vorgenommen wurden. Daß seine Zuchtwahlhypothesen noch weit größerer Einschränkungen bedurften, als er selbst bereits zugestanden hat, kann ihm kein billig Denkender zum Vorwurf machen. Er wird immer als Forscher ersten Ranges und als ein großer Erwecker geschätzt werden.

---

[1] Vergl. „Philosophie des Unbewußten." 10. Aufl. Bd. III, S. 49, Anm., S. 76—77, 420.

2. Moritz Wagner.

Vom Jahre 1868 begründete Wagner in einer Reihe von Schriften und Abhandlungen seine Migrationstheorie; sie sollte zuerst nur eine Bedingung aufzeigen, unter welcher allein die Darwin'sche Zuchtwahl wirksam werden könne, später aber die Stelle der Zuchtwahl ersetzen. Vögel und fliegende Insekten können übers Meer ziehen oder durch Stürme verschlagen werden und auf abgesonderte Kontinente oder Inseln gelangen; kleinere Thiere und Eier können ihnen anhaften, durch Treibholz, Schiffe oder andere Gelegenheiten weit fortgeführt werden. Landbrücken können versinken, so daß Gebiete von einander getrennt werden, die vorher mit einander verbunden waren. Einzelne Idividuen können trennende Meeresarme durchschwimmen oder Gebirgsrücken überschreiten, die im Allgemeinen als Scheidewand zweier Landgebiete wirken. Aus solchen befruchteten Weibchen, zweigeschlechtlichen niederen Thieren oder Eiern kann eine Nachkommenschaft entspringen, die vor der Kreuzung mit der Stammart geschützt ist. Enthält nun das abgewanderte Individuum selbst oder auch nur seine Nachkommen zufällig eine Abänderung, so kann diese, auch wenn sie nicht gerade nützlich ist, durch die Absonderung von der Stammart erhalten bleiben, während selbst eine nützliche Abänderung Gefahr läuft, ohne solche Absonderung durch Kreuzung mit der Stammart wieder zu erlöschen. Auch dann, wenn ein normales Individuum der Stammart abwandert, können seine Nachkommen theils durch veränderte klimatische und Bodenverhältnisse des neuen Wohnsitzes (nach dem St. Hilaire'schen Princip), theils durch Anpassung an andere Beutethiere, Feinde und Konkurrenten (nach dem Lamarck'schen Princip) eine allmähliche Umwandelung erleiden. Im Falle, daß schon abgeänderte Individuen auswandern, ist jeder Wettbewerb für sie gerade mit der Stammart ausgeschlossen, und diese Erwägung führt Wagner dazu, die Zuchtwahl gänzlich zu verwerfen und nur die Migration als artbildendes Princip gelten zu lassen.

Er übersieht jedoch dabei, daß dieser Fall überhaupt als ein besonders ungewöhnlicher Ausnahmefall betrachtet werden muß, daß in der Regel die abwandernden Individuen als normale Vertreter der Stammart betrachtet werden müssen, und daß deren etwaige individuelle Abweichungen viel zu geringfügig sein dürften, um aus ihnen die Entstehung einer neuen Art oder Unter-

art abzuleiten. Anders wenn sich erst in Folge der abweichenden Umgebung aus den Nachkommen des Einwanderers eine neue Art bildet; denn dann wird ein Theil der Nachkommen den Verhältnissen besser angepaßt sein als der der Stammart näher bleibende Rest, und die Zuchtwahl kann Anwendung finden.

Romanes betrachtet sogar die Zuchtwahl bloß als eine besondere Art der Absonderung, womit der letztere Begriff doch wohl über seine natürlichen Grenzen ausgedehnt ist.

Man muß zugeben, daß bloß zufällige kleinste Abänderungen, selbst wenn sie nützlich sind, nicht im Stande sein werden, sich vor dem Wiederuntergehen durch Kreuzung zu bewahren. Was sich erhalten soll, das muß, wie auch Darwin zugiebt, in einer gewissen Häufigkeit, sei es nebeneinander, sei es nacheinander, auftreten; die Zahl der gleichartigen Abänderungen muß genügen, um die Unterdrückung durch Kreuzung zu überwiegen. In solcher Häufigkeit des Auftretens sind aber gleichartige Abänderungen nicht durch Zufall zu erwarten, sondern nur aus bestimmten äußeren oder inneren Ursachen, die an Stelle des zufälligen Abänderns ein bestimmt gerichtetes setzen. Die Absonderung kann unter Umständen mitgewirkt haben zur Umwandelung der Arten; aber sie wird immer nur einen Ausnahmefall darstellen und kann keinenfalls für sich allein als erschöpfendes Princip der Artentstehung gelten.[1]

3. Haeckel.

Haeckel hält an der schöpferischen Macht der Selektion und an ihrer Deutung im Sinne eines rein mechanischen Princips fest, schreibt aber dem Lamarck'schen Princip des Gebrauchs und Nichtgebrauchs eine weit größere Bedeutung als Darwin zu. Er faßt alle von Darwin benutzten Principien als Momente der Anpassung zusammen und stellt dieser die Vererbung des durch Anpassung Erworbenen gegenüber. Während Darwin anerkannt hatte, daß die individuell erworbenen Eigenschaften sich in der Regel nicht vererben, setzt Haeckel sich über dieses Bedenken hinweg, und operirt mit Anpassung und Vererbung, ähnlich wie Darwin mit zufälliger kleinster Abänderung und natürlicher Auslese. Während Darwin einen mehrstämmigen Stammbaum annimmt, legt Haeckel

[1] Vergl. hierzu A. Weismann, Ueber den Einfluß der Isolirung auf die Artbildung, Leipzig 1872; derselbe, Vorträge über Descendenztheorie, Jena 1902, Bd. II, Vortrag 32.

das größte Gewicht darauf, die Einheitlichkeit in der Abstammung aller irdischen Organismen zu beweisen. Während Darwin die Embryologie bei Seite läßt, zieht Haeckel sie in den Kreis seiner Betrachtung, stützt die Abstammungslehre wesentlich auf den Parallelismus der individuellen und stammesgeschichtlichen Entwickelung und formulirt die abgekürzte Wiederholung der Stammesentwickelung in der individuellen Entwickelung zum „biogenetischen Grundgesetz." Er behauptet, daß die Urorganismen und die befruchteten Eizellen strukturlose und kernlose homogene Plasmaklümpchen seien und daß die Embryonen verschiedener Thiere in gleichen früheren Stadien ihrer Entwickelungen ununterscheidbar seien. Er lehrt, daß alle die gleiche Art der Zelltheilung oder Furchung und alle das gleiche Gastrulastadium (der eingestülpten Keimblase) durchmachen. Den Menschen läßt er von den echten Affen abstammen, hält an einer Urzeugung fest und glaubt in Huxleys Bathybius Heckelii den organischen Urschleim vor sich zu haben, der auf rein mechanischem Wege aus unorganischen Stoffen entstanden sein soll. Während Darwin an einen Gott-Schöpfer glaubt, der die Typen des mehrstämmigen Stammbaumes bestimmt hat, führt Haeckel die organische Natur auf die Vierwerthigkeit des Kohlenstoffatoms zurück (Kohlenstofftheorie).

Die naturphilosophischen Schwächen des Haeckel'schen Standpunktes lagen schon vor einem Menschenalter klar zu Tage und haben von Haeckel im Laufe seines Lebens keine Verbesserung erfahren.[1] In seinen naturwissenschaftlichen Beobachtungen und Hypothesen sind ihm mancherlei Irrthümer mit untergelaufen und die Biologie ist in vielen Punkten über den Standpunkt hinaus vorgeschritten, den sie einnahm, als er seine drei ersten Hauptwerke verfaßte. Die sprungweise Umwandelung oder hetorogene Zeugung, die Haeckel verwirft, ist durch zahlreiche Botaniker experimentell erwiesen worden. Gegen die Einheitlichkeit des Stammbaums haben sich gewichtige Bedenken erhoben; insbesondere ist die von Haeckel angenommene gemeinsame Wurzel des Thier- und Pflanzenreichs (das Probistenreich) bis jetzt nicht anerkannt worden. Vielmehr fahren die Systematiker fort, die

[1] Vergl. meinen Aufsatz: „Ernst Haeckel als Vorkämpfer der Abstammungslehre in Deutschland" in der „Deutschen Rundschau" 1875, 10. Heft (wieder abgedruckt in meinen „Gesammelten Studien und Aufsätzen", C. III, S. 460 bis 496); „Geschichte der Metaphysik", Bd. II, Leipzig, Haacke 1900, S. 456—460.

Spaltalgen und Spaltpilze zum Pflanzenreich und die Protozoen zum Thierreich zu rechnen.

Die äußerst komplicirte chemische Zusammensetzung und anatomische Struktur des Protoplasma ist heute allgemein anerkannt, ebenso der innere Unterschied der Eizelle von einer Monere. Die Embryonen selbst nahe verwandter Species werden auch auf ihren früheren Entwickelungsstufen von den Embryologen mit Sicherheit unterschieden. Die Verschiedenheit selbst der ersten Furchungsvorgänge bei verschiedenen Arten ist anerkannt. Das Gastrulastadium hat thatsächlich nicht die von Haeckel angenommene allgemeine Gültigkeit, nicht einmal bei den niederen Thierarten, von deren Betrachtung Haeckel ausgegangen war. Die richtungslose Abänderung hat einer bestimmt gerichteten Platz gemacht und die Vererbung erworbener Eigenschaften wird theils ganz geleugnet, theils nur noch in beschränktem Umfang und Sinn behauptet. Das „biogenetische Grundgesetz“ zeigt mehr Lücken und Abweichungen, als der Charakter eines „Gesetzes“ erlaubt, und erfordert die größte kritische Vorsicht bei seiner Benutzung zu Rückschlüssen von der individueilen Entwickelung auf die stammesgeschichtliche. Das Eozoon canadense hat sich ebenso wie der Bathybius als unorganisches Produkt ausgewiesen. Die Vierwerthigkeit des Kohlenstoffes wird von anderen Elementen getheilt, von noch andern, z. B. dem fünfwerthigen Phosphor, der in der Kernsubstanz die wichtigste Rolle spielt, übertroffen; die Vielwerthigkeit der Elemente kann aber nur die Komplicirtheit der Verbindungen und niemals das Leben erklären. Die Abstammung des Menschen vom echten Affen ist nach wie vor höchst zweifelhaft; die Bindeglieder zwischen den Halbaffen und dem Menschen sind noch immer in Dunkel gehüllt. Manche Fragen, die einer hypothetischen Lösung nahe schienen, sind gegenwärtig einer solchen wieder ferner gerückt.

Während Darwin stets bereit war, seine Aufstellungen einzuschränken und begangene Irrthümer einzugestehen, sucht Haeckel einmal aufgestellte Behauptungen auch dann noch festzuhalten, wenn ihnen durch Fortschritte der Forschung der Boden entzogen ist, und was er nicht mehr vertheidigen mag, schiebt er höchstens als „unwesentlich“ bei Seite. Auf sachliche Polemik versteht er sich nicht; wo er in Polemik eintritt, wird sie stets persönlich. Die Folge davon ist, daß Haeckel über den Standpunkt, den er mit seiner Anthropogonie im Jahre 1874 erreicht hatte, principiell

nicht hinausgekommen ist, während die Biologie fortgeschritten ist, aber der Hauptsache nach in Richtungen, die in Haeckel's System nicht passen. Einer seiner Schüler nach dem andern hat seine Fahne verlassen, z. B. Hamann, Fleischmann, Haacke, O. Hertwig, was Haeckel sich nur aus persönlichen und außerwissenschaftlichen Gründen zu erklären vermochte. Etwa seit Darwin's Tode im Jahre 1881 gilt er in fachwissenschaftlichen Kreisen nicht mehr als der wissenschaftliche Hauptvertreter des Darwinismus in Deutschland, sondern Weismann ist an seine Stelle getreten. In Laienkreisen dagegen ist sein Ansehen noch gewachsen; hier nimmt er durch seine „Welträthsel" etwa die Stellung ein wie Büchner in den fünfziger Jahren durch „Kraft und Stoff".

Das Hauptverdienst Haeckel's liegt darin, daß er die Abstammungslehre, die damals noch verpönt war, in Deutschland zum Siege führte und damit der Biologie eine Forschungsmaxime verschaffte, die sich als äußerst fruchtbar bewährt hat. Die rein ideelle Ableitung der Formen von einander, wie Goethe, Schelling und Hegel sie anstrebten, verwandelte sich damals in eine reelle, genealogische; an die Stelle des bloßen Kreislaufs trat damit wie bei Herder auch im Bereiche der Natur die Entwickelung, die selbst Hegel noch bloß im Gebiete des Geistes gelten lassen wollte. Den Materialismus der Vogt, Maleschott und Büchner ersetzte er durch einen hylozoistischen Naturalismus, durch Beseeltheit aller Zellen und Atome. Den starren Begriff der Individualität verflüssigte er durch einen Stufenbau von Individuen verschiedener Ordnung zur Relativität. Der fachmännischen Beschränktheit der Naturforschung seiner Zeit warf er muthig eine neue Naturphilosophie entgegen, durch die er viele bezauberte und viele Laien heute noch entzückt. Die mechanische Ansicht Darwin's von der Vererbung als einer mosaikartigen Uebertragung kleinster Theilchen (Pangene) ersetzte er durch eine dynamische Auffassung im Sinne einer Uebertragung bestimmter Bewegungsformen und lenkte dadurch in eine richtigere Bahn ein.

Diese Verdienste sind groß genug, um wissenschaftliche und menschliche Schwächen zu ertragen. Daß er Spinoza und Kant, Goethe und Schelling nicht richtig auffaßte, die christliche Dogmatik mit unzulänglichem Verständniß kritisirte, darüber wäre man schweigend hinweggegangen, wenn nicht zu Viele sich auf ihn als Autorität verlassen hätten. Sein Hauptmangel ist, daß er die

Naturphilosophie mit der Naturwissenschaft identificiren und die letztere zur ersteren aufbauschen will, anstatt beide deutlich zu unterscheiden. Daher stammt einerseits seine antitelologische, mechanistische Weltanschauung und andererseits seine mangelhafte Unterscheidung für das Thatsächliche und Hypothetische. Die Unzuverlässigkeit seiner selbstgefertigten Zeichnungen, die Vermischung von Beobachtung und Phantasie in denselben, hat von den Fachgenossen herben Tadel erfahren, um so herberen, als die Abweichungen der Phantasie von der Wirklichkeit stets nach Seiten der zu beweisenden Behauptung hinlagen, also der naturphilosophischen Tendenz dienten. Er hat Dinge abgebildet, die bis heute noch kein Naturforscher unter das Mikroskop bekommen hat (z. B. menschliche Embryonen aus den ersten zwei Wochen). Mehr noch durch die Art, wie Haeckel auf solche Vorwürfe reagirt hat, als durch die Sache selbst, hat er seinen Kredit als exacter Beobachter und Forscher beeinträchtigt, ohne seinen Kredit als Naturphilosoph zu erhöhen. In seinen wissenschaftlichen Arbeiten gesteht er theoretisch das Hypothetische seiner Auffassungen ein, in dem Text seiner populären Schriften behandelt er praktisch seine Hypothesen als sichere Ergebnisse der exakten Wissenschaft, wo nicht gar als „historische Thatsachen“, und wirkt dadurch irreführend auf den Laien. Seiner Forderung, die Abstammungslehre in seiner Auslegung in den Schulunterricht einzuführen, war schon Virchow mit der Begründung entgegengetreten, daß in den Schulen nur die unzweifelhaft festgestellten Ergebnisse der Wissenschaft gelehrt werden sollten, aber nicht Hypothesen höchst zweifelhafter Art wie diejenigen Haeckels.[1]

4. Mein Verhältniß zum Darwinismus.

Im Jahre 1866 bereits habe ich die Stellung, welche ich bis heute zum Darwinismus eingenommen habe, in der Philosophie des Unbewußten fixirt, deren 1. Aufl. 1868 erschien. (S. 482—504, 223—225; 7.—10. Aufl. Bd. II, S. 222—251, Bd. I, S. 248—250). Mit vollem Nachdruck trat ich für die reale Abstammung der Orga-

---

[1] Die Wahrheit über Ernst Haeckel und seine Welträthsel. Nach dem Urtheil seiner Fachgenossen beleuchtet von Dr. phil. E. Dennert. Drittes Tausend. Halle a. S. 1903, Ed. Müller. Der Verfasser ist Botaniker und Schüler Wigand's. Seine Schrift ist die einzige, die Haeckel aus naturwissenschaftlichem Gesichtspunkt kritisirt, während die sonstige polemische Litteratur mehr von philosophischen und theologischen Gesichtspunkten ausgeht.

nismen auseinander ein, während ich die Frage der Einstämmigkeit oder Mehrstämmigkeit des Organismenstammbaumes offen ließ. Die Abstammung einer Art aus der anderen mußte durch sprunghafte Abänderung (Kölliker's heterogene Zeugung) vermittelt sein, wo es sich um morphologische Aenderungen des Typus handelte, konnte aber auch im Sinne Darwin's durch Häufung kleinster Schritte erfolgt sein, wo keine morphologische Typusänderungen in Frage kommen. Bei der Häufung der individuellen kleinsten Abweichungen betonte ich die Nothwendigkeit, daß sie bestimmt gerichtet, bei sprunghaften und allmählichen, daß sie planmäßig geleitet sein müßten, und daß auch die Vererbung solcher planmäßigen Abweichungen eine bestimmte Leitung der Vererbungsvorgänge voraussetzte. Ich wies darauf hin, daß Wallace, der noch vor Darwin mit der Behauptung der Abstammungstheorie hervorgetreten war, die intelligente Leitung der stammesgeschichtlichen Entwickelung mit Rücksicht auf Durchgangsstufen für nothwendig erklärt hatte, die erst in späteren Resultaten ihre Zweckmäßigkeit erkennen lassen.

Ich unterschied kürzere Perioden, wo gewisse Arten flüssig werden, von sehr langen, wo sie konstant bleiben, und demgemäß das Nebeneinanderbestehen flüssiger und fester Arten. Ich zeigte, daß die großen Fortschritte von wenig differenzirten Arten ausgehen müssen, bei denen möglichst wenig Merkmale zu unterdrücken und nur neue hinzuzufügen sind. Ich zeigte weiter, daß die Zuchtwahl Darwin's unfähig sei, ohne ein inneres Entwickelungsprincip die aufsteigende Entwickelung zu erklären, daß sie aber wohl einem solchen zur Stütze dienen könne. Die Stufe der einzelligen Organismen hätte durch bloße Zuchtwahl niemals überschritten und niemals eine Stufe zu einer höheren emporgeführt werden können, weil jede Stufe sich allen Lebensverhältnissen anpassen kann, und Arten verschiedener Stufen weit weniger in Wettbewerb mit einander stehen als nächst verwandte Arten. Wäre Darwin mehr Botaniker als Zoologe gewesen, so würden sich ihm die Grenzen für die Leistungsfähigkeit der Zuchtwahl weit deutlicher offenbart haben, weil bei Pflanzen die physiologische Anpassungsfähigkeit größer und die morphologischen Merkmale noch gleichgültiger sind als bei Thieren. Das harmonische Zusammenpassen verschiedener gleichzeitiger Einzelabänderungen in demselben Individuum und an verschiedenen Individuen, die Korrelation, ließ sich durch keines der Darwin'schen

Principien oder Hülfsprincipien erklären. Das Ergebniß war die Herrschaft eines inneren Entwickelungsprincips ebenso in der stammesgeschichtlichen wie in der individuellen Entwickelung, aber eines inneren Princips, das nach dem Grundsatz des kleinsten Kraftaufwandes verfährt, also die äußeren technischen Behelfe nicht verschmäht, sondern bestens verwerthet.

Was ich hier nur angedeutet hatte, führte ich 1873 und 1874 in meiner Schrift „Wahrheit und Irrthum im Darwinismus" genauer aus,[1] und arbeitete es im Jahre 1877 in der 2. Aufl. der Schrift „Das Unbewußte vom Standpunkt der Physiologie und Descendenztheorie" und 1890 in den Zusätzen, die beide Schriften im dritten Bande der 10. Aufl. der Phil. d. Unb. erhielten, noch weiter durch. Bei der erstgenannten Schrift konnte ich bereits den ersten Band von Wigand's „Darwinismus" benutzen, der Ende 1873 erschienen war, während ich für die Phil. d. Unb. von Kritikern Darwin's noch nichts vorgefunden hatte als einen akademischen Vortrag Nägeli's von 1865 „Entstehung und Begriff der naturhistorischen Art." Wenn ich bei Veröffentlichung der Phil. d. Unb. Haeckel's generelle Morphologie noch nicht gekannt hatte, und seine „Natürliche Schöpfungsgeschichte" erst gleichzeitig mit der Phil. d. Unb. erschien, so lagen mir nunmehr Haeckel's drei Hauptwerke vor. Ich konnte somit die von mir in der Phil. d. Unb. eingenommenen Stellung an dem damaligen bedeutendsten Vertheidiger und Fortbildner Darwin's und seinem bestgerüsteten Gegner erproben. Keinem von beiden konnte ich Recht geben, aber jedem konnte ich zum Theil zustimmen. Meine genauere Auseinandersetzung mit dem Darwinismus und die schärfere Sonderung seiner wahren und irrthümlichen Bestandtheile mußte sich so zu einer Mittelstellung zwischen Haeckel und Wigand, oder zu einer Synthese der relativen Wahrheiten beider ausgestalten.

Ich zeigte, daß die systematische Verwandtschaft sowohl ideelle als reelle Verwandtschaft einschließt, und daß die erstere durch Analogien in der gesetzmäßigen Entwickelung (jetzt Konvergenz genannt), die letztere allein durch Abstammung realisirt wird. Die reelle Verwandtschaft kann wieder sprunghafte Heterogonie durch planvolle Keimmetamorphosen, oder allmähliche Transmutation durch Häufung kleinster gleichgerichteter Ab-

[1] Diese Arbeit erschien zuerst in der Leipziger Wochenschrift „Die Litteratur" im III. Quartal 1874 und 1875 in Buchausgabe.

änderungen sein. Nur innerhalb der allmählichen Transmutation können die Principien Geoffroy St. Hilaire's, Lamarck's und Darwin's eine Rolle spielen. Immer ist es eine aktive Anpassung, eine zweckmäßige Reaktion, durch die der Organismus auf äußere Einflüsse oder Gebrauch und Nichtgebrauch antwortet, und immer zeigt sich eine planvoll gerichtete Abänderungstendenz in jeder Einzelabänderung, in dem harmonischen Zusammenpassen aller und in dem Festhalten und Steigern der eingeschlagenen Richtung bei der Vererbung. Nicht die Zuchtwahl ist ein rein mechanisches Princip, sondern nur die Auslese im Kampf ums Dasein; diese jedoch wirkt nur vernichtend in Bezug auf das minder Angepaßte, aber keineswegs schöpferisch oder fördernd in Bezug auf das besser Angepaßte. Zum Schluß ging ich auf das Verhältniß von Mechanismus und Teleologie ein, und widerlegte die irrigen Schlußfolgerungen, die Haeckel aus seiner Auffassung der natürlichen Zuchtwahl gezogen hatte. Das Ergebniß war die Rechtfertigung eines immanenten, zweckmäßig aber unbewußt wirksamen Entwickelungsprincips, das ebenso sehr im Gegensatz stand zu Haeckel's antiteleologischem Mechanismus und Materialismus wie zu Wigand's transcendenter Teleologie im Sinne des Theismus.

Meine Darwinismusschrift fand merkwürdiger Weise bei hervorragenden Naturforschern Beachtung, trotzdem sie von einem Philosophen herrührte und keiner der streitenden Parteien Recht gab. Oscar Schmidt bekämpfte sie leidenschaftlich vom Standpunkt der Darwin'schen Orthodoxie in seiner Schrift „Die naturwissenschaftlichen Grundlagen der Philosophie des Unbewußten“ (Leipzig 1877). August Weismann setzte sich ausführlich mit ihr auseinander in seinen „Studien über die Descendenztheorie“ (Leipzig 1876), Bd. II, No. IV „Ueber die mechanische Auffassung der Natur“, S. 275–330, Wigand im dritten Bande seines Darwinismuswerkes, S. 195–212; Karl Ernst von Baer führte sie wesentlich zustimmend an. Alle beriefen sich dabei zugleich auf die erste anonyme Auflage meiner unter der Maske eines Naturforschers verfaßten Schrift „Das Unbewußte vom Standpunkt der Physiologie und Descendenztheorie“ als auf einen Zeugen gegen mich, während die zweite Auflage dieser Schrift (1877) mit den Zusätzen von meinem eigenen philosophischen Standpunkt meines Wissens nur von Eimer auf $1^1/_2$ Seiten berührt worden ist. Gegen Oscar Schmidt verfaßte ich eine eingehende Widerlegung, die

jener zweiten Auflage als Anhang angefügt wurde. (Phil. d. Unb. 10. Aufl., Bd. III, S. 475–516.)

In den 70er Jahren war für eine vermittelnde Stimme kein Gehör zu finden; als dann nach fast einem Vierteljahrhundert dieselben Gründe, mit denen ich damals den Darwinismus kritisirt hatte, von Neuem hervortraten und Anklang fanden, als selbst die früher orthodoxen Darwinianer andere Wege einschlugen, da war nicht zu erwarten, daß man sich der früher wirkungslos gebliebenen Schriften eines Philosophen erinnerte. Es war nur zu verwundern, daß ein Zoologe und ein Botaniker eine Ausnahme machten. O. Hamann hielt in seinem Werke „Entwickelungslehre und Darwinismus" (Jena 1892) wesentlich die gleiche Richtung inne wie ich in „Wahrheit und Irrthum im Darwinismus" und berief sich mehrfach auf diese Schrift (S. 59, 151–154, 191–192, 194, 103, 277). Johannes Reinke war ohne Kenntniß von meinen Schriften zu ähnlichen Ergebnissen gelangt und wies dann im Vorwort zur zweiten Auflage seines Werkes „Die Welt als That" und an vielen Stellen seiner „Einleitung in die theoretische Biologie" (beide Berlin 1901) zustimmend auf sie hin.

5. Wigand.

Albert Wigand gebührt das Verdienst, die Lehren Darwin's zum ersten Male mit der vollen Sachkenntniß eines Botanikers geprüft, bis in ihre kleinsten Bestandtheile zerlegt und mit den Thatsachen konfrontirt zu haben. Was schon Nägeli bemerkt hatte, bestätigte Wigand, daß in vieler Hinsicht das Pflanzenreich ein weniger geeigneter Boden für die Selektionsprincipien ist als das Thierreich. Das Wigand'sche Buch[1] darf noch heute als die wichtigste Quelle der antidarwinischen Kritik betrachtet werden. Leider schießt er weit über das Ziel hinaus, indem er sich auf den Cuvier'schen Standpunkt stellt und die Flüssigkeit der Arten und ihre Abstammung von einander bekämpft, und mir das versuchte Kompromiß zum Vorwurf macht. Seine Polemik gegen mich gipfelt darin, daß ich neben der unmittelbaren Thätigkeit eines inneren Entwickelungsprincips die mechanische Seite des Darwinismus als ein Hülfsmittel gelten lasse, dessen das innere Entwickelungsprincip sich bedient, um seine Ziele mit geringerem Kraftaufwand zu erreichen. Während die mechanische und die

[1] Der Darwinismus und die Naturforschung Newton's und Cuvier's. 3 Bände. Braunschweig 1874—1877.

vitale Auffassungsweise sich bei mir ergänzen, behauptet Wigand, daß sie sich widersprechen (III, S. 207). Alles, was er sonst noch gegen mich vorbringt, sind eigentlich nur Ausführungen dieses Gedankens, der sich im Munde eines Naturforschers doppelt wunderlich ausnimmt.

Die Darwinianer lehnten Wigand's Kritik ab, weil sie dasjenige zu treffen glaubte, was ihnen mit Recht als die werthvollste Errungenschaft galt, die Abstammungslehre. Auch Wigand hatte sich dem Zauber dieses Gedankens, daß die ideelle Entwickelung sich irgendwie stammesgeschichtlich realisiren müsse, nicht ganz entziehen können; um aber Darwin keine Zugeständnisse zu machen, hatte er die Umwandlung der Arten in ihre Urzellen verlegt, und sich damit in eine Hypothese, die Genealogie der Urzellen, verirrt, deren phantastischer Charakter leicht zu durchschauen war (vgl. meine Kritik in der „Phil. d. Unb.", III, S. 373 bis 382). Es kam hinzu, daß Wigand als Irvingianer seinen theistischen Standpunkt scharf hervorkehrte und die vitale Zweckthätigkeit der Organismen nicht in einer höheren Form natürlicher unbewußter Gesetzlichkeit, sondern in bewußten Akten göttlicher Freiheit suchte. All dem gegenüber hatten die Darwinisten leichtes Spiel; durch Abweisung des Unhaltbaren an Wigand's Kritik konnten sie glauben, auch das Berechtigte an ihr diskreditirt zu haben. Mit der Schrift Jaeger's „In Sachen Darwins, insbesondere contra Wigand" (Stuttgart 1874) glaubten sie Wigand abgethan und ließen ihn fortan unbeachtet. Jaeger selbst hat später sich vom Darwinismus abgewandt und in der Vererbung den rocher de bronze einer toleologischen und vitalistischen Auffassung anerkannt.[1] Seine damalige Kritik, die sich zum Theil auch gegen mich richtete, dürfte ihn heute sonderbar anmuthen. Wer sich für die Geschichte des Darwinismus interessirt, findet noch schätzbare Aufschlüsse im dritten Bande des Wigand'schen Werkes, die freilich nur bis 1876 reichen.

Ganz neuerdings ist auch Wigand wieder mehr aus der Vergessenheit hervorgezogen worden. Driesch hat eines seiner Werke Wigand's Manen gewidmet, und Wigand's Schüler Dennert setzt die Bekämpfung des Darwinismus im Sinne seines Meisters durch fortlaufende Kritiken fort, von denen ein Theil gesammelt als

---

[1] „Die Continuität des Lebens" im „Prometheus". Jahrgang XIII, 1901—1902, No. 16—17.

Broschüre erschienen ist.[1] Leider theilt er auch die Einseitigkeiten Wigand's.

6. von Baer.

Baer hat schon vor Darwin Transmutationen oder Typenumwandlungen und in gewissem Umfang die Abstammung der Arten von einander behauptet. In seiner Schrift „Ueber die Lehre Darwin's" (1876) bekämpft er die Einstämmigkeit des Haeckel'schen Stammbaums, die Selektionstheorie im Darwin'schen Sinne und die Abstammung des Menschen von einer der uns bekannten Affenarten. Dagegen vertritt er die Vielstämmigkeit des Thierreichs, den Einfluß der Typen oder Ideen auf die unorganischen Gesetze, die sprunghafte Entwickelung neben allmählicher Umwandlung innerhalb gewisser Grenzen und hat nach Bunge's Zeugniß auch die Abstammung des Menschen von einem Säugethier der Tertiärperiode mündlich zugegeben. Der Darwin'schen Zuchtwahl macht er zum Vorwurf, daß sie nicht wie die künstliche Züchtung unter der zielstrebigen Leitung einer Intelligenz stehe, daß das Fortdauern verschiedener Arten und Varietäten an gleicher Stelle ihr widerspreche, und daß sie die Korrelation der Theile des Organismus nicht erklären könne. Bei der Vererbung betont er ebenso wie bei der aktiven Anpassung die Zielstrebigkeit. Die geschlechtliche Zuchtwahl hält er für völlig grundlos. Gegen das „biogenetische Grundgesetz" Haeckel's, d. h. die Wiederholung der Stammesentwickelung in der Einzelentwickelung, macht er Bedenken geltend, die gegenwärtig immer mehr Anerkennung gefunden haben. Er läßt nur soviel von ihm als richtig gelten, daß das Embryo sich von der Unbestimmtheit seiner Ordnung zu immer größerer Bestimmtheit der Klasse, Gattung, Art, Unterart und Individualität ausbilde, und daß diese fortschreitende Entwickelung und Differenzirung mit der stammesgeschichtlichen eine gewisse Aehnlichkeit habe. Eine Umbildung aus einer Hauptgruppe in die andere scheint ihm unannehmbar. Er stellt insofern den Darwinismus auf eine Stufe mit der älteren Naturphilosophie, als beide von der Reflexion statt von der Beobachtung ausgehen und Hypothesen für Thatsachen ausgeben.

In den Einzelheiten stützt Baer sich vielfach auf Wigand; seinem ganzen Standpunkt nach nimmt er gleich mir eine Mittelstellung zwischen Haeckel und Wigand ein. Denn er nimmt

[1] Vom Sterbelager des Darwinismus. Stuttgart 1903.

innerhalb gewisser Grenzen die Flüssigkeit der Arten und ihre Umwandlung in einander theils durch sprunghafte, theils durch allmähliche Abänderung an, die Wigand leugnet. Vor allem behauptet er gleich mir, daß die organische Entwickelung sowohl in der Stammesgeschichte als auch im Einzelleben durch eine unbewußte immanente Zielstrebigkeit geleitet sei, nur daß er an der Bewußtheit dieser Zweckthätigkeit in Gott festhält. Im Ganzen hat die naturphilosophische Stellungnahme Baer's etwas Unsicheres und Schwankendes. Sowohl hierdurch als auch durch die versuchte Mittelstellung blieb seine Leistung trotz des Ansehens, das er als Naturforscher genoß, nahezu wirkungslos. Es mußte erst eine neue Generation von Naturforschern heranwachsen, ehe solche Ansichten in Fachkreisen eine Stätte finden konnten.[1]

7. Nägeli.

Nägeli hat sich schon im Jahre 1865 für die Abstammungslehre aber gegen die Zulänglichkeit der Selektionstheorie Darwin's ausgesprochen; in einer Reihe von Abhandlungen und in dem größeren Werk „Mechanisch-physiologische Theorie der Abstammungslehre" (1884) hat er dann seine eigenen Ansichten genauer entwickelt. Er bestreitet, daß durch die Selektion die Abänderung morphologischer Merkmale, insbesondere die aufsteigende Richtung in der stammesgeschichtlichen Entwickelung und die Ausbreitung in eine Menge nebeneinander bestehender, also gleich gut angepaßter Formen erklärbar sei. Während nach Darwin die nützlichen Merkmale konstant, die gleichgültigen veränderlich sein sollen, zeigt die Erfahrung das Gegentheil, indem die gleichgültigen morphologischen Merkmale die konstantesten sind. Die aufsteigende Entwickelung zwingt dazu, an einem Entwickelungsplan, an einer Vervollkommnungstendenz, an einem inneren Princip des Fortschritts vom Niederen zum Höheren festzuhalten.

Die äußeren Einflüsse treten nur nebensächlich hinzu; sie könnten gar nichts leisten, wenn nicht innere Ursachen vorhanden wären, die auf sie reagiren. Was die äußeren Einflüsse leisten, vollzieht sich im Sinne des St. Hilaire'schen Princips als „direkte Bewirkung", nicht im Sinne Darwin's durch Vermittelung der

[1] Vergl. R. Stölzle, K. E. von Baer und seine Weltanschauung. Regensburg 1897.

Selektion. Die Selektion bewirkt höchstens die vorhandenen Lücken in der Formenreihe durch Ausscheiden des minder Angepaßten. Die äußeren Einflüsse bewirken zwar zunächst nur vorübergehende Abänderungen; aber durch generationenlange Dauer können sie auch erblich werden. Was so entsteht, sind jedoch immer nur nützliche Anpassungen; die eigentlichen Entwickelungsfortschritte entspringen ganz und gar aus inneren Ursachen, aus der Anlage zur Vervollkommnung in bestimmter Richtung gemäß dem allgemeinen Entwickelungsplan.

Diese Vervollkommnungstendenz wurde von der materialistischen Zeitrichtung als stammesgeschichtliche Wiederauffrischung der im Einzelleben glücklich überwundenen Lebenskraft kritisirt. Nägeli fühlte sich dadurch gedrungen, ihr im Gegensatz zu solchen Kritiken eine rein materialistische Deutung zu geben. Während bei Darwin die inneren Ursachen, aus denen die Reaktionen auf die äußeren Einflüsse entspringen, lediglich die Anlage oder organische Struktur der Urzellen sind, sucht Nägeli sie weiter rückwärts in den Molekularkräften der unorganischen Materie, aus denen die Urzellen sich gebildet haben. Nägeli behauptet eine Urzeugung nach rein physiko-chemischen Gesetzen nicht nur in der Vergangenheit, sondern auch als fortdauerndes Geschehen durch alle Zeiten bis zur Gegenwart und Zukunft. Wenn die Vervollkommnungstendenz in der Materie als solchen liegt, so muß auch überall der Trieb zur Entstehung des Organischen aus dem Unorganischen thätig sein, und die entstandenen Urzellen müssen sich stammesgeschichtlich in parallelen, aber zeitlich gegen einander verschobenen Entwickelungsabläufern zu immer höheren Organismen entwickeln. Von einer Einstämmigkeit des Thierreichs kann natürlich bei solchen Annahmen nicht mehr die Rede sein; an ihre Stelle treten unendlich viele Stämme von gesetzlich übereinstimmender Entwickelung. Die höchstentwickelten Organismen müssen von den ältesten Urzellen abstammen, die niedersten Lebewesen von Urzellen, die erst kürzlich durch Urzeugung entstanden sind und noch nicht die Zeit gehabt haben, sich höher hinauf zu arbeiten. Diese formell richtigen Konsequenzen stimmen nicht mit unseren Erfahrungen überein und stellen dadurch die Voraussetzung in Frage, aus der sie gezogen sind, nämlich den Satz, daß die inneren Ursachen der Vervollkommnung in der unorganischen Materie und ihren Molekularkräften liegen. Nägeli hat diesen Satz auch nur auf-

gestellt, um sich vor dem schmählichen Verdacht des Vitalismus zu reinigen und dem materialistischen Vorurtheil seiner Zeit zu huldigen; denn er befindet sich mit dieser Aufstellung im Widerspruch gegen seine eigentliche, innerste, oft genug mit größtem Nachdruck geäußerte Ueberzeugung, daß die Naturwissenschaft über die Beschaffenheit jener inneren Ursachen nichts weiß, daß die Gründe der Abänderungen ein Räthsel sind, und daß „die Natur in ihren einfacheren unorganischen Erscheinungen der Naturforschung dieselben Schwierigkeiten darbietet als bei der Frage nach dem Zustandekommen des Bewußtseins aus materiellen Ursachen." Die Nothwendigkeit, den Fortschritt im Gegensatz zu Darwin's Selektion auf innere Ursachen zurückzuführen, hat seitdem immer allgemeinere Anerkennung gefunden. Es ist wesentlich Nägeli's Verdienst, dieser Ansicht zum Durchbruch verholfen zu haben, es wäre ihm dies aber den Vorurtheilen der Zeit gegenüber völlig mißlungen, wenn er nicht im Gegensatz zu Baer diese inneren Ursachen in der physiko-chemischen Beschaffenheit der unorganischen Materie gesucht hätte.

Um die Stetigkeit der Vererbung und die Leitung der Reize zu sichern, nahm Nägeli einen besonderen Vererbungsstoff, das Idioplasma an, der fadenförmig wie ein Netzwerk alle Zellen durchziehen sollte. Ein solches Idioplasma existirt nicht; die Sporen, Eier und Spermien, auf denen die Vererbung ruht, haben den Formwerth gesonderter Zellen. Auf die Zellkerne, in denen man jetzt die Vererbungsstoffe und die Hauptträger der organischen Struktur sucht, nahm Nägeli noch keine Rücksicht. Das Idioplasma vergleicht Nägeli einem Klavierspieler, seine einzelnen Micellreihen den Saiten, die angeschlagen werden; das ganze Idioplasma wäre also im mechanischen Sinne ein Klavier, das auf sich selber spielt.

8. Askenasy, Hofmeister, v. Sachs.

Askenasy unterscheidet in seinen „Beiträgen zur Kritik der Darwin'schen Lehre" (Leipzig 1872) eine bestimmt gerichtete und eine ziellos schwankende Variation. Die letztere, die allein bei der natürlichen Zuchtwahl als Unterlage vorausgesetzt wird, hat geringere Bedeutung; sie umfaßt einen Theil der individuellen Abweichungen. Die erstere allein, die zur Selektionstheorie im Gegensatz steht, führt zur Bildung neuer Arten und Gattungen, wenn eine größere Zahl von Individuen gleichzeitig von einer

bestimmt gerichteten Abänderungstendenz ergriffen wird. Askenasy ist noch mehr als Nägeli von dem Entwickelungsprincip durchdrungen, das sich aber in der bestimmt gerichteten Abänderung offenbart.

W. Hofmeister führt Kölliker's Theorie der „heterogenen Zeugung“ in die Botanik ein. Er läßt die neuen Formen nicht nur durch eine bestimmt gerichtete Abänderung wie Askenasy entstehen, sondern läßt sie mit einem Schlage in weiter Abweichung von der Stammform in die Erscheinung treten. Er stützt sich dabei auf botanische Erfahrungen, die ihm dafür sprechen, daß die so entstandenen Formen zunächst unbeständig seien. Die natürliche Zuchtwahl läßt er dann als ein Mittel gelten, durch das die neuen Formen zu relativ konstanten Arten befestigt werden, und beruft sich dabei auf das Beispiel von Papaver somniferum monstrosum.

J. v. Sachs, der in seinen früheren Lehrbüchern ganz Darwinianer war, hat sich gegen Ende seines Lebens mehr und mehr vom Darwinismus losgesagt und sich auf den Boden der inneren Entwickelungsursachen gestellt. 1896 schrieb er in einem Briefe: „Seit mehr als 20 Jahren habe ich erkannt, daß die Descendenz vom Darwinismus gesäubert werden muß, wenn eine streng wissenschaftliche Theorie der organischen Gestaltungsprocesse entstehen soll.“ (Dennert, „Vom Sterbelager des Darwinismus“, S. 11).

9. A. v. Kölliker.

Kölliker steht Nägeli darin nahe, daß er ein inneres Entwickelungsgesetz aus physiko-chemischen Ursachen und die Vielstämmigkeit des Stammbaumes annimmt; er ist also wie dieser Materialist und Mechanist im Gegensatz zu dem Theisten und Vitalisten von Baer, und theilt mit Haeckel den Glauben an die Entstehung des Zweckmäßigen aus zwecklosen mechanischen Vorgängen. Deshalb ist sein Einfluß auf die Naturforschung seiner Zeit bedeutend gewesen, während derjenige Wigand's und v. Baer's verschwindend war. Am wichtigsten ist er durch seine Betonung der sprunghaften Entwickelung, heterogenen Zeugung oder Heterogonie.

Die Umwandlungen gehen nach ihm in doppelter Weise vor sich, nämlich theils durch allmähliche Umgestaltung schon bestehender Theile, theils durch sprungweise Bildung neuer Organe, d. h. neuer morphologischer Einheiten. Fast alle großen

Umgestaltungen, insbesondere alle wirklichen Neubildungen an Organen, fallen in die früheste Embryonalzeit. Aeussere Einflüsse schaffen nichts, sondern wirken nur modificirend auf das innere Bildungsgesetz. Wenn die kleinsten Abänderungen den Schein erwecken können, als seien sie durch zufällige, meist äußere Ursachen bewirkt, so tritt es bei der sprunghaften Umgestaltung durch heterogene Zeugung klar zu Tage, daß es sich um nothwendige innere Ursachen handelt, deren Walten sich als inneres Entwickelungsgesetz darstellt. Jede Art entwickelt sich, aus eigenen, inneren Ursachen genöthigt, zu neuen Formen, unabhängig von äußeren Existenzbedingungen und bis zu einem gewissen Grade auch unabhängig vom Kampf ums Dasein. Auch der Mensch ist durch heterogene Zeugung aus einem Säugethier entstanden; die Existenz von Zwischengliedern zwischen Mensch und Affe ist deshalb fraglich, wenn auch möglich.

Hofmeister, Hamann, Bateson, Ad. Wagner u. A. mehr sind für Köllikers Heterogonie eingetreten, und neuerdings hat sie durch de Vries eine starke Stütze erhalten. Sie bietet eine Erklärungsmöglichkeit für indifferente morphologische Aenderungen des Typus, bei denen die Zuchtwahl nach Darwin's Eingeständniß völlig im Stich läßt. Auch Darwin hat sie nicht geleugnet, nur ihre Brauchbarkeit für Artenentstehung bezweifelt, weil die Zuchtwahl bei ihr nicht wirken könne, und Weismann hält noch heute an dieser Ansicht fest. Es ist aber nicht abzusehen, warum die Zuchtwahl nicht ebensogut solche Formen sollte eliminiren können, die plötzlich, wie solche, die allmählich entstanden sind, wofern sie für die gegebenen Umstände nicht passen. Nur der Schein, als ob die Zuchtwahl eine positive schöpferische Ursache sei, verschwindet unwiederbringlich bei der heterogenen Zeugung. Wer die Zuchtwahl als das einzige Mittel ansieht, um zweckmäßige Resultate ohne zweckthätiges Princip hervorzubringen, der wird sich aufs Aeußerste gegen die Artenumwandlung durch Heterogonie sträuben, weil sie ihn unaufhaltsam in den Vitalismus hinüberdrängt. Kölliker selbst glaubte, wie Nägeli, daß die innere Entwickelungstendenz oder Energie zur Vervollkommnung (sammt der Heterogonie) im Wesen der lebenden Substanz selbst ihre physiko-chemische Erklärung haben müsse, und daß das Entwickelungsgesetz der organischen Natur dasselbe sei wie das der anorganischen, wie z. B. der Krystalle; aber die kritischen Naturforscher sehen die Unhaltbarkeit dieses Glaubens ein, und haben

deshalb, so lange sie von dem Vorurtheil der mechanistischen Weltanschauung beherrscht sind, mit Recht eine unheimliche Scheu vor der Heterogonie.

Zufällige Abänderungen können nichts Nützliches hervorbringen, und wenn sie es könnten, so würde ihr Ergebniß durch Kreuzung wieder verwischt werden. Moritz Wagner's Migrationshypothese kann diese Wiederverwischung nicht hindern, weil nicht abzusehen ist, warum gerade die nützlich umgewandelten Formen allein wandern sollten. Neue Organe können durch zufällige Abänderungen nicht entstehen, und minimale Ansätze zu nützlichen Veränderungen wären ohne Nutzen, könnten also nicht Gegenstand der Zuchtwahl werden. Die Zuchtwahl im Darwin'schen Sinne existirt demnach gar nicht. Kölliker erkennt an, daß sein Erklärungsversuch, ebenso wie der Darwin'sche, eine bloße Hypothese ist; er behauptet nur, daß er die bessere Hypothese von beiden sei, weil sie mehr leiste. Auf den Rang eines wirklichen Gesetzes im Sinne der exakten Naturwissenschaft hat nach Kölliker keiner von den allgemeinen Sätzen Anspruch, die das Gesetzmäßige in der organischen Entwickelung ausdrücken sollen.

Als Vertreter der Vielstämmigkeit des Stammbaums der Organismen behauptet Kölliker, daß die Abstammung nicht erforderlich sei, um den Zusammenhang und die Harmonie der Organismenreihe begreiflich zu machen, daß vielmehr ein inneres Entwickelungsgesetz das ebenso gut und besser leiste. Damit will er aber keineswegs die Abstammungslehre überhaupt verwerfen, sondern rühmt Darwin's Verdienste um dieselbe. Gegen Haeckel's biogenetisches Grundgesetz verhält er sich dagegen ablehnend, weil es den Thatsachen nicht entspreche und weil Haeckel's Cänogenesis in Ermangelung der Anpassung und Selektion bei Eiern und Embryonen eine Erdichtung sei. Ebenso verwirft er Haeckel's Vererbung erworbener Eigenschaften.

Ein bleibendes Verdienst Kölliker's ist es, daß er das Idioplasma, welches von Nägeli in einem fingirten Netzwerk von Fäden gesucht worden war, in die Zellkerne verlegte und in deren Molekularstruktur die erblichen Anlagen und den Grund für alle gesetzmäßig und typisch ablaufenden Bewegungen und chemischen Vorgänge suchte. Damit legte er den festen Grund zur Vererbungstheorie; denn das in den Kernen steckende Idioplasma kann an Masse zunehmen und unverändert in die Kerne

der Theilungszellen übergehen, aber auch sich rückbilden und zu Grunde gehen. Er bekämpft die Nußbaum-Weismann'sche scharfe Unterscheidung unsterblicher Keimzellen und sterblicher Körperzellen, die Weismann'sche Unterscheidung verschiedener Arten von Idioplasma, seine Annahme der Kontinuität des Keimidioplasmas im Gegensatz zum Körperidioplasma und die Darwin'sche Pangenesis. Er behauptet dagegen, daß das Keimplasma in allen Körperzellen dasselbe sei.[1]

10. Eimer.

Eimer steht schon im ersten Bande seines Werkes „Die Entstehung der Arten“ (1888) der Zuchtwahllehre sehr skeptisch gegenüber, da sie nicht die ersten Anfänge, sondern nur das Herrschendwerden und die Steigerung neuer Eigenschaften, und auch diese nur theilweise erkläre; im zweiten Bande (1897) sagt er sich ganz von ihr los. Mit Nägeli und Kölliker stimmt er darin überein, daß die Artumwandelung nicht durch zufälliges Abändern, sondern durch bestimmtes nach wenigen Richtungen hin aus physiolologischen Ursachen erfolgt. Aber er weicht darin von ihnen ab, daß er jede Vervollkommnungstendenz und jedes innere Entwickelungsgesetz ablehnt, an die Stelle eines solchen „das stammesgeschichtliche Wachsen“ setzt und alle Abänderungen aus Einflüssen der Außenwelt ableitet, die von verschiedenen stammesgeschichtlichen Wachsthumsstufen mit verschiedenen physiologischen Reaktionen beantwortet werden.

Die bestimmten Abänderungsrichtungen entspringen aus der allgemeinen stammesgeschichtlichen Wachsthumstendenz in ihrem Zusammenwirken mit den Einflüssen der Außenwelt. Die Abänderungen, die durch die letzteren hervorgerufen werden, betrachtet Eimer als erblich. Er stützt die Artumwandelung also ganz auf das St. Hilaire'sche Princip in Verbindung mit bleibender Trennung der ungleichen Wachsthumsprodukte. Das Lamarck'sche Princip des Gebrauchs und Nichtgebrauchs wird zwar nicht bestritten, tritt aber gegen das St. Hilaire'sche ganz in den Hintergrund. — Die sprungweise Veränderung Kölliker's und das biogenetische Grundgesetz Haeckel's erkennt er an und glaubt das plötzliche Auftreten ganz neuer Bildungen durch Korrelation erklären zu können, indem eine sprunghaft abgeänderte Eigen-

[1] Vergl. R. Stölzle, A. v. Kölliker's Stellung zur Descendenzlehre. Münster i. W. 1901.

schaft mehrere andere im Gefolge hat. Auch die Entstehung neuer Arten durch Bastardirung ohne jeden Einfluß der Anpassung läßt er gelten. Die stammesgeschichtliche Wachsthumstendenz faßt Eimer nicht als eine innere Triebkraft des organischen Lebens auf, sondern sucht ihre Ursachen lediglich in der Gesammtheit aller äußeren Einwirkungen. Jede innere Triebkraft erscheint ihm als etwas Unnatürliches, und der Satz, daß alles mit ganz natürlichen Dingen zugeht, erscheint ihm gleichbedeutend mit dem, daß alles aus rein materiellen Ursachen nach bloß physiko-chemischen Gesetzen entspringt.

Daß das Organismenreich der Erde ein einheitliches Ganze ist, dessen bloße Organe im Sinne einer Arbeitstheilung die Einzelwesen darstellen, ist ein richtiger, von dem Naturphilosophen Oken entlehnter Gedanke. Nur auf Grund dieser Voraussetzung konnte Eimer den Begriff des Wachsens vom Einzelwesen auf das Ganze des Organismenreiches übertragen. Er geht dabei von dem Vorurtheil aus, daß wir beim Einzelwesen nach mechanischen Gesetzen begreifen können, was das Wachsen sei; denn so lange wir das individuelle Wachsen noch nicht verstehen, wird uns auch durch Uebertragung dieses Begriffs auf die Gesammtorganisation die Stammesgeschichte um nichts verständlicher. Ebenso unverständlich bleibt es, wie das zunächst doch rein quantitative organische Wachsen durch äußere Einflüsse das Ergebniß einer qualitativen Vervollkommnung und morphologischen Höherbildung hervorbringen soll. Wenn die höchsten Organismen bloß spätere Wachsthumsstufen der niederen sind, so sind die niederen Organismen, die mit ihnen in gleicher Umgebung leben, bloß auf niederen Wachsthumsstufen stehen geblieben; wenn das Problem an den höheren Stufen beseitigt wird, so taucht es für die Rückständigkeit der niederen von Neuem im umgekehrten Sinne auf.[1]

Für das stammesgeschichtliche Wachsen stellt Eimer folgende empirische Gesetze auf: 1. Längsstreifen der Zeichnung gehen in Flecken, Querstreifen in Einfarbigkeit über; 2. neue Zeichnungen treten in bestimmter Richtung auf (von hinten nach vorn oder von oben nach unten oder umgekehrt) und schwinden in derselben Richtung, in der sie aufgetreten sind; 3. die Männchen gehen den Weibchen in der Entwickelung meist um einen Schritt voraus; 4. neue Eigenschaften treten zunächst in der Zeit höchster

[1] Vergl. Philos. des Unbewußten, 10. Aufl., Bd. III, S. 168—169, 219—220.

Kraftentfaltung auf. Weitere Regeln betreffen den zeitweiligen Stillstand der Entwickelung, die Möglichkeit ihrer Umkehr, die Konvergenzerscheinungen auf verschiedenen Stufen der Organisation u. s. w.

Ein besonderes Verdienst hat sich Eimer dadurch erworben, daß er die Mimikry oder Nachäffung durch natürliche Masken und die Schutz- und Trutzfärbungen kritisch durchforschte, die bei den Darwinianern von Wallace bis Weismann als handgreiflichstes Beispiel für die Leistungsfähigkeit der Naturzüchtung mit Vorliebe behandelt werden. Sicherlich hat die Phantasie der Beobachter dabei vieles hineingetragen, was gar nicht in den Thatsachen liegt. Unvollkommene Aehnlichkeiten sind als hinreichend vollkommene für den Zweck der Täuschung angesehen worden; man hat auf Grund der Aehnlichkeiten einen Schutz durch dieselben vorausgesetzt, wo ein solcher bei genauerer Beobachtung der Lebensweise der Thiere gar nicht festgestellt werden konnte. Manche Thiere bedürfen des Schutzes gar nicht, den die Aehnlichkeit ihnen gewähren könnte, weil weder sie noch ihre schutzlosen Verwandten besonders verfolgt werden; ja sogar bei Weitem die meisten Thierarten zeigen, daß sie auch ohne solche künstliche Hülfsmittel sehr wohl bestehen können. Viele Thierarten werden überhaupt nur gefangen und gefressen, wenn sie sich bewegen, also eine Schutzfärbung ihnen nichts helfen kann. Die Sinnesorgane der meisten Räuber reichen gerade nur aus, um auf ein in Bewegung befindliches Objekt aufmerksam gemacht zu werden, während ruhende auch ohne Schutzfärbung von ihnen unbemerkt bleiben. Manche Thiere machen den Schutz, den ihnen die Aehnlichkeit gewähren könnte, illusorisch, indem sie sich gar nicht mit Vorliebe auf solchen Gegenständen niederlassen, denen sie ähnlich sind. In den Zeichnungen, die man als Schreckmittel für Verfolger gedeutet hat, ist sicherlich die menschliche Phantasie zu weit gegangen.

Eimer findet den Grund für die häufigen Aehnlichkeiten (z. B. zwischen Schmetterlingsflügeln und Blättern, Raupen und Stengeltheilen) darin, daß es nur verhältnißmäßig wenige Entwickelungsrichtungen für die Zeichnung und Färbung der Schmetterlinge und Raupen giebt. Welche von diesen eingeschlagen wird, das hängt nach seiner Ansicht gar nicht von der Zuchtwahl ab, sondern lediglich von äußeren Einflüssen. Er stützt seine Behauptung auf vielfach bestätigte Versuche, welche darthun,

daß durch bloße Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur während der Entwickelung aus gleichen Raupen verschieden gefärbte und gestaltete Schmetterlinge gezogen werden können, die ganz den Abarten verschiedener Klimate oder verschiedener Jahreszeiten entsprechen. Offenbar kommt hierbei weder das Darwin'sche noch das Lamarck'sche Princip in Betracht. Daß aber in andern Fällen diese auch nicht mitsprachen, folgt daraus keineswegs, wie Eimer annimmt. Der Streit über diese Frage dauert deshalb fort; insbesondere eine negative Auslese minder gut geschützter Formen wird sich nicht von der Hand weisen lassen.

11. Roux.

Da der vielzellige Organismus aus so viel Individuen zusammengesetzt ist, so kann auch zwischen diesen Individuen ein Kampf ums Dasein in Gestalt eines Kampfes um Nahrung und Raum stattfinden. (W. Roux, Der Kampf der Theile im Organismus. Leipzig 1881.) Die äußere Zuchtwahl wird zur inneren (Intraselektion) der Gewebetheile untereinander. Freilich fehlt ein Faktor, der bei der gewöhnlichen Zuchtwahl unentbehrlich ist, die Ueberproduktion; aber er wird dadurch ersetzt, daß die Funktion selbst auf die Gewebe als Ernährungsreiz wirkt, und der Mangel an Beanspruchung und Bethätigung sie verkümmern läßt. Diese Eigenschaft ist eine Art der Anpassung, fällt also unter das Lamarck'sche Princip; erst durch diese Verbindung mit dem Lamarckschen Princip wird eine Gewebeselektion oder ein Kampf der Theile im Organismus möglich.

Bei den passiv fungirenden Organen sind die funktionellen Reize Zug (faseriges Bindegewebe), Druck oder Zug mit starker Abscheerung (Knorpel), Druck mit oder ohne Zug und ohne oder mit verschwindend kleiner Abscheerung (Knochen). Bei den aktiv fungirenden Organismen (Muskeln, Drüsen, Sinneszellen, Ganglienzellen, Nerven) kommt erst der thätigen Vollziehung der Funktion die Ernährungswirkung zu. Die Ernährungswirkung zeigt sich nur in der Richtung, in der die Gewebe bei der Funktion in Anspruch genommen werden, z. B. bei der Kraftentfaltung im Dickerwerden, bei weiten Bewegungen im Längerwerden der Muskeln.

Roux selbst hat sich genöthigt gesehen, seiner Theorie im Laufe der Zeit eine Menge Einschränkungen hinzuzufügen. Die „funktionelle Anpassung" der Gewebe ist ebenso wie Variation

und Vererbung ein Sammelname oder descriptiver Kollektivbegriff für das Ergebniß sehr verwickelter Vorgänge; sie ist wie die natürliche Zuchtwahl ein Princip der Erhaltung, Aufspeicherung und Steigerung, das die ersten Entstehungsursachen voraussetzt und unerklärt läßt. Der funktionelle Reiz ist keineswegs der einzige Ernährungsreiz; neben ihm spielen Ernährungsreize eine Rolle, die von den nervösen Centralorganen ausgehen und durch Nerven zu den Geweben geleitet werden. Die negative Auslese, die durch die Unthätigkeitsverkümmerung erfolgen soll, ist bei manchen Geweben gering, z. B. beim Bindegewebe, wo oft auch schräge, unbeanspruchte Fasern stehen bleiben. Die Ernährung ist immer eine aktive Leistung der Zelle, die bis zu einem gewissen Grade von der besseren oder schlechteren Ernährungsgelegenheit unabhängig ist; Reize können auf sie nur Einfluß gewinnen, wofern sie selbstthätige Reaktionen der Gewebe hervorrufen. Diese Reaktionen können nur dann funktionelle Anpassung heißen, wenn sie eine der Funktion dienende Veränderung der Gestalt herbeiführen. Im Alter hört die gestaltende Reaktion der Gewebe mehr und mehr auf, während sie in der embryonalen Periode noch gar nicht vorhanden ist. In der embryonalen Periode werden viele Gestaltungen (z. B. Gelenke, geeignete Größenverhältnisse) durch besondere Kräfte hervorgebracht, die nach ihrem Abschluß durch funktionelle Anpassung bewirkt werden. Die Verstärkung der Gewebe, die von dem Funktionsreiz getroffen werden, geht häufig nicht von ihnen selbst, sondern von einem andern Muttergewebe aus, so daß funktioneller Reiz und Reaktion sich auf verschiedene Stellen vertheilt, die Reaktion nicht eine unmittelbare Wirkung des ersteren auf das von ihm getroffene Gewebe darstellt, und der Ernährungsreiz nur in einer leitenden Uebertragung des funktionellen Reizes gesucht werden kann.

Aus dem Kampf um Nahrung und Raum leitet Roux nicht unmittelbar die veränderten funktionellen Gestaltungen ab, sondern nur mittelbar, indem derselbe zunächst die allgemeinsten Erhaltungsqualitäten der Gewebe, nämlich Assimilation und Dissimilation, Selbstbewegung, Selbsttheilung, typische formale Selbstgestaltung und qualitative Selbstdifferenzirung hervorbringt. Erst diese Eigenschaften der organischen Materie sollten dann, wenn sie genügend durch Selektion herausgearbeitet sind, ohne Kampf um Nahrung und Raum diese Gestaltungen hervorbringen, wobei von Konkurrenz um den funktionellen Reiz allerdings die Rede sein kann

und muß. Während also anfänglich die Anpassungsfähigkeit der organischen Theile den Mangel der Ueberproduktion bei der Gewebeselektion ersetzen sollte, soll nunmehr der Kampf um Nahrung und Raum in einem hypothetischen, nicht beobachtbaren stammesgeschichtlichen Stadium diejenigen Grundeigenschaften der organischen Materie herangezüchtet haben, aus der die funktionelle Anpassungsfähigkeit entspringt. Roux behauptet aber weder die Wirklichkeit noch die reale Möglichkeit, sondern nur die Denkbarkeit oder logische Möglichkeit solcher Züchtungsvorgänge, die mit der Ausbildung der Assimilation beginnen und dann zu denjenigen der Ueberkompensation in der Assimilation und zur Reflexbewegung fortschreiten sollen. Er giebt auch zu, daß für solche successive Züchtung jener Grundeigenschaften ihr erstes Auftreten schon vorausgesetzt werden muß, und daß man über dieses nichts weiter sagen könne, als daß es zufällig erfolgt sein muß, wenn man nicht in den Vitalismus gerathen will. Die allmähliche Züchtung der Grundeigenschaften, ohne deren Besitz ein Organismus eben nicht mehr Organismus ist und keinen Augenblick Bestand haben könnte, ist selbst von rein materialistisch und mechanistich denkenden Biologen wie Weismann für denkunmöglich erklärt worden. Wenn man aber diese allmähliche Züchtung streicht, so fällt dasjenige ganz hinweg, womit Roux begonnen hatte, der Kampf der Theile um Nahrung und Raum. Die funktionelle Anpassung tritt dann ganz aus dem Rahmen der Darwin'schen Zuchtwahl heraus und bleibt nur noch als besondere Anwendung des Lamarck'schen Princips bestehen. Ob und inwieweit sie dann über das Individualleben als artumwandelndes Princip in die Stammesgeschichte hinübergreift, hängt davon ab, ob und inwieweit so erworbene Abänderungen des Baues erblich sind. Roux Verdienst bleibt bestehen, daß er auf die Erscheinungen hingewiesen hat, die unter dem Sammelnamen der funktionellen Anpassung zusammengefaßt werden; aber seine ursprüngliche Anknüpfung an das Darwin'sche Princip der Zuchtwahl ist nach den von ihm selbst vorgenommenen Einschränkungen nicht mehr aufrecht zu erhalten.[1]

Man wird zu den von Roux selbst vorgenommenen Ein-

[1] W. Roux, Ges. Abhandlungen über Entwickelungsmechanik der Organismen, 2 Bde., Leipzig 1895; derselbe, Archiv für Entwickelungsmechanik, Leipzig 1895—1903, insbesondere Bd. I: „Einleitung" und Bd. XIII, Heft 4: „Ueber die Selbstregulation der Lebewesen"; vergl. meine Philosophie des Unbewußten, Bd. III, S. 424—429.

schränkungen noch einige andere hinzufügen müssen. Wenn im Embryonalleben andere produktive Kräfte als die funktionelle Anpassung die Entstehung, Verstärkung, Ausscheidung und regulatorische Gestaltung leiten, so fragt es sich, wo die Grenze der embryonalen und der funktionellen Lebensperiode zu ziehen sei. Da zeigt sich sogleich, daß eine scharfe Grenze nicht besteht, daß beide Perioden ineinandergreifen und sich theilweise übereinander lagern. Wenn die Wirksamkeit der produktiven Kräfte durch die Anwesenheit von Keimplasma bedingt ist, dieses Keimplasma aber in alle Körperzellen eindringt und seine Eigenthümlichkeit selbst in der Altersperiode nicht ganz einbüßt, so kann es auch bei der funktionellen Anpassung regulatorisch mitwirken. Die adaptiven Reaktionen auf die unmittelbaren oder mittelbaren funktionellen Reize werden auf das Keimplasma in den Zellen zu beziehen sein und als Leistungen derselben produktiven Kräfte aufgefaßt werden müssen, die in der embryonalen Periode ohne funktionelle Reize gestalten. Driesch hat darauf hingewiesen, daß bei dem Verlust eines von zwei paarigen Organen das andere verstärkt wird, selbst dann, wenn diese Organe noch gar nicht in Funktion getreten sind (z. B. Geschlechtsdrüsen vor der Geschlechtsreife, Milchdrüsen bei Unbefruchteten). Wenn aber dieselbe Leistung bald ohne bald mit funktionellem Reiz erfolgt, so ist man nicht mehr berechtigt, sie im zweiten Falle als ausschließliche Wirkung des funktionellen Reizes anzusehen; es wäre sogar möglich, daß dieselben Ursachen, die im ersten Falle wirken, auch im zweiten Falle unabhängig vom funktionellen Reiz wirkten.

Die Mitwirkung des Reizes wird überall da wahrscheinlich, wo die Verstärkung ausschließlich in den Funktionsrichtungen erfolgt. Ein unorganisches Stück Materie, z. B. ein metallener Maschinentheil, zeigt keine Verstärkung in den Druck- und Zuglinien, keine Ausschaltung in den unbeanspruchten Stellen wie ein Knochen oder ein Delphinschwanz, sondern höchstens eine Rückbildung faseriger Struktur in krystallinische unter dem Einfluß dauernder Erschütterungen (Eisenbahnwagenaxen). Das Problem liegt also gerade darin, was die Organismen zu einem solchen, von der unorganischen Materie abweichenden Verhalten befähigt. Das werden aber dieselben Eigenschaften sein, die ihm in der embryonalen Periode die typische Entwickelung ohne Reize und im funktionellen Leben die Selbstbehauptung der typischen Gestaltungen bei einem Mindestmaaß von funktionellen Reizen (z. B.

bei behaglichem Dehnen der Glieder) ermöglichen. Zu starke Reize wirken viel sicherer desorganisirend als zu schwache; das Maaß von Reizen, das günstig für den Organismus wirkt, ist selbst teleologisch bestimmt; d. h. der Organismus ist so eingerichtet, daß die normalen, ihn durchschnittlich treffenden Reize als Ernährungsreize auf ihn wirken, aber nicht schon im Begriff des Reizes als solchen liegt etwas mechanisch Förderliches für den Organismus.

12. Gustav Wolf.

Im Jahre 1890 getraute sich noch kein Verleger, Wolf's „Beiträge zur Kritik der Darwin'schen Lehre" in Verlag zu nehmen; sie erschienen zuerst in einer Zeitschrift und 1898 gesammelt bei Georgi in Leipzig. Er greift zunächst die Zufälligkeit der Abänderungen an, die jetzt nur noch von wenigen Darwinianern festgehalten wird. Nur bei rein quantitativen Abänderungen ist die Wahrscheinlichkeit günstiger und ungünstiger Abänderungen gleich; bei qualitativen ist die Wahrscheinlichkeit ungünstiger Abänderungen sehr viel größer als diejenige günstiger. Zu den qualitativen Abänderungen ist auch eine veränderte Form oder Struktur zu rechnen, die durch veränderte Anordnung der Theile (oder submikroskopischen Theilchen) entsteht, z. B. die sonderbare Schnabelform des Kreuzschnabels. Selbst da, wo die Wahrscheinlichkeit günstiger und ungünstiger Abänderungen an demselben Organ die gleiche ist, wird es höchst unwahrscheinlich, daß mehrere gleiche Organe (z. B. die Augen, die Ohren, die sechs Insektenbeine, die vielen Muskelzellen in einem Muskel, die Schuppen, Haare, Federn u. s. w.) durch bloßen Zufall in gleichem Sinne abändern. Der dritte halbkreisförmige Kanal im Ohr, der erst bei den Fischen auftritt, gleicht den beiden ersten in allen Stücken (Crista, Ampulle, Macula u. s. w.); er müßte also viele geologische Perioden später zufällig dieselben Abänderungen durchgemacht haben wie jene, um durch Zuchtwahl entstehen zu können. Die Hufthiere müßten zuerst an den beiden Hinterhufen und viel später auch an den beiden Vorderhufen dieselben zufälligen Variationen durchgemacht haben. Verschiedene Organe müssen gleichzeitig in verschiedenem Sinne variiren, wenn ein Nutzen daraus entstehen soll, an den die Zuchtwahl anknüpfen kann, z. B. Auge und Sehganglion, Nervenzelle und Muskelzelle, Organ und zugehöriger Gebrauchsinstinkt, Uterus und Ei in ihrem Zusammenwirken zur Bildung der Placenta, männliche und

weibliche Geschlechtsorgane, Insekten und Blüthen, die Verkümmerung der weiblichen Sexualorgane bei den Arbeitsbienen und die Entwickelung der Bürstchen an den Beinen. Nicht, daß es Korrelationsgesetze giebt, die den Zufall des Abänderns einschränken und beherrschen, ist das Wunderbare, sondern, daß auch ihre Zweckmäßigkeit korrelativ ist. Die Korrelationsgesetze sind Variirungsgesetze; auf diese aber hat die Zuchtwahl keinen Einfluß, setzt sie vielmehr voraus.

Ein zweiter Angriff Wolf's richtet sich gegen die Zuchtwahl als solche. Darwin sagt: „Ließe sich irgend ein zusammengesetztes Organ nachweisen, dessen Vollendung nicht möglicher Weise durch zahlreiche kleine aufeinanderfolgende Modifikationen hätte erfolgen können, so müßte meine Theorie unbedingt zusammenbrechen." Als solche Organe macht Wolf den Musculus trochlearis im Auge der Säugethiere namhaft und das Ablösen und Aufsteigen der männlichen Blüthe der Wasserpflanze Vallisneria spiralis behufs Befruchtung. Wenn in einem Falle das zweckmäßige Ergebniß nachweislich aus einem anderen Princip als der Zuchtwahl entspringt, so bleibt es zweifelhaft, ob dieses andere Princip nicht auch da mitwirkt und das entscheidende ist, wo Zuchtwahl betheiligt scheint, ob es nicht überhaupt das einzig wirksame in allen Fällen ist.

Den Instinkt, eine weibliche Larve durch besondere Fütterung zur Königin zu entwickeln, können die Arbeitsbienen weder von der Mutter noch vom Vater ererbt haben, weil beide ihn nicht besitzen, und sie können die Gewohnheiten, die sie angenommen haben, nicht vererben. Wenn die Insektenkolonieen bei der Zuchtwahl die Stelle von Individuen einnehmen sollten, um die Eigenschaften der Arbeiterinnen zu züchten, dann müßten sie auch im Variiren die Rolle von Individuen spielen, da der Träger der Selektion und des Variirens kein verschiedener sein kann. Die Träger der Abänderung wechseln mit der Organisationshöhe; anfänglich sind es z. B. bei der Pflanze die Gebilde, aus denen später die Blätter entstanden sind; dann treten Blätter und Blüthentheile unter besondere Variationsgesetze; weiterhin treten mehrere solche Organe zu einer höheren Einheit zusammen (Blüthe) und mit ihr unter ein einheitliches Variationsgesetz, und endlich können solche zusammengesetzte Organe zu einer noch höheren Einheit (kompositen Blüthe) und unter ein noch komplexeres Variationsgesetz zusammentreten.

Die Zuchtwahl kann nur da von Einfluß sein, wo das Ueberleben durch überlegene Angepaßtheit und Nützlichkeitsvorzüge bestimmt ist, aber nicht, wo zufällige Situationsvortheile das Ueberleben bestimmen, die mit der Tüchtigkeit der Individuen nichts zu thun haben. Die Menschen, die ein Eisenbahnunglück oder eine blutige Schlacht überleben, sind keineswegs die tüchtigsten und nützlichsten. Je kleiner die Procentzahl der günstigen unter allen Abänderungen ist, um so weniger hängt das Ergebniß der Auslese von Organisationsvortheilen, desto mehr von Situationsvortheilen ab. Von den 40 Milliarden Eiern eines Bandwurms überleben nur diejenigen, die von einem Zwischenwirth gefressen werden, der wieder gefressen oder ungekocht gegessen wird; die Beschaffenheit der Eier und Finnen ist ganz ohne Einfluß auf diese Auslese. Nur im Kampf mit Klima und Bakterien dürften die Organisationsvortheile ausschlaggebend sein. Die Verhältnißzahl der sich fortpflanzenden Nachkommen zu den erzeugten, von der die Intensität der Auslese abhängt, nimmt mit der Organisationshöhe im Allgemeinen ab, und damit auch die Chancen der Zuchtwahl, sich geltend zu machen. Wenn Darwin dieses Verhältniß bei höheren Thieren auf mindestens 1 : 100 annimmt, so dürfte das kaum der Wirklichkeit entsprechen.

Die geschlechtliche Zuchtwahl erfreut sich sogar bei den meisten Anhängern Darwin's keiner großen Beliebtheit. Sie verlangt für die sexuellen Schmuckmerkmale des männlichen Geschlechtes Ueberzahl der Männchen oder Polygamie, während thatsächlich solche sexuelle Schmuckabzeichen bei monogamischen Thieren ohne Ueberzahl der Männchen ebenso gut vorkommen. Solche Zierden bei Weibchen müßten umgekehrt eine Ueberzahl der Weibchen voraussetzen; Zierden bei beiden Geschlechtern also gleichzeitig eine Ueberzahl von Männchen und Weibchen. Darwin's Annahme, daß die sexuell geschmücktesten Individuen auch die kräftigsten und gesündesten seien, ermangelt der Erfahrungsgrundlage.

Die Zielstrebigkeit in der individuellen Entwickelung wird vom Darwinismus nicht bestritten, weil ihr Weg und Ziel durch Vererbung vorgezeichnet ist; aber in der stammesgeschichtlichen Entwickelung wird sie von ihm geleugnet, weil hier das Ziel erst gesucht, der Weg erst gefunden werden mußte. Nur ausnahmsweise sehen wir zweckmäßige Vorgänge im Individualleben, die nicht durch Vererbung vorgezeichnet sind, z. B. Regenerationen nach ungewöhnlichen Störungen, insbesondere solche Regene-

rationen, die von andersartigen, unbetheiligten Nachbargeweben ausgehen. An solche Erfahrungen haben wir uns zu halten und nach ihrer Analogie uns die Schritte vorzustellen, in denen die stammesgeschichtliche Entwickelung einherschreitet und die jeweilig durch Vererbung festgelegte Organisationshöhe überschreitet.

Wolf's Polemik gegen Weismann's Erklärung der Rückbildung durch Panmixie ist zutreffend, aber dadurch gegenstandslos geworden, daß Weismann diesen Erklärungsversuch zurückgenommen und aufgegeben hat.

Die Frage, ob Auslese im Darwin'schen Sinne wirklich stattfindet, hat nach Wolf wenig Interesse, da ihre Bejahung doch nichts erklärt. Diese Ansicht schießt offenbar über das Ziel hinaus; denn auch die bloße Ausschaltung des Schlechteren ist für sich allein schon ein so wichtiger Vorgang in der Natur, daß man einem mechanischen Hülfsmittel, welches ihr dient, volle Aufmerksamkeit zuwenden muß.

13. de Vries.

Die sprunghafte Umwandlung oder heterogene Zeugung war, obwohl Darwin bekannt, von seinen Anhängern bei Seite geschoben oder geleugnet und nur von seinen Gegnern in ihrer Bedeutung anerkannt. Anfänglich hatte sie nur den Werth einer Hypothese; bald aber stellten sich mehr und mehr Beobachtungen ein, die sie bewiesen. Korschinsky zeigte solche Vorgänge an vielen Pflanzenarten, und Standfuß schloß aus seinen Versuchen an Schmetterlingen auf „explosiv erfolgende Umgestaltungen", bei denen eine Art in Hunderte und Tausende von Stücken zu zerspringen scheint. Aber alle solche Beobachtungen hatten den Mangel, daß die Erblichkeit der so entstandenen Abänderungen nicht festgestellt war; von dieser aber hing die Verwerthbarkeit derartiger Vorgänge für die Theorie der Artenumwandlung ab.

Hier vollzog sich nun mit einem Schlage ein gewaltiger Umschwung der Ansichten, als de Vries die Erblichkeit und Beständigkeit der so entstandenen Abarten wenigstens für einen großen Theil derselben an dem Beispiel der großblumigen Nachtkerze (Oenothera Lamarckiana) bewies.[1] Die Pflanze bringt jährlich sowohl im wilden Zustande auf Sandboden wie in der Kultur auf wohl gedüngtem Boden eine stattliche Menge verschiedener Abarten hervor, die sich durch Schwäche und Kraft, Zwerg- und

[1] Die Mutationstheorie. Bd. I: Die Entstehung der Arten durch Mutation. – Die Mutationen und die Mutationsperioden. Leipzig 1901.

Riesenwuchs, Schlankheit und Breite der Formen, Farbe und Oberfläche der Blätter, Beschaffenheit der Früchte ebenso scharf unterscheiden, wie anerkannte gute Arten. Einige dieser Abarten treten in zahlreichen gleichartigen Exemplaren, bis zu mehreren Hunderten, auf, andere nur in einem einzigen; die häufiger auftretenden zeigen sich bei Aussaat von mehreren Tausenden Samen der Stammart in jedem Jahre wieder. Soweit die Reinzüchtung mit künstlicher Bestäubung gelang, gab jede Art gleiche Nachkömmlinge, war also sofort und mit einem Schlage konstant, ohne erst einer generationenlangen Zuchtwahl zur Erwerbung der Konstanz zu bedürfen.

De Vries zieht daraus folgende Schlüsse. Die Artenumwandlung erfolgt durch explosive Heterogonie. Die Kreuzung kann zwar neue Arten bilden, aber nicht Arten mit neuen Merkmalen, sondern nur Arten, die eine andere Kombination der schon vorhandenen Merkmale zeigen als in den gekreuzten Stammarten. Rückbildung kann auch ohne solche explosive Heterogonie erfolgen, indem jedes Merkmal gelegentlich wieder verloren werden kann. Die explosive Heterogonie braucht nicht immer zu einem morphologischen Fortschritt, zu einer Höherbildung zu führen, sondern kann sich auch auf gleichem Niveau ausbreiten; alle Höherbildungen können aber nur durch sie erfolgt sein. Unter den Erzeugnissen der explosiven Heterogonie findet natürliche Auslese statt, indem die unangepaßten verschwinden und nur die den Verhältnissen angepaßten sich erhalten. Waagen bezeichnete die einander vertretenden Unterarten in verschiedenen Perioden der Erdgeschichte mit dem Worte Mutationen im Gegensatze zu den gleichzeitig auftretenden Variationen, und diesen Ausdruck „Mutationen“ übernimmt de Vries für die explosive Heterogonie. Er nimmt an, daß eine Art lange Zeit hindurch konstant bleibt, dann aber in eine Mutationsperiode von kürzerer Dauer eintritt; daraus erklärt er, daß die Gelegenheit, Arten zu beobachten, die sich gerade in einer Mutationsperiode befinden, so spärlich ist. Seine sonstigen Aufstellungen über die Zahl und zeitliche Aufeinanderfolge der Mutationsperioden sind Vermuthungen von vorläufig schwacher Begründung.

Es ist nicht zu verkennen, daß durch de Vries die Heterogonie eine erhöhte Bedeutung für die Artentstehung gewonnen hat, und daß ihre Anhänger sich täglich mehren. Andererseits darf man nicht vergessen, daß die bisher beobachteten Hetero-

gonieen noch nicht die Grenze der Linné'schen Unterarten, kleiner Arten, Rassen oder Jordan'schen Arten überschritten haben. Wenngleich die Unterschiede zwischen solchen oft größer sein können als die zwischen Linné'schen Arten oder guten Arten, so ist doch die systematische Bedeutung leider eine verschiedene. Wir können vorläufig nur nach Analogie schließen, daß, wenn sogar schon die Unterarten durch Heterogonie entstehen, dies bei den eigentlichen Arten erst recht der Fall sein wird. – Ebenso halten sich die bisher beobachteten Fälle morphologisch auf gleichem Niveau, ohne zu einer Höhenbildung zu führen. Wir können nur nach Analogie schließen, daß, wenn schon Artumwandlungen auf gleichbleibender Organisationsstufe durch heterogene Zeugung erfolgen, dies bei solchen mit Höherbildung erst recht der Fall sein wird. – Endlich ist der Wechsel langer Konstanzperioden mit relativ kurzen Mutationsperioden bisher nur eine Hypothese, die allerdings durch manche paläontologische Thatsachen eine gewisse Stütze erhält. Inwieweit der Eintritt von Mutationsperioden nach dem St. Hilaire'schen Princip durch äußere Umstände oder durch innere Ursachen, etwa durch allmählich in den Keimen angesammelte Anlagen (Weismann) bedingt ist, das ist vorläufig noch nicht zu entscheiden. Es sind wohl innere Ursachen anzunehmen, die durch irgendwelche äußere Reize zur Auslösung und Entfaltung gelangen.

14. Die neuere Paläontologie.

Die Ergebnisse der Lehre von den vorweltlichen Lebewesen in Bezug auf den Darwinismus haben neuerdings durch zwei Fachmänner eine lehrreiche Zusammenfassung gefunden, durch Steinmann in Freiburg bei Gelegenheit einer Rektoratsrede und durch Koken auf der Naturforscherversammlung in Hamburg. Beide kommen zu wesentlich gleichen Ergebnissen.

Die Abstammungslehre als solche wird vorausgesetzt; sie findet aber in der Paläontologie immer nur streckenweise eine Stütze. Die genauere Kenntniß hat die Einstämmigkeit des thierischen Stammbaumes immer unwahrscheinlicher gemacht. Dem biogenetischen Grundgesetz kommt ebenfalls nur eine beschränkte Geltung zu; es läßt gerade in der Paläontologie vielfach im Stich und kann ebenso leicht irre führen als Weg weisen. Die systematische Stufenfolge der organischen Typen deckt sich keineswegs mit einer Abstammungsfolge auseinander; die Vielstämmig-

keit macht nicht nur parallele Stufenreihen in zusammenhanglosen Stämmen, sondern auch eine Konvergenz der Entwickelungsgänge aus verschiedenen Ursprüngen zu ähnlichen oder gleichen Endpunkten möglich. Die Umwandelungen erscheinen wesentlich bestimmt durch das St. Hilaire'sche und das Lamarck'sche Princip, nicht durch die Darwin'schen Principien. Die Thatsachen der Paläontologie stehen vielfach in Widerspruch mit den Annahmen und Konsequenzen der Zuchtwahllehre; sie haben uns von Darwin mehr entfernt, als in den ersten Jahrzehnten nach dem Erscheinen seines Werkes für möglich gehalten werden konnte. Unsere Kenntnisse sind noch immer höchst lückenhaft und müssen es in Bezug auf die älteren Schichten immer bleiben, weil die Organismenreste im Wesentlichen erst mit der kambrischen Periode beginnen, wo die großen Stämme der Wirbellosen bereits völlig gesondert auftreten. Ueber ihren etwaigen gemeinsamen Ursprung wird die Paläontologie niemals Aufschluß geben können.

In vielen Fällen bleibt die Stammart neben den Zweigarten bestehen, statt von ihnen durch die Zuchtwahl verdrängt zu werden; ja sie überdauert dieselben auch wohl, und das selbst in eng begrenzten Bezirken, wo Isolierung und Wanderung nicht in Frage kommt. Manche Gattungen überdauern den größten Wechsel geologischer Perioden; so hat z. B. die Gattung Lingula sich von den kambrischen Meeren bis zu den gegenwärtigen erhalten. Bei gleichbleibender Lebensweise kann die Zuchtwahl die Differenzirung wenig vergrößern. Zwei sehr ähnliche Stämme der Feliden z. B. sind getrennt bis zum Eocän hinab zu verfolgen. Die Entwickelung inadaptiver (gleichgültiger morphologischer) Eigenschaften, die nach Darwin'schen Principien bei herrschender Konkurrenz unmöglich sein sollte, kommt in Wirklichkeit oft genug vor, und deshalb darf auch die Entwickelung von Eigenschaften, die nur in geringerem Maaße nützlich sind, nicht bloß auf ihren etwaigen Nutzen und die auf ihn gestützte Zuchtwahl bezogen werden. Selbst nutzlos hinderliche, das Leben erschwerende Zuthaten werden manchmal in bestimmter Richtung fortschreitend entwickelt, ohne durch die Zuchtwahl gehemmt zu werden. Das Selektionsprincip ist weder das einzige noch auch nur das wichtigste; der Kampf ums Dasein scheint vielmehr in vielen Fällen nicht eingegriffen zu haben.

Nach Waagen reichen die Unterschiede der von ihm aufgestellten „Mutationen" (korrelativen Typen in verschiedenen geolo-

gischen Perioden) nicht über den Unterschied „guter Arten“ hinaus; nach neueren Untersuchungen reicht der stetige Zusammenhang durch Mutationen auch öfters über Artunterschiede hinaus, aber nicht unbeschränkt. „Eine Verbindung größerer Gruppen durch die kleineren Phasen der Mutationen gelang noch nie.“ Die großen Stämme bleiben jedenfalls von ihr unberührt. Manchmal liegen Schwärme von Varietäten und Arten gleichsam stockwerkartig übereinander, indem sie zu verschiedenen Zeiten aus der Stammart hervorgehen (Mutationsperioden). „Eine weite Kluft scheidet die Fische von allen vierfüßigen Wirbelthieren“; sie wird auch nicht durch die uralten Doppelathmer (Dipnoer) überbrückt. Die Ichthyosaurier sind nicht Uebergangsformen von Fischen zu Reptilien, sondern rückgebildete Reptilien, die sich ans Wasserleben angepaßt haben, ähnlich wie die Wale unter den Säugethieren. Aus den verschiedenen Linien der Selachier sind zu verschiedenen Zeiten Rochenformen entstanden, deren Typus also im Sinne der Vielstämmigkeit als Konvergenzerscheinung gedeutet werden muß. Verschiedene Schalenschnecken haben sich in verschiedenen genetischen Reihen in schalenlose umgewandelt, so daß auch diese konvergent auf vielstämmigem Wege entstanden sind. Der Urvogel (Archäopteryx) ist nicht ein Zwischenglied zwischen den Reptilien und den jetzt lebenden Vögeln, sondern Glied eines blind endenden Seitenzweiges. Die einzigen Thiere, die wir einigermaaßen genauer in den geologischen Perioden verfolgen können, sind die Säugethiere, und selbst bei diesen kann es fraglich scheinen, ob sie gemeinsamen Ursprungs sind, oder ob nicht vielmehr die Schnabelthiere, die Beutelthiere und die übrigen Säugethiere drei verschiedenen Stämmen angehören. Die Vergleichung der fossilen Jugendstadien der Organismen liefert bis zur kambrischen Periode hinab weniger sichere Ergebnisse als die unmittelbare Vergleichung der Endstadien der Organismen; wo die letztere aufhört, jenseits der kambrischen Periode, läßt auch die erstere im Stich.

Die Einflüsse der Umgebung sucht Koken nicht sowohl in den imposanten Ereignissen, wie Vulkanausbrüchen und Gebirgserhebungen, als vielmehr in der wandelbaren Vertheilung von Land und Wasser, den dadurch bedingten klimatischen Veränderungen und der Umwandlungen des Bodens (Wald, Sumpf, Weide, Steppe, Wüste). Das Princip der instinktiven Anpassung durch Gewöhnung an eine Gebrauchsweise macht sich besonders

bei den thierischen Bewegungsorganen geltend, wenn ihre Träger einer veränderten Umgebung oder einem andern Medium Rechnung tragen müssen. Auf vorweltliche Pflanzen geht Koken nicht ein; er hat nur Thiere im Sinne und bezieht ihre Anpassungen auf ihren bewußten thierischen Willen, der bei den Pflanzen keinenfalls Grund der Anpassung sein kann.[1]

15. Weismann.

In seinen „Studien über die Descendenztheorie" (1876) hatte Weismann mir bereits die richtungslose Abänderung preisgegeben, aber nicht einsehen wollen, daß er sich damit im Gegensatz gegen die Grundlagen der Selektionstheorie befinde. In seinen „Vorträgen über Descendenztheorie" (1902) erkennt er dieses Zugeständniß als seinen wesentlichen Unterschied von Darwin an. Auch in Bezug auf Korrelation und Vererbung sprunghafter Abänderungen beugt er sich vor den zum Theil neu ermittelten Thatsachen, glaubt sie aber ebenso wie die gerichtete Variabilität und ihre Steigerungstendenz aus seiner eigenartigen Hypothese der Keimselektion erklären zu können. Er erkennt jetzt an, daß die Zuchtwahl im Sinne Darwin's ein für sich allein unhaltbarer Torso sei, glaubt aber, daß sie das allmächtige Princip der organischen Natur sei, wenn man sie nach oben und unten hin, auf Stöcke oder Staaten, auf Gewebe und Keimtheilchen ausdehne.

Die Ausdehnung auf Stöcke oder Staaten begegnet der Schwierigkeit, daß Abänderung und Auslese nicht mehr an demselben Objekt haften. Die Ausdehnung auf die Gewebe führt, wie wir bei Roux gesehen haben, vom Darwin'schen Selektionsprincip zum Lamarck'schen Princip der Anpassung an den Gebrauch und Nichtgebrauch zurück. Die Selektion der Keimtheilchen bezieht sich auf Objekte, in denen weder Ueberproduktion stattfindet wie in der Zuchtwahl, noch auch die Ueberproduktion durch Anpassung der Theilchen an Funktionsreize ersetzt wird. Es fehlt also bei den Keimtheilchen, die für so lange, als sie solche bleiben, gar keine Funktion haben, eine unentbehrliche Voraussetzung der Selektion. Dasselbe Selektionsprincip, dessen Unzulänglichkeit auf der Stufe der Individuen von Weismann eingestanden wird, soll trotz seiner Unzulänglichkeit auf

[1] Ernst Koken, Paläontologie und Descendenztheorie, Jena 1902; G. Steinmann, Paläontologie und Abstammungslehre am Ende des Jahrhunderts, Freiburg i. B. 1899.

hypothetische Keimtheilchen übertragen werden, bei denen die unentbehrlichen Voraussetzungen fehlen, und soll dadurch die Zulänglichkeit erhalten, die ihm da, wo es zuerst aufgestellt ist, fehlt.

Die submikroskopischen Theilchen, auf die es angewendet wird, sollen die hypothetischen Anlagen der einzelnen Körpertheile sein, aber nicht etwa strukturelle, ineinander gefügte Anlagen in einer allen gemeinsamen materiellen Stoffmasse, sondern mosaikartig nebeneinandergelagerte Stofftheilchen. Ihnen wird die Fähigkeit der Ernährung, des Wachsthums und der Selbsttheilung bereits zugeschrieben, die doch erst mit ihrer Hülfe an den Zellen und Zellorganen erklärt werden sollte. Alle Abänderungen am Organismus werden auf Abänderungen dieser Keimtheilchen zurückbezogen, die sie zufällig durch bessere Ernährung im Vergleich zu den Nachbartheilchen erlangen. Das Innehalten der einmal eingeschlagenen Richtung in der Abänderung und die Steigerungstendenz soll daraus erklärbar sein, daß besser genährte Keimtheilchen auch kräftiger sind und mehr Nährstoffe an sich ziehen, während doch sonst Nahrungsmangel um so gieriger nach Nahrung, Uebersättigung aber unlustig zum Fressen macht, und Größe und Kleinheit der Theilchen keineswegs mit Kraft und Schwäche derselben zusammenfallen.

Die ganze Theorie ist auf grob materialistischen Voraussetzungen aufgebaut; kein Wunder, daß sie darum selbst in den Händen ihres Urhebers an den entscheidenden Punkten versagt und dieser sich genöthigt sieht, ordnende und leitende Kräfte, vitale Affinitäten, Oberkräfte unbekannter Art zu Hülfe zu nehmen, um zu erklären, wie aus dem aufgelösten Mosaik der Keimtheilchen die andersartige Ordnung der Theile des Organismus entspringt. Ohne solche Oberkräfte leistet die Selektion der Keimtheilchen gar nichts, mit ihr ist sie überflüssig. Sie zerpflückt die Gesammtanlage des Organismus in lauter Theilanlagen, denen jedes einigende Band fehlt. Sie will die Abänderungsfähigkeit eines kleinsten Theiles am Organismus in ihrer Unabhängigkeit von allen seinen übrigen Theilen erklären und zerstört sich dadurch die Möglichkeit, die korrelative Abhängigkeit der Abänderungen in verschiedenen Körpertheilen zu erklären. Sie kann deshalb in keiner Hinsicht als eine befriedigende und wohlbegründete Hypothese gelten und hat demgemäß kaum Einen unbedingten Anhänger gefunden. Daß jede Abänderung eines Körpertheils, die nicht erst während der Lebensdauer erfolgt, sondern von Geburt

an vorgezeichnet ist, auf einer Abänderung der Keimanlagen beruht, und daß die Keimanlagen wesentlich in der Struktur der Kernkörnchen der Keimzellen (wohl auch ihrer Centralkörperchen und Farbträger) zu suchen sind, das bezweifelt heut wohl niemand mehr; aber daß diese Gesammtanlage ein mosaikartiges Nebeneinander der Theilanlagen statt ein harmonisches Ineinander derselben sein müsse, das wird man Weismann schwerlich zugeben.

Mehr Anklang als die positive Aufstellung der Keimselektion hat Weismann's Kampf gegen die Vererbbarkeit erworbener Eigenschaften gefunden. Er hat sich das Verdienst erworben, zu zeigen, daß die von Haeckel behauptete Vererbung von Verstümmelungen nicht den Thatsachen entspricht, daß es mit direkten Beweisen für die Vererbung erworbener Eigenschaften bisher äußerst schwach bestellt ist, daß die indirekten Beweise rein hypothetischer Art sind und ihnen immer auch andere Hypothesen entgegengestellt werden können, und daß die Lamarck'sche Anpassung nur entweder auf bewußter Intelligenz oder auf Selektion beruhen kann, so lange rein unbewußt wirkende Zweckthätigkeit als ausgeschlossen gilt. Die Neulamarckianer machen sich diese Alternative nicht klar, sonst müßten sie entweder aufhören von Anpassung zu reden, oder Weismann's Keimselektion als Begründung der Anpassung annehmen, oder eingestehen, daß die mechanistische Weltanschauung den Lebenserscheinungen gegenüber nicht ausreicht, wo von einer Anpassung durch bewußte Intelligenz keine Rede sein kann. Weismann zwingt die Neulamarckianer, entweder die Unbrauchbarkeit ihres Princips oder die der mechanistischen Weltanschauung einzugestehen, und hat sich mit dieser Klärung des Problems ein noch nicht genug gewürdigtes Verdienst erworben.

Unrecht hat er dagegen, wenn er die Unmöglichkeit der Vererbung des durch Anpassung Erworbenen behauptet. Er selbst giebt die Vererbbarkeit der durch äußere Einflüsse erworbenen Abänderungen zu, verkennt aber dabei, daß dies meistentheils auch Anpassungen sind, und daß sie auf die Keime ebenfalls nur indirekt auf dem Umweg durch den Organismus einwirken können. Er verkennt, daß die durch die Gebrauchsweise erworbenen Reaktionsgewohnheiten der Centralorgane ebenso wie die Abänderungen der Körperorgane korrelativen Einfluß nicht nur auf alle übrigen Theile des Organismus, sondern auch auf seine Keimzellen ausüben können, wenn auch die Art dieser Einflüsse uns

ebenso unbekannt ist wie die Art und Weise, in welcher die Keimzelle die Ausgestaltung des Organismus bestimmt. Die Neulamarckianer haben sich deshalb durch Weismann's Einwendungen nicht stören lassen, da die indirekten Gründe für die Hypothese der Vererbung stark genug waren, und die von Weismann als Ersatz angebotene Hypothese der Keimselektion keineswegs besser begründet schien.[1]

16. Haacke.

Wilhelm Haacke gehört zu jenen Schülern Haeckel's, die mit der Zeit in ganz entgegengesetzte Bahnen gerathen sind.[2] Er folgt wesentlich Eimer und Nägeli, indem er die direkte Bewirkung und das Vervollkommnungsprincip im Sinne Eimer's und Kölliker's deutet; d. h. er geht wesentlich auf das St. Hilaire'sche Princip zurück und leitet alles nach festen Naturgesetzen rein mechanischer Art aus der Beschaffenheit der unorganischen Materie und ihrer Vertheilung im Raume ab.

Mit Eimer legt er auch Gewicht auf das biogenetische Grundgesetz, giebt aber zu, daß die Keimesgeschichte uns nur ein in groben Zügen gezeichnetes Bild der Ahnenreihe vorführt, ohne genauere Aufschlüsse zu ertheilen. Sie lehrt uns, daß Thiere mit getrennter Darm- und Geschlechtsmündung von Kloakenthieren, Lungenathmer von Kiemenathmern, Gliedmaaßenthiere von Gliedmaaßenlosen, Schädelthiere von Schädellosen, Wirbelthiere von Wirbellosen, Mehrzellige von Einzelligen abstammen. Daß die höheren Lebewesen aus niederen hervorgegangen sind, muß man annehmen, wenn man nicht dem Wunderglauben verfallen will; daß sie wirklich niedere Vorfahren gehabt haben, darauf deuten die aus niederen Stufen stehen gebliebenen rudimentären Organe hin. Aber „ob nun vielstämmige oder einstämmige Herkunft größerer oder kleinerer oder aller Organismengruppen anzunehmen ist, darüber läßt sich heute noch gar nichts sagen.“ Wir wissen z. B. nichts über die Abstammung der Stachelhäuter, Krebse, Insekten, Mollusken, Ringelwürmer, Wirbelthiere, nichts über

---

[1] Vergl. „Philosophie des Unbewußten“, Bd. III, S. 166—168 und meinen Aufsatz „Weismann's Neudarwinismus“.

[2] Seine Hauptwerke sind: Die Schöpfung der Thierwelt 1893; Gestaltung und Vererbung 1893; Die Schöpfung des Menschen und seiner Ideale 1895; Aus der Schöpfungswerkstatt 1897; Grundriß der Entwickelungsmechanik 1897; Haacke und Kuhnert, Das Thierleben der Erde, 3 Bde., 1902.

einen etwaigen Zusammenhang der Wirbelthierklassen in ihrer Wurzel. Wohl aber wissen wir, daß aus einem ausgesprochenen Amphibium oder Reptil kein Säugethier oder Vogel mehr werden kann. „Die Bestrebungen, größere Abtheilungen des Thierreichs stammesgeschichtlich zu verknüpfen, sind, das dürfen wir uns nicht verhehlen, kläglich gescheitert." Haacke ist sogar überzeugt, daß man auch in Zukunft nichts darüber wissen wird; denn die etwaigen gemeinsamen Wurzeln paläontologisch aufzufinden, dazu besteht nicht die geringste Aussicht.

Formenverwandtschaft kann auch ohne Blutsverwandtschaft die Folge gleicher Entwickelungsgesetze sein. Je mehr Gewicht auf diese inneren Entwickelungsgesetze gelegt wird, desto nebensächlicher erscheint die Frage des genealogischen Zusammenhanges zwischen den Formergebnissen der Entwickelung. Entwickelungsreihen können je nach den äußeren Umständen bald divergent, bald konvergent, bald streckenweise parallel laufen. Organe ganz verschiedener Funktion können durch gemeinsamen Bauplan auf gemeinsamen Ursprung zurückweisen (z. B. Fledermausflügel und Menschenhand); Organe gleicher Funktion können ganz verschiedenen Ursprungs sein (z. B. das Bauchmark der Gliederthiere und das Rückenmark der Wirbelthiere). Der Uebergang von Kiemenathmung zur Lungenathmung hat sich in den verschiedensten Thierordnungen unabhängig von einander vollzogen (z. B. bei Schnecken, Gliederthieren, Fischen, Amphibien); Fische mit Doppelathmung stehen darum noch nicht genealogisch in der Mitte zwischen Fischen und Amphibien.

Haacke ist ein entschiedener Gegner der Präformation der Organe in den einzelnen Theilen des Keimes, weil diese Lehre zur Einschachtelung der Keime der Generationen ineinander und damit schließlich zu einem Schöpfungswunder der ursprünglichen Schachtelkeime, wenn nicht gar zu Schachtelatomen führt. Er bekämpft deshalb Darwin's Lehre der Pangene auch in ihrer näheren Ausgestaltung bei Weismann, zu dessen Kritik er eine lange Reihe von Journalaufsätzen[1] veröffentlicht hat.

Nicht in einem besonderen Theilchen des Keimes steckt die Sonderanlage für den entsprechenden Theil des Organismus, sondern von den ordnenden und richtenden Polaritäten der Plasmatheilchen der Nachbarschaft hängt es ab, was an jeder

[1] Aufgeführt in „Die Schöpfung des Menschen", S. 467.

Stelle aus einem Theilchen des gleichen Bildungsstoffes wird. So wird z. B. aus demselben Keimtheilchen eines Hainwindröschens ein grünes Hüllenblatt, wenn es in den Kreis der Hüllenblätter geräth, ein weißes Blüthenblatt, wenn es in den Kreis der Blüthenblätter geräth und ein Mittelding zwischen beiden, wenn es die Einflüsse beider Blattkreise erfährt, wie dies durch eine Stufenfolge abnormer Windröschenblüthen dargethan wird.

Weil Darwin und Weismann zu ihrer Annahme mosaikartig gesonderter Theilanlagen im Keim dadurch gelangt sind, daß sie die Abänderungsfähigkeit jedes kleinsten Körpertheiles unabhängig von jedem anderen als gegeben ansahen, so bekämpft Haacke auch diese Voraussetzung mit dem Hinweis darauf, daß die Korrelation aller Theile und damit das innere Gleichgewicht des Organismus durch jede Aenderung eines Theiles nach irgend welchen Richtungen hin nothwendig gestört werde und darum korrelative Aenderungen anderer Theile nach sich ziehen müsse. Wenn das auch grundsätzlich richtig ist, so können doch bei gewissen Theiländerungen, beim Ersatz eines Theiles durch einen gleichwerthigen anderen, die Störungen verschwindend klein werden.

Haacke erklärt es für eine unerwiesene Annahme Darwin's, daß Individuen auf Grund geringfügiger Einzelabänderungen überleben; selbst wenn dies der Fall wäre, so müßten die Abweichungen in der geschlechtlichen Fortpflanzung wieder erlöschen. Selbst „der Züchter kann nur die von der Natur vorgezeichneten, in der Organisation begründeten Wege einschlagen; sie sind mit unüberschreitbaren Mauern eingefaßt und theilen sich nur an wenigen Stellen, so daß nur eine nicht eben große Auswahl von Zuchtrichtungen übrig bleibt.“ „Die Natur baut auf der Grundlage, die sie sich geschaffen, nach bestimmtem Plane weiter“; ein unsicheres Tasten, wie Darwin es annimmt, kommt bei ihr nicht vor. Die Selektion Darwin's setzt die Zweckmäßigkeit als Grund des Erhaltenwerdens voraus; deshalb ist die Behauptung unsinnig, daß sie die Entstehung des Zweckmäßigen erkläre. Diese Lehre ist „unendlich bequem“ und sich einschmeichelnd für das Verständniß unreifer Jungen, Sekundaner und Apothekerlehrlinge. Aber sie ist ein „Feuerwerkslicht“ und spricht allen Naturgesetzen Hohn, weil sie den immer wiederholten Eintritt äußerst unwahrscheinlicher Fälle, nämlich des zufälligen Zusammentreffens sehr vieler gleichzeitiger, bestimmter, zu einander passender

Theilabänderungen im Organismus als wirklich voraussetzt. Der Darwinist darf wohl als Mensch die Privatansicht hegen, daß die Natur keinen Zweck habe, aber nicht als Naturforscher; denn die Naturwissenschaft greift mit solcher negativer Behauptung in ein ihr fremdes Gebiet über, in dem sie nichts mehr zu sagen hat. Der Darwinismus hat der Wissenschaft die allergrößen Dienste geleistet; „aber seit Jahren ist er nicht allein unfruchtbar geworden, sondern auch verderblich."

Nach der Verwerfung des Darwinismus bleibt uns als einzig mögliche Annahme die übrig, daß „die Stoffe, die zur Bildung von Organismen zusammentraten, von vornherein so beschaffen waren, daß der Organismus auf bestimmte äußere Einwirkungen durch bestimmte vortheilhafte Veränderungen seines Baues antworten mußte." So erklärt Haacke z. B. die Schutzfärbungen. Die glasartige Durchsichtigkeit vieler Hochseethiere, die sie weniger bemerkbar im Wasser macht, betrachtet er als Wirkung der spärlichen Nahrung der Hochsee, und beruft sich dabei auf die Hungerformen, die jung auf die Hochsee verschlagene Fische der Küstenmeere annehmen (Leptocephalen). Das Weißwerden des Pelzes im Winter und in den Polargegenden leitet er aus einer Schwächung der Haut durch die Kälte ab, in Folge deren sie unfähig wird, Pigmente aus dem Blute auszuscheiden; zur Begründung zieht er das Weißwerden der Haare an verletzten Hautstellen und den vorübergehenden Albinismus junger Thiere an. Die Schutzfärbung der Schmetterlinge nach Maaßgabe des gefärbten Grundes, auf dem die Raupen vor der Verpuppung gesessen haben, sucht er nach Analogie der Farbenphotographie verständlich zu machen.

Nägeli's Vervollkommnungsprincip deutet Haacke als Streben nach Gleichgewicht; und zwar unterscheidet er das Streben nach dem inneren Gleichgewicht der Theile des Organismus und dasjenige nach äußerem Gleichgewicht des Organismus mit seiner Umgebung. Ersteres entspricht der Steigerung der Organisationshöhe, letzteres der Anpassung an die äußeren Umstände. Da er nur zwei Wissenschaften, Mathematik und Psychologie, gelten läßt, so kann der Begriff des Gleichgewichtsstrebens als allgemeiner Ausdruck für die Tendenz der Selbsterhaltung gegen Störungen dienen. Er reicht aber doch nicht aus, um verständlich zu machen, warum unter den vielen möglichen Gleichgewichtszuständen in einem verwickelten organischen Gebilde

gerade ein bestimmter gewählt wird und warum das Gleichgewichtsstreben bald Verbindung bald Zerfall, bald Individualisirung, bald Homogeneïsirung, herbeiführt. Der Begriff giebt wohl eine Bedingung an, die bei allem Geschehen erfüllt werden muß, läßt aber noch zu viel Möglichkeiten offen. Außerdem vermag er nicht begreiflich zu machen, wie das Streben nach möglichst stabilem Gleichgewicht den Organismus zu etwas andern als dem Tode führen kann, da das Leben nur so lange besteht, als labile Gleichgewichtszustände einander ablösen.

Haacke erkennt auch sehr wohl, daß ein bloß physikochemisches Gleichgewicht im Organismus nicht ausreicht, daß es ordnender und richtender Kräfte, regulativer Principien bedarf, wenn Wachsthum und Leben ohne mosaikartige Präformation der Keimtheilchen möglich sein soll. Unter der Voraussetzung, daß nur unorganische materielle Kräfte im Organismus walten, sucht er diese richtenden Kräfte in den Polaritäten der hypothetischen submikroskopischen Plasmakrystalle (Gemmen) und ihrer Gruppirungen (Gemmarien). Wie die Gestalt jedes Krystalls durch die chemische Substanz bestimmt wird, aus der er besteht, so soll auch die Form des Organismus durch die chemische Substanz des Plasma mittelbar bestimmt werden, nämlich durch die polaren Kräfte ihrer Krystalle und Krystallbäume. Haacke bringt damit alle mechanischen Versuche der Erklärung des Lebens auf ihren reinsten und konsequentesten Ausdruck. Er weiß aber, daß seine Hypothese mit der Annahme steht und fällt, daß das Plasma eine chemisch einfache Substanz, kein Stoffgemenge ist, und daß diese Annahme den herrschenden Ansichten zuwiderläuft. Haacke müßte daraus folgern, daß, wenn diese herrschenden Ansichten richtig sind, eine mechanistische Erklärung der Lebenserscheinungen überhaupt unmöglich ist. Sein Gleichgewichtsprincip ruht für die organische Natur auf den hypothetischen Plasmakrystallen und diese auf einer Ansicht über das Plasma, die heute wohl keine Aussicht mehr hat, Zustimmung zu finden. Auch seine Ausführungen über den einheitlichen, von ihm im Plasma gesuchten Vererbungsstoff[1] dürften die Aussichten seiner rein chemischen Vererbungstheorie zu heben nicht im Stande sein. Er hat entschleiert, was bei Nägeli, Kölliker und Eimer in Dunkel gehüllt blieb, auf wie schwachen Füßen die Epigenesis-

---

[1] Grundriß der Entwickelungsmechanik, S. 158—172.

lehre steht, wenn sie mit physiko-chemischen Kräften und Gesetzen auskommen will.

17. Wandelungen in der Auffassung des Korrelationsgesetzes.

Während die Korrelationen der Theile im Organismus vor Darwin ausschließlich unter dem Gesichtspunkt morphologischer Systematik betrachtet worden waren, suchte Darwin den Gesichtspunkt der physiologischen und genealogischen Entwickelung auch bei ihnen durchzuführen und drängte dabei den der morphologischen Systematik ganz bei Seite. Je mehr man neuerdings davon abgekommen ist, jede systematische Formverwandtschaft sofort als genealogische Verknüpfung zu deuten, desto mehr mußte auch die Korrelation der Theile als eine systematische Erscheinung wieder Beachtung finden. Während Darwin nur gleichsam widerwillig zu dem Korrelationsgesetz als einem letzten Nothbehelf griff, wenn alle anderen Hülfsprincipien zu versagen schienen, muß das Korrelationsgesetz unter dem Gesichtspunkt gesetzmäßiger innerer Bestimmtheit aller organischen Gestaltungen sich zu dem Range eines obersten Gesetzes erheben, das sowohl die parallele, als auch die divergente und konvergente Entwickelung in neben einander herlaufenden Abstammungsreihen beherrscht, also auch wohl für die Entwickelung in geradliniger Descendenz maaßgebend sein dürfte.

Eine interessante Studie „Über die Bedeutung des Princips der Korrelation in der Biologie" hat Em. Rádl im Jahre 1901 im „Biologischen Centralblatt" No. 13—19 veröffentlicht, die die Größe des Umschwungs der Ansichten deutlich zeigt. Felix Vicq d'Azyr (1748—1794) hatte zuerst auf die Einheit des Baues der Thiere Gewicht gelegt; Bonnet und Buffon hatten die Einheit des Bauplans morphologisch durchgeführt. Cuvier, Geoffroy St. Hilaire und Goethe gehen ebenfalls von dem Grundgedanken aus, daß jedes Thier eine gesetzmäßige Einheit ist, deren Theile also auch nicht unabhängig von einander vorkommen und variiren können. Sie kümmern sich nur um zeitlose morphologische Typen, nicht um die physiologischen Funktionen, durch die sie verwirklicht werden. Cuvier betont die Möglichkeit, von einer Eigenschaft auf das Vorhandensein einer anderen, beständig mit ihr verknüpften zu schließen, Geoffroy St. Hilaire, die Einheit des Bauplans, die er zu einer solchen des ganzen Thierreichs überspannt.

C. F. Wolf lehrt die morphologische Verwandschaft der Blattgebilde (Kelch, Krone, Staubfäden); Goethe fügt als seine Entdeckung hinzu, daß alles im beständigen Fluß der Veränderung sei, der in periodischen Zusammenziehungen und Ausdehnungen verlaufe (Blatt breit, Kelch eng). Aber nicht der Fluß der Veränderungen, nicht die Zeitfolge der Erscheinungen ist es, was ihn interessirt, sondern das Beständige, das hinter ihnen feststeht, die die zeitlosen Ideen, die sich in ihnen zeitlich entfalten, die Urpflanze und das Urthier, die nirgends existirt haben, sondern bloße Ideen sind. Die Korrelation der Organe denkt Goethe nur als eine solche nach ihrer Größe, nicht nach ihrer Form, als konstantes Größenverhältniß nicht als kausale Wechselwirkung. Der Gedanke der gelegentlichen Entstehung einer Art aus einer anderen ist ihm nicht fremd, erregt aber nicht sein Interesse, zieht für ihn keine Konsequenzen nach sich und ist noch weit entfernt von dem Glauben an einen gemeinsamen Stammbaum der Organisation.

Darwin's Interesse ist ganz auf die Veränderung, die Funktion, die Ursachen der Formentstehung, kurz auf die Entwickelung gerichtet. Demgemäß betrachtet er die Korrelation wesentlich als korrelative Variation im Sinne einer Abweichung vom gegebenen Typus. Nach der morphologischen Korrelation in verschiedenen Typen fragt Darwin ebenso wenig wie nach der in der normalen Entwickelung eines Typus. Er führt nur solche Thatsachen genauer an, die in seine evolutionistische Betrachtungsweise passen. Wie weit die von ihm angenommenen Ursachen der korrelativen Veränderung richtig und erschöpfend sind, bleibt streitig. Anfänglich hat er die Bedeutung der Korrelationen unbillig herabgedrückt, später hat er sie mehr anerkannt.

Soweit bei Roux Korrelationen vorkommen, sollen sie als aus Entwickelungsmechanik (Druck und Zug) entstandene erklärt werden. Bei Weismann haben sie neben der Mosaiktheorie der Sonderanlagen im Keim und neben der Allmacht der Naturzüchtung keinen Platz mehr.

Rádl sucht nun der Darwin'schen Aufstellung gegenüber die ältere morphologische wieder zur Geltung zu bringen, aber nicht um die eine durch die andere zu verdrängen, sondern um die Berechtigung beider und die Nothwendigkeit ihrer Verknüpfung darzuthun. Ueberall, wo man durch Vergleichung zu allgemeinen Begriffen gelangt, wo man also aus der Mannigfaltigkeit der Er-

scheinungen eine Gruppe zusammenfaßt und heraushebt, ist das Verhältniß der Begriffstheile oder der Merkmale in der Erscheinungsgruppe zu einander korrelativ. Im konkreten Falle handelt es sich darum, ob der Begriff „natürlich" ist, d. h. ob die Erscheinungen naturgemäß gruppirt und zusammengefaßt sind. Um die Korrelation auch in nicht oder unvollständig beobachteten Fällen zu verbürgen, muß der Begriff Gesetzeskraft haben, d. h. das als zusammengehörig Vorgestellte muß in der Natur auch wirklich beständig zusammen vorkommen. Das thut er nur soweit, als er rein typische Merkmale oder Artmerkmale umfaßt und die individuellen Abweichungen unberücksichtigt läßt. In einem richtig gebildeten Artbegriff sind die von ihm umspannten Merkmale untereinander korrelativ. Individualmerkmale können innerhalb der Art stärker gegen einander variiren als Artmerkmale, diese wieder relativ stärker als Gattungsmerkmale. Der Korrelationswerth zweier Merkmale gegen einander ist also im Individuum kleiner als in der Art, in dieser wieder kleiner als in der Gattung, d. h. er deckt sich mit seinem systematischen Werth. Die Korrelation der Artmerkmale zu einander entspricht in der organischen Natur der Korrelation der Variablen einer Gleichung zu einander oder ihrer Abhängigkeit von einander in der unorganischen Natur. Die Abhängigkeit in der organischen Natur ist nur nicht so einfach durch mathematische Formeln auszudrücken, weil die Verhältnisse in ihr viel verwickelter sind als in der unorganischen Natur.

Kausal betrachtet stellt sich die korrelative Form als Wirkung der physiologischen Funktionen dar, die sie hervorgebracht haben; teleologisch betrachtet ist dagegen die korrelative Form das Endziel, dem die Funktionen zustreben und das immanente Gesetz, das sie beherrscht. Die ältere Naturbetrachtung, die auch den teleologischen Gesichtspunkt einschloß, vermochte deshalb auch den morphologischen Korrelationen leichter gerecht zu werden; die seit zwei Menschenaltern herrschende Richtung dagegen, die von der Teleologie nichts wissen will, schloß die Augen soweit als möglich gegen die morphologischen Korrelationen, um nicht durch sie unwillkürlich zu einer Anerkennung auch des teleologischen Gesichtspunkts in der Naturbetrachtung hingedrängt zu werden. Eine unbefangene Naturauffassung, die beiden Gesichtspunkten die ihnen zukommende Bedeutung wieder einzuräumen willig ist, wird darum ganz von selbst auch zu einer

Synthese der morphologischen und physiologischen Seite der Korrelation gelangen, und von einem Korrelationsgesetz statt von bloßen korrelativen Ergebnissen sprechen können.

18. R. v. Wettstein.

Wettstein gehört nicht zu den unbedingten Gegnern der Zuchtwahllehre; um so mehr verdienen seine Argumente für den Neulamarckismus Beachtung, wie er durch Spencer, Nägeli, Eimer, Kassowitz ausgestaltet ist und unter den Paläontologen und Botanikern (z. B. Klinge, Pfeffer, Wiesner, Solms-Laubach, Warming, Henslow, Errera, Costantin, Focke, Reinke) immer mehr Verbreitung findet. Wettstein ist dadurch zum Neulamarckismus gelangt, daß sich ihm in bestimmten Fällen bei genauerer Untersuchung die Erklärung durch Selektion nicht stichhaltig erwies, die in anderen Fällen zutreffend sein mag. Er glaubt an Neubildung von Formen sowohl durch Selektion, als auch durch Anpassung, als auch und insbesondere durch Zusammenwirken beider. Von der Selektion glaubt er ebenso wie von der Mutation und Kreuzung, daß sie nur die Mannigfaltigkeit der Formenwelt auf bestimmter Organisationsstufe vermehren, aber nicht die Organisationshöhe steigern können. Diese Leistung schreibt er insbesondere der direkten Anpassung im Sinne des Neulamarckismus zu, insofern sie eine Umgestaltung und Differenzirung zunächst der funktionirenden Organe herbeiführt, korrelativ aber auch die nicht funktionirenden beeinflußt und zuletzt Anpassungsmerkmale in Organisationsmerkmale hinüberleitet. Nur die für die Funktion gleichgültigen Organisationsmerkmale, z. B. die Zahl gleicher Organe, kann von direkter Anpassung ebensowenig beeinflußt werden wie von der indirekten Anpassung vermittelst der Zuchtwahl.

Der Neulamarckismus vereinigt in seinem Princip der direkten Anpassung das Lamarck'sche Princip des Gebrauchs und Nichtgebrauchs und das Hilaire'sche Princip des Einflusses äußerer Umstände. Diese beiden Principien stellen sich nur so lange gesondert dar, als man allein in dem ersteren ein aktives, in dem letzteren ein bloß passives Princip erblickt. Sobald man sich klar macht, daß einerseits eine veränderte Gebrauchsweise nur unter veränderten äußeren Umständen eintreten kann, und daß andrerseits die äußeren Umstände immer nur durch die Reaktionsweise des Organismus auf sie eine biologische Bedeutung gewinnen

können, fallen beide in das Princip der direkten Anpassung zusammen. In beiden Fällen erscheint nun die direkte Anpassung als funktionelle Anpassung, d. h. als Aenderung zunächst der Funktion bei gleichbleibendem Organ und sodann Aenderung des Organs durch dauernden Einfluß der veränderten Funktion. Das Princip Lamarck's bezog sich nur ursprünglich mehr auf die größeren Organe vielzelliger Organismen (z. B. die Gliedmaßen als Bewegungsorgane), das St. Hilaire'sche Princip mehr auf die Funktionen der einzelnen Zellen in ihrer Reaktion gegen klimatische und sonstige Veränderungen der Umgebung. Letzten Endes beginnt aber auch im ersteren Falle die Aenderung des ganzen Organs mit submikroskopischen Aenderungen seiner Zellen, und auch im letzteren Falle tritt die Aenderung vieler Einzelzellen als makroskopische Aenderung des Organismus in die Erscheinung. Es ist nur zu beachten, daß nicht jede Reaktion auf veränderte äußere Umstände eine Anpassung ist, sondern nur insoweit als sie eine zweckmäßige Aenderung der Funktion darstellt, die demgemäß auch eine zweckmäßige Aenderung des Organs im Gefolge hat. Zur Umbildung der Organismen kann die direkte Anpassung nur führen, wenn die erworbenen Abänderungen vererbbar sind; um diesen Punkt dreht sich deshalb hauptsächlich der Streit, während die Thatsache einer direkten Anpassung nur von Wenigen bezweifelt wird.

In exakter Weise ist die direkte Anpassung durch Bonnier bewiesen, der die Theilstücke von Pflanzenstöcken verschiedenen Kulturbedingungen aussetzte. Neues kann auf diesem Wege nicht hervorgebracht werden, sondern nur Modifikationen oder Umgestaltungen schon vorhandener Eigenthümlichkeiten. Selten wird dabei nur Eine Eigenschaft verändert, in der Regel mehrere zugleich, die korrelativ mit einander verbunden sind. Einige Arten zeigen eine große Schmiegsamkeit der Anpassung, andere eine auffallende Starrheit.

Indirekte Beläge für die Vererbung von Anpassungsmerkmalen sind die Vertheilung jüngst entstandener Pflanzenarten auf sich ausschließende Areale, die erbliche Konstanz der nicht hybriden Uebergangsformen, durch die stellvertretende Arten an den Grenzen ihrer Gebiete mit einander verbunden sind, das Bestehen ernährungsphysiologischer Rassen, z. B. Kalk- und Kieselformen gleicher Typen, Schmarotzerpilze, ferner die Konvergenzerscheinungen der Organismen verschiedenster systematischer

Stellung unter gleichen Lebensbedingungen, endlich die durch Generationen fortschreitende Verkümmerung der Organe beim Nichtgebrauch. Die direkten Beweise sind bis jetzt noch spärlich; doch führt Wettstein folgende Beobachtungen als solche an. Kulturen von Spaltpilzen durch lange Generationen hindurch unter bestimmten Vegetationsbedingungen bringen Eigenthümlichkeiten hervor, die erblich festgehalten und erst durch entgegengesetzte Anpassungsvorgänge wieder abgestreift werden. Bei einzelnen Hefepilzarten kann so die Sporenbildung durch hohe Temperaturen unterdrückt werden, und die so erzielten Abarten bilden auch unter normalen Kulturbedingungen zunächst keine Sporen mehr. Die einzelligen Organismen zeigen also eine dauernde Umstimmung durch direkte Anpassung, die sich bei den Zelltheilungen erhält. Aber auch für vielzellige Organismen ist die Erblichkeit dargethan, z. B. von Hunger und Errera für höhere Pilze (Aspergillus albus und niger). Getreidearten, Lein und Waldbäume zeigen in verschiedenen Klimaten und Höhenlagen die Vegetationsdauer ihren Standorten angepaßt; ihre Samen halten auch bei der Versetzung in andere Gegenden diese Angepaßtheit, d. h. die Vegetationsdauer ihrer Vorfahren zunächst erblich fest. Die großblüthige Enziane der Alpen (Gentiana acaulis) stammt durch Konvergenz von mehreren verwandten aber morphologisch deutlich verschiedenen Arten ab, deren Unterschiede aber für ihre dekorative Wirkung nicht in Betracht kommen und deshalb von den Gärtnern nicht beachtet wurden. Gleichwohl hat sich diese Gentiana acaulis in den Alpenpflanzenanlagen unserer Gärten zu einem von den wildwachsenden Arten morphologisch stark abweichenden Typus entwickelt, ohne daß natürliche oder künstliche Zuchtwahl dabei im Spiele war, also durch direkte Anpassung.

Wenn solche Ansichten sogar von solchen vertreten werden, die wie Wettstein gar nicht die Absicht haben, die positive Leistungsfähigkeit der Zuchtwahl zu bestreiten, so werden sie noch mehr Bedeutung erlangen in den Augen derer, die der Zuchtwahl nur eine negative Rolle zuschreiben oder ihr überhaupt jede Leistungsfähigkeit absprechen. Nur in einem Punkte wird man Wettstein nicht beipflichten können, nämlich wenn er behauptet, daß die direkte Anpassung das einzige Mittel zur Steigerung der Organisationshöhe sei. Denn wenn schon die Häufung kleinster Abänderungen durch funktionelle Anpassung mit der Zeit phy-

siologische Anpassungsmerkmale in morphologische Organisationsmerkmale überführen kann, so ist es doch für viele Organisationsmerkmale (und zwar gerade für die konstantesten, systematisch wichtigsten, aber physiologisch indifferentesten) ausgeschlossen, daß sie auf diesem Wege entstanden sein können. Gerade für sie eröffnet die sprunghafte Mutation eine Möglichkeit der Entstehung, wenn auch solche Fälle, die ihrer Natur nach nur sehr selten vorkommen werden, bis jetzt nicht beobachtet sind, und vielleicht niemals zur Beobachtung gelangen werden. Es liegt aber in der sprunghaften Mutation oder Heterogonie kein Grund, warum sie nur auf Vermannigfaltigung der Formen innerhalb der bestehenden Organisationsstufe beschränkt sein sollte. Vielmehr ist der Eintritt eines völlig Neuen von ihr viel eher zu erwarten als von der funktionellen Anpassung, die sich immer an das Gegebene anklammert und auf möglichst geringe Modifikationen desselben beschränkt.[1]

19. Kassowitz.

Max Kassowitz zeigt sich im zweiten Bande seiner „Allgemeinen Biologie“ (Wien 1899) als entschiedenster Gegner des Darwinismus und Anhänger des Neulamarckismus. „Die Ohnmacht der Naturzüchtung“ scheint ihm gleich evident, mag man die Auslese auf sprunghafte oder auf allmähliche kleinste Abänderungen beziehen. Im ersteren Falle kann die Selektion nichts zur Entstehung der zweckmäßigen neuen Formen und Organanpassungen beitragen, weil diese ohne Selektion mit einem Schlage hervortreten. Im letzteren Falle dagegen können kleinste Abänderungen nichts dazu beitragen, die einen zu vernichten und die andern vor dem Untergang im Daseinskampf zu schützen. Es sind nicht die minderwerthigen Häringe und Weichthiere, die in unsere Häringstonnen oder in die Walfischmägen gerathen. Wo verschiedene Rassen mit einander in Wettbewerb treten und eine die andere verdrängt, z. B. die Wanderratte die Hausratte, da vollzieht sich dieser Vorgang ohne Abänderung beider. Die künstliche Zuchtwahl bezieht sich nicht auf Rassen, sondern auf

---

[1] R. v. Wettstein, Der Neulamarckismus und seine Beziehungen zum Darwinismus, Jena 1903; derselbe, Ueber directe Anpassung (im Almanach der Wiener Akademie 1902); derselbe, Der gegenwärtige Stand unserer Kenntnisse betreffend die Neubildung von Formen im Pflanzenreich (im Ber. d. deutsch. bot. Ges. 1900, Bd. XVIII).

Individuen, und hier wird oft „Kampf ums Dasein“ genannt, was doch nur Abhängigkeit der Individuen von ihren äußeren Lebensbedingungen ist. Die Rückbildung kann nur auf Vererbung der durch Nichtgebrauch erworbenen Abänderungen bezogen werden.

Die Schutz- und Trutzfärbung ist kein Beweis der natürlichen Zuchtwahl. Auffallend gefärbte Raupen werden nach Plateau's Versuchen von zahlreichen Thieren gern gefressen. Nach Döderlein giebt es Nachtschmetterlinge von gleicher Tracht wie Tagfalter desselben Gebiets, also Aehnlichkeit ohne Schutzwirkung. Manchmal ist auch die nachgeahmte Form thatsächlich gar nicht geschützt, wie man geglaubt hatte. Die Behauptungen stimmen zum einen Theil nicht mit den Thatsachen und haben zum andern Theil nicht die Bedeutung, die ihnen von den Anhängern der Selektionstheorie zugeschrieben wird. Soweit ein Schutz durch Färbung wirklich besteht, setzt er bei den Verfolgern eine instinktive Scheu voraus, und diese kann nur durch Vererbung aus gemachten üblen Erfahrungen entstanden sein, beruht also auf der Vererbung erworbener Eigenschaften. Insoweit die Schutzfärbungen sich durch allmähliche Steigerung entwickelt haben, können die ersten Stufen keinen Selektionswerth gehabt haben, sondern müssen aus andern Ursachen entstanden sein. Es hindert aber nichts, anzunehmen, daß dieselben Ursachen, die ohne Selektion die ersten Stufen hervorgebracht haben, auch die späteren hervorbringen konnten, selbst wenn keine Selektion mitgewirkt hätte.

Der Züchter wählt sich die Individuen zur Nachzucht aus, die Natur kann dies nur dadurch, daß sie die nicht zur Fortpflanzung bestimmten tödtet, ehe sie zur Fortpflanzung gelangen. Der Kampf ums Dasein genügt aber keineswegs, um den einen Theil der Individuen, die eine kleinste Abänderung nicht besitzen, zu tödten, oder gar vor bewirkter Fortpflanzung zu tödten. Der Züchter verhindert das Wiedererlöschen der entstandenen Abänderungen durch Kreuzung, indem er die Individuen absondert; der Natur stehen in der Regel solche Mittel nicht zu Gebote. Aus beiden Gründen kann die künstliche Zuchtwahl nicht auf die Natur übertragen werden. Nur bei der geschlechtlichen Zuchtwahl findet wirklich Wahl statt; deshalb wäre hier im Princip eine Zuchtwahl möglich. Die Erfahrung spricht jedoch nicht sehr für ihre Wirklichkeit. Nach Haacke pflanzen sich junge Hirsche mit wenig Geweihzacken mindestens ebenso fort wie alte Sechs-

zehnender. Nach Standfuß spielt die größere oder geringere Farbenpracht der Schmetterlinge bei der Auswahl zur Paarung ganz sicher keine Rolle. Dieselben Einflüsse der Wärme, Feuchtigkeit, Belichtung, Nahrung u. s. w. können beide Geschlechter derselben Art verschieden beeinflussen und demgemäß verschiedene Zeichnung und Färbung hervorrufen, so daß die Beihülfe der geschlechtlichen Zuchtwahl ziemlich überflüssig erscheint. Jedenfalls würde die Wirksamkeit derselben nur unter der Voraussetzung möglich sein, daß individuelle Erwerbungen vererbbar sind. Denn wenn eine Abänderung in sekundären Geschlechtsmerkmalen stattfindet, so muß, damit sie für die Wahl von Einfluß werden kann, gleichzeitig im andern Geschlecht eine Aenderung des Geschmacks eintreten, weil andernfalls die dieser Abänderung ermangelnden Individuen noch ebenso gut wie vor Eintritt jener Abänderung zur Fortpflanzung gelangen würden. Eine solche Geschmackänderung ist aber nicht wohl anders zu verstehen als durch Anpassung an die vorgefundene Abänderung und allmähliche befestigte Vererbung dieser erworbenen Anpassung.

Wenn nun natürliche und geschlechtliche Zuchtwahl nicht im Stande sind, stammesgeschichtlich fortschreitende Anpassungen zu erklären, so ist die Hypothese einer Vererbbarkeit erworbener Merkmale unentbehrlich. Damit ist nicht gesagt, daß alle erworbenen Merkmale vererbbar sein müssen; die Nichtvererbbarkeit gewisser, z. B. Verstümmelungen kann deshalb auch nichts gegen die Vererbbarkeit anderer, z. B. der Reflexmechanismen in den Centralorganen, beweisen. Kassowitz führt eine Reihe von Erscheinungen an, die sich sehr leicht und natürlich durch Vererbung erworbener Eigenschaften erklären, aber nur künstlich und gezwungen mittelst anderer Hülfshypothesen deuten lassen.

Die Kuhpocken sind nach neueren Experimenten durch Uebertragung der echten Menschenpocken auf Rinder vermittelst Anpassung der unbekannten Erreger an die veränderten Lebensbedingungen entstanden. Diese erblich gewordenen Abänderungen behält er auch bei der Rückübertragung auf Menschen (Schutzpocken). Nach Darwin haben europäische Hunde in Neuguinea im Laufe von drei bis vier Generationen die auffallendsten Veränderungen der Behaarung, Ohrengestalt, Stimme u. s. w. erlitten. Unsere Schafe verlieren in tropischen Gegenden in wenigen Generationen ihre Wolle. Nach Wallace kommen englische Merinoschafe in Indien nicht fort, wenn sie unmittelbar überführt

werden, wohl aber wenn sie erst einige Generationen hindurch im Kapland gezüchtet werden. Es müssen also die im Kapland erworbenen Anpassungen in wenigen Generationen erblich hinreichend befestigt sein, um dann in Indien den Fortbestand zu ermöglichen. Selten sind die äußeren Einflüsse der Art, daß sie zugleich das Keimplasma unmittelbar betreffen, wie dies z. B. bei der Temperatur für Kaltblüter der Fall ist. Bei der Belichtung größerer Thiere ist dies entschieden ausgeschlossen.

Die Pigmentlosigkeit der Flachfische ist eine Folge der mangelnden Belichtung, wie aus dem Wiederauftreten des Pigmentes bei naturwidriger Haltung der ausgewachsenen Thiere folgt. Der Pigmentmangel ist also offenbar eine erworbene Eigenschaft; sie ist aber erblich geworden, weil sich durch künstliche Belichtung der Unterseite von jugendlichen Thieren das Verschwinden des Pigments bei weiterem Wachsthum nicht verhindern ließ, wenn es auch schließlich in Folge fortgesetzter Belichtung wieder erschien. Das Herumstellen des zweiten Auges auf die Oberseite ist ebenfalls ein Vorgang, der nur auf ein Mal durch Gebrauch im Jugendzustand gewonnen werden konnte, weil eine allmähliche Verschiebung des Auges nutzlos gewesen wäre. Ohne Vererbung des Ergebnisses der so erworbenen Anpassung würde die Selektion außer Stande sein, auch nur zur Befestigung dieses Merkmals mitzuwirken, wie Darwin annimmt.

Dasselbe gilt für die instinktive Scheu der Thiere vor dem Menschen, die sie auf unbewohnten Inseln bei ihrer ersten Bekanntschaft mit dem Menschen noch nicht besitzen, bald aber durch Erfahrung und Anpassung im Laufe weniger Generationen erwerben. Im Allgemeinen sind etwa drei bis vier Generationen nöthig, um bei der Thierzähmung das Ergebniß der Erziehung zu befestigen und die wilden Instinkte zu unterdrücken. Junge Schäferhunde treiben ohne Dressur die Herde durch Umkreisen, ein von ihren zahmen Vorfahren erworbener Instinkt, den ihre wilden Ahnen sicher nicht besaßen. Durch Verhinderung des Wildschweins am Wühlen passen sich seine Muskeln und Schädelknochen diesem Nichtgebrauch so an, daß in wenigen Generationen das Profil sich wesentlich ändert. Die Reflexmechanismen der Centralorgane entwickeln sich bei Thierarten mit gleichmäßiger Lebensweise in allen Individuen ziemlich gleichmäßig, so daß die Selektion keine Angriffspunkte findet. Hier kann nur die Vererbung des Erworbenen eintreten. Auch die fortschreitende

Entwickelung der Geistesanlagen in der Menschheit bleibt ohne die Vererbung der erworbenen Eigenschaften ein unbegreifliches Wunder.

Brown-Sequard, Obersteiner, Westphal, Luciani, Dupuy und Romanes haben durch zahlreiche Versuche erwiesen, daß die durch Verletzungen des Dorsalmarks oder Hüftnerven erworbene Epilepsie und andere Folgeerscheinungen (wie Verlust brandig gewordener Zehen) sich etwa bei zwei Dritteln der Versuchsthiere vererbten, bei unverletzten Kontrolthieren aber niemals auftraten. Weismann deutet diese Thatsache als Uebertragung eines eingeimpften hypothetischen Epilepsie-Bacillus auf die Nachkommen mittelst der Keimstoffe. Dagegen ist aber geltend gemacht worden, daß ein solcher Bacillus noch nicht erwiesen ist, daß er überall gegenwärtig sein müßte, wo solche Versuche angestellt werden, daß ein solcher Bacillus auch von andern vorgeschrittenen Stellen als vom Dorsalmark zum Gehirn vordringen müßte, daß die Defekte bei den Nachkommen immer an denselben Körperstellen wie bei den Vorfahren auftreten, vor allem aber daß auch ohne Wunde, durch Schlag auf den Kopf oder durch subkutane Zerquetschung des Hüftnerven dieselben erblichen Erscheinungen hervorgerufen werden, ohne daß dem hypothetischen Bacillus eine Eingangspforte eröffnet worden wäre.

Kassowitz behauptet, daß gerade solche individuellen Anpassungen besondere Neigung zeigen werden, in erbliche Eigenschaften überzugehen, bei denen möglichst zahlreiche Nervenmechanismen betheiligt sind. Er bekennt sich nach alledem mit entschiedener Ueberzeugung zu Lamarck's Lehre und schreibt Darwin wesentlich das Verdienst zu, durch seine irrthümliche Zuchtwahllehre das Publikum für das Verständniß der Lehre Lamarck's vorbereitet und empfänglich gemacht zu haben. Alles, was Darwin der Entwickelungslehre Lamarck's hinzugefügt hat, erklärt er für unhaltbar, und sieht in dem Ersatz des Schöpfungsbegriffes durch den anthropomorphischen Begriff der Naturzüchtung nur einen Rollenwechsel unter unmöglichen Voraussetzungen.[1]

20. Fleischmann, O. Hertwig, Plate, Ziegler.

Fleischmann zählte zehn Jahre lang zu den begeisterten Jüngern der Abstammungslehre, fing dann aber bei dem ver-

[1] Vergl. Kassowitz, Die Krisis des Darwinismus (in der „Zukunft“ vom 15. Februar 1902).

gleichenden Studium der Raubthiere und Nagethiere an, die Richtigkeit des biogenetischen Grundgesetzes zu bezweifeln, wandte sich allmählich immer mehr von ihr ab und verwirft sie jetzt als einen Ergebnisse und Aufklärung vortäuschenden Roman.[1] Er erklärt es für unzulässig, aus der Keimesgeschichte Rückschlüsse auf die Stammesgeschichte zu ziehen, wie Haeckel will, weil in der Keimesgeschichte sämmtlicher Thiertypen, besonders aber der Säugethiere, viel mehr Zeitverschiebungen (Verfrühungen und Verspätungen) und Ortsverschiebungen (Lageveränderungen) als wahre Rekapitulationen vorkommen. Der Furchungsproceß der Eizelle folgt im Thierreich nicht einem einzigen Schema; bei jeder Art und jedem Organisationstypus beginnt er an einem anderen Objekt, d. h. an einer verschiedenartig beschaffenen Eizelle und läuft in abweichender Weise ab. An den jüngsten Embryonen sind die specifischen Merkmale der Thierarten ebenso deutlich ausgeprägt, wie sie es etwa an den Eiern der Vogelarten für den Blick eines Kenners sind. „Ohne Bezug auf Ahnenformen folgen die Eistadien in formaler und physiologischer Korrelation auf einander und bestätigen dadurch für die Embryonalzeit die Herrschaft gemeinsamer Stilregeln im Wirbelthierkreise."

Oskar Hertwig spricht sich ähnlich über Haeckel's biogenetisches Grundgesetz aus; auch er geht von der mechanischen Wiederholung der Vorfahrenreihe auf allgemeine Gesetze zurück, von denen die organische Entwickelung ebensowohl in der Keimesgeschichte wie in der Stammesgeschichte beherrscht wird.[2] Weil gewisse Formzustände die nothwendigen Vorbedingungen liefern, unter denen allein die nächst höhere Stufe der Keimesgeschichte sich hervorbilden kann, nur darum kehren sie mit so großer Konstanz wieder. Wir müssen den Ausdruck „Wiederholung von Formen ausgestorbener Vorfahren" fallen lassen und dafür setzen: Wiederholung von Formen, welche für die organische Entwickelung gesetzmäßig sind und vom Einfachen zum Komplicirten fortschreiten." Die Keimstufen mögen morphologisch gewissen stammesgeschichtlichen Entwickelungsstufen entsprechen; aber physiologisch nach ihrer submikroskopischen Struktur, die ihren eigentlichen Inhalt ausmacht, sind sie etwas ganz anderes. Die Urzelle einer stammesgeschichtlichen Reihe ist möglichst

---

[1] Albert Fleischmann, Die Descendenztheorie. Gemeinverständliche Vorlesungen über den Auf- und Niedergang einer Hypothese. Leipzig 1901.

[2] Die Zelle und die Gewebe. Zweites Buch, Jena 1898.

einfach und anlagenleer; die Eizelle eines höheren Thieres dagegen enthält alle Anlagen für den verwickelten Bau des fertigen Organismus in sich. Das Gleiche gilt für jede andere morphologisch analoge Stufe der Stammes- und Keimesentwickelung. Aus der Keimesentwickelung dürfen wir nur so viel nach Analogie schließen, daß die Stammesentwickelung gleich ihr nicht ein Spiel von Zufälligkeiten, sondern ein nach innerer Nothwendigkeit verlaufender gesetzmäßiger Proceß sein dürfte.

In der That ist die Anerkennung des Satzes, daß gleiche organische Einrichtungen bei fertigen Organismen ebensowohl die Folge gleichlautender gesetzmäßiger Entwickelungsprocesse wie diejenige der Blutsverwandtschaft sein können, sehr geeignet zur Vorsicht auch in der Anwendung des biogenetischen Grundgesetzes zu mahnen. Nicht nur kann eine Keimesgeschichte auf eine völlig unbekannte Stammesgeschichte zurückweisen, die ohne Blutsverwandtschaft mit den uns bekannten Stammesgeschichten mehr oder weniger parallel verlief, sondern es kann auch der morphologische systematische Parallelismus zwischen Keimesentwickelung und Stammesentwickelung mehr oder weniger an Stelle der genealogischen Rekapitulation treten. Ja sogar die die ganze Vererbung der stammesgeschichtlichen Vorstufen auf die Stufen der Keimesentwickelung kann da, wo sie besteht, ausschließlich durch das Walten der gleichen Entwickelungsgesetze in beiden vermittelt sein, so daß das Problem der stammesgeschichtlichen Vererbung erst durch sie seine wahre Lösung erhält.

Diese Seite der Frage findet bei Fleischmann keine Beachtung. Plate hat daher ihm gegenüber Recht, wenn er sagt: „Das biogenetische Gesetz besteht also in vielen Fällen zu Recht, wenngleich es kein „Grundgesetz“ ist, sondern nur einen beschränkten Kreis von Thatsachen umfaßt.“[1] Fleischmann schüttet das Kind mit dem Bade aus; d. h. indem er Darwin und Haeckel bekämpft, verwirft er auch die Abstammungslehre in dem irrigen, mit den Darwinisten getheilten Glauben, daß die Abstammungslehre mit der Zuchtwahllehre untrennbar verwachsen sei. Für ihn hängt die Richtigkeit der Abstammungslehre davon ab, daß man für alle größeren Formengruppen Zwischenformen nachweisen kann. Demgegenüber stellt Plate fest, daß keine That-

[1] L. Plate, Ein moderner Gegner der Descendenzlehre. Im biologischen Centralblatt 1901, Bd. XXI, No. 5 und 6.

sache der Paläontologie gegen, sehr viele aber für die Abstammungslehre Zeugniß ablegen, daß man in den letzten 15 Jahrgängen der zoologischen Zeitschriften des In- und Auslands so gut wie keine principiellen Gegner der Abstammungslehre finden wird, daß vielmehr mindestens 95 % der selbständig forschenden Biologen auf ihrem Boden stehen.

Fleischmann gesteht der Abstammungshypothese zu, daß sie eine anregende Wirkung ausgeübt habe, behauptet aber, daß sie zu alt geworden sei, und daß in vorläufiger Ermangelung einer neuen das Geständniß unserer Unwissenheit besser sei als das Festhalten am unhaltbar Gewordenen. Plate bemerkt dagegen mit Recht, Fleischmann habe gezeigt, daß die Zoologie zu einem Chaos unverstandener und zusammenhangsloser Angaben herabsinkt ohne das Licht der Abstammungslehre. Fleischmann zieht die Konsequenz der Hypothesenscheu, die sich neuerdings in der unorganischen Natur als allein exakte Wissenschaftlichkeit geberdet. Will die Naturwissenschaft sich auf apodiktisch gewisse Wahrheiten beschränken und bloß wahrscheinliche Behauptungen als unter ihrer Würde gelegen verschmähen, dann allerdings darf sie niemals über die unmittelbaren Daten der Wahrnehmung, über das Registriren von Thatsachen hinausgehen, niemals die Thatsachen zu Schlüssen kombiniren, niemals eine Behauptung aufstellen, die sich nicht jederzeit empirisch bestätigen läßt, niemals zu Hypothesen und Theorieen durch spekulative Verknüpfung fortschreiten. Damit ist aber aller Wissenschaft der Todesstoß versetzt, denn ihr Wesen (im Unterschiede von der bloßen „Kunde“) besteht eben in solchem Hinausschreiten des Denkens über die Erfahrung, das immer nur hypothetisch sein kann. Plate geht allerdings wiederum in der Vertheidigung des Selektionsprincips zu weit,[1] wie Ziegler in der Verwerfung der Abstammungslehre.

Auf gleichem Boden mit Plate steht Heinrich Ernst Ziegler,[2] nur daß er dem Neulamarckismus mehr Zugeständnisse macht. Er gehört zu denen, die aus Furcht vor der Teleologie und dem Neovitalismus an der Zuchtwahllehre festhalten, weil ohne dieses einzige mechanische Erklärungsprinzip des Zweckmäßigen die

[1] L. Plate, Die Bedeutung und Tragweite des Darwin'schen Selehtionsprincips, Leipzig 1899.

[2] Ueber den derzeitigen Stand der Descendenztheorie in der Zoologie, Jena 1902.

zugestandenermaaßen zur Zeit unerklärliche Entstehung der organischen Substanz, Lebensthätigkeit der Zelle, Gewebebildung und Regeneration sonst zu vitalistischen Erklärungsversuchen verleiten könnte. Er giebt zu, daß nicht alle Merkmale direkt oder indirekt nützlich oder schädlich und dadurch dem Einfluß der Zuchtwahl unterworfen sind, daß die Rückbildung nicht durch Zuchtwahl oder bloße Vermischung, sondern nur mit Roux durch funktionelle Anpassung erklärt werden könne, und daß erst eine starke Vernichtung zum Ueberleben der wenigen hervorragend gut ausgestatteten Individuen führt. (Eine solche findet aber bei der spärlichen Fortpflanzung der meisten höheren Thierarten gar nicht statt). Anfänglich indifferente Eigenschaften können von einem gewissen Entwickelungsgrade an nützlich oder schädlich werden und dadurch unter den Einfluß der Selektion gerathen; nützliche können sogar durch fortgesetzte Ueberentwickelung in gleicher Richtung schädlich werden, z. B. nach hinten gekrümmte Hörner und Stoßzähne.

So zeigen seine Einschränkungen für die Geltung der Zuchtwahl, daß es Gebiete giebt, in denen die Natur ihre Entwickelung auch ohne die Zuchtwahl oder gar gegen sie durchführt; eine positive Leistungsfähigkeit der Zuchtwahl neben ihrer negativen, ausscheidenden, hat er nirgends nachzuweisen versucht. Dagegen führt er manches für die Abstammungslehre an, z. B. die Zahnanlagen der Embryonen oder jugendlichen Thiere, deren Endformen an den gleichen Stellen keine Zähne haben. So haben junge Schnabelthiere in jedem Kiefer auf jeder Seite drei Backzähne, die denen der kleinen Säugethiere der Jurazeit ähneln. Die Embryonen der Zahnlücker (Edentata) weisen viel mehr Zähne auf als die entwickelten Thiere. Die Embryonen der Bartenwale haben eine vollständige Zahnreihe, das Milchgebiß und dahinter eine zweite Reihe von Zahnanlagen für den Zahnwechsel, die sämmtlich vor der Geburt resorbirt werden und auf ihre Abstammung von delphinähnlichen Thieren hinweisen.

Nach alledem dürfte in dieser Gruppe O. Hertwig die glückliche Mitte innehalten.[1] Nach ihm wissen wir in Wahrheit nichts von dem Ursachenkomplex, welcher eine bestimmte Erscheinung, nämlich eine Anpassung hervorgerufen hat, die von den Anhängern Darwin's für ein Produkt der Naturzüchtung ausgegeben wird. In der Entwickelungslehre besitzen wir eine auf Thatsachen

[1] Die Entwickelung der Biologie im 19. Jahrhundert, Jena 1901.

beruhende, bleibende Errungenschaft unseres Jahrhunderts, die jedenfalls mit zu ihren größten gehört. Mit Huxlay können wir sagen: „Wenn die Darwin'sche Hypothese auch weggeweht würde, die Entwickelungslehre würde noch stehen bleiben, wo sie stand.“

21. J. Reinke.

Reinke betrachtet die Abstammungslehre bloß als eine Hypothese, aber als eine solche von so hohem Wahrscheinlichkeitswerth, daß sie den Charakter eines allgemein anerkannten Forschungsprincips oder Axioms angenommen hat.[1] Ihre wichtigsten Indicienbeweise sieht er in den paläontologischen Vorstufen des Pferdes, in den Uebergangsformen der tertiären Sumpfschnecke (Paludina Neumayri), in der Abstammung der Schmarotzerthiere und den in der Tertiärperiode noch fehlenden pflanzlichen Parasiten und Humusbewohner von nicht schmarotzenden Thieren und sich selbständig ernährenden Pflanzen, in den insektivoren Pflanzen, in der Entstehung der größeren Flechten aus mikroskopisch kleinen und dieser aus dem Zusammentritt von Algen und Pilzen, in der Umwandlung der Akazien in Neuholland u. s. w. Er erkennt aber an, daß die paläontologischen Vorstufen des Pferdes keinen allmählichen Uebergang zeigen, sondern Gattungen sind, zwischen denen wir keine Uebergänge kennen.

Die Abstammungslehre ist jedoch weit davon entfernt, selbst die Lösung des Welträthsels zu sein; sie führt uns vielmehr „in einen Zauberwald, in dem aus allen Richtungen uns eine Fülle ungelöster und großen Theils unlösbarer Räthsel entgegenstarrt.“ Sie läßt die verschiedensten Auslegungen zu; aber selbst wenn in ihrer Handhabung niemals eine Einigung erzielt werden sollte, wird das in ihr verkörperte Entwickelungsprincip schwerlich wieder aus der Biologie verschwinden.

Reinke glaubt nicht, daß die Arten aus einander bloß auf einem einzigen Wege entstehen. Für die wichtigste Art, namentlich in Bezug auf morphologische Organisationsveränderungen, hält er die sprunghafte Abänderung, zu der in der Tertiärzeit die Neigung der Organismen größer gewesen sein muß als jetzt. Freilich haben wir bis jetzt nur die Entstehung von Varietäten

[1] J. Reinke, Die Welt als That, 2. Aufl., Berlin 1901, S. 343—464; Einleitung in die theoretische Biologie, Berlin 1901, S. 447—544; Studien zur vergleichenden Entwickelungsgeschichte der Laminariaceen, Kiel 1903, S. 47—67; Der gegenwärtige Stand der Abstammungslehre (im „Thürmer“, 1902, Oktoberheft).

durch sprunghafte Abänderung beobachtet, und können diejenige von Arten nur nach Analogie erschließen. Aber dieser Analogieschluß wird dadurch erleichtert, daß eine sichere Grenze weder zwischen schwankenden und erblich fixirten Varietäten, noch zwischen fixirten Varietäten und Arten zu ziehen ist. — Demnächst scheint ihm die Anpassung von Bedeutung, insbesondere in Bezug auf die physiologischen Merkmale, die Umwandlung funktionirender Organe an veränderte Bedürfnisse und die Rückbildung, wie solche z. B. bei der Gewöhnung an schmarotzende Lebensweise entstehen kann. So entstehen z. B. neue Gattungen dadurch, daß grüne Blüthenpflanzen sich als Humusbewohner in farblose und ihre Blätter in schuppenartige Gebilde umwandeln (Nestwurz, Schuppenwurz, Leinseide, Fichtenspargel). Die Anpassung führt zu einem Höhepunkt, einem Optimum, auf welchem das Anpassungsgleichgewicht mit der Umgebung erreicht ist und die Anpassung keine Veränderungen weiter hervorrufen kann. Im Gegensatz zu de Vries' Ansicht, nach welcher Artmerkmale nie erworbene Eigenschaften darstellen, hält er daran fest, daß die gesammte tausendfach verzweigte Stammesentwickelung auf der Vererbung erworbener Eigenschaften beruht. Dabei rechnet er sowohl die durch allmähliche Anpassung als auch die durch sprunghafte Abänderung entstandenen Merkmale zu den erworbenen. Die Anpassung kann ebenso wie die sprunghafte Abänderung entweder progressiv, oder regressiv sein, oder sich auf gleicher Höhe halten. In der Stammesgeschichte wie in der Keimesentwickelung sind innere Ursachen das Treibende; die äußeren Umstände wirken nur als auslösende Reize auf die reagirenden Ursachen sowohl bei der Anpassung wie bei der sprunghaften Abänderung. Bei länger dauernder Anpassung können auch Anpassungsmerkmale zu Organisationsmerkmalen werden. Andererseits zeigen scharf verschiedene Typen gleiche Anpassungsmerkmale, z. B. Flugwerkzeuge, und solche konstante Organisationsunterschiede können nicht durch Anpassung erworben sein. Unter gleichen Verhältnissen, oft an gleicher Oertlichkeit sehen wir deshalb ganz verschiedene Typen, die sich nebeneinander behaupten, weil sie sich gleichmäßig auf einem relativen Anpassungsoptimum befinden.

Ein dritter Weg der Artentstehung ist bei Pflanzen die Kreuzung; Kerner hat den Irrthum zerstört, als ob die Samen der meisten Bastarde nicht entwickelungsfähig seien und sich nicht

fortpflanzten. Ein großer Theil der künstlichen Züchtung des Gärtners beruht auf der Kreuzung zufällig hervorgetretener Spielarten mit den Stammarten und mit anderen Spielarten; wenn man von der Kunstzüchtung auf Naturvorgänge schließen dürfte, so könnte auch die Kreuzung bei der natürlichen Artentstehung von Pflanzen eine Rolle gespielt haben, wenn auch keine so große, wie Kerner annimmt.

Ein vierter Weg ist der Einfluß veränderter äußerer Umstände, die, wenn sie lange Generationen hindurch gleichmäßig einwirken, veränderte erbliche Dispositionen in der Art bewirken können. So sind z. B. aus den gefiederten Akazien in der trocknen Luft Neuhollands solche mit ungefiederten Blättern entstanden, die nur noch in den ersten Blättern des Keimes die Neigung zur Fiederung bewahrt haben. Aber die äußeren Umstände können nur als Reiz wirken auf die Fähigkeit der Pflanzen in passender Weise zu variiren, wie schon Warming in seinem Lehrbuch der ökologischen Pflanzengeographie (1896) bemerkt hat. Wo diese Fähigkeit den Arten abhanden gekommen ist, da bleiben sie trotz starker Veränderung der äußeren Umstände unverändert, wenn sie nicht zu Grunde gehen. So hat der geringere Salzgehalt der Ostsee zwar einen Theil der aus der Nordsee in sie eingewanderten Flora vernichtet, aber keine eigene Flora hervorgebracht.

Wesentlich ablehnend verhält sich Reinke gegen die Entstehung neuer Arten durch Häufung kleinster Abänderungen und Auslese. Er behauptet, daß die kleinen Abänderungen um die Gleichgewichtslage des Arttypus herum oscilliren, also immer wieder zu ihm zurückkehren, anstatt sich von ihm zu entfernen. Nicht das Schwingen des Pendels, sondern nur die Verschiebung seines Aufhängungspunktes führt zu einer neuen Art. Ob aber die Verschiebung des Aufhängungspunktes nicht leichter erfolgen kann, wenn gerade ein starker Ausschlag den Schwerpunkt des Pendels ohnehin verschoben hat, zieht Reinke nicht in Erwägung. Den Umfang, den die Bedeutung der Selektion hat, können wir heute noch nicht genau feststellen, doch dürfte ihr Einfluß ein wesentlich negativer, ausmerzender sein, und jedenfalls spielt sie neben der bestimmt gerichteten Abänderung nur eine untergeordnete Rolle. Die künstliche Zuchtwahl ist nicht auf die Natur übertragbar, weil in der Natur einerseits die bewußte Absicht des Züchters wegfällt und andererseits nur die Gesammttüchtigkeit des Organismus im Daseinskampfe aber nicht wie bei

der künstlichen Züchtung einzelne, in der Konkurrenz werthlose oder gar schädliche Merkmale in Betracht kommen. Die natürliche Zuchtwahl kann sich nur auf Anpassungsmerkmale, nicht auf typische Organisationsmerkmale erstrecken. Weismann's Selektion der Keimtheilchen „ist der Nachsommer seines Darwinismus, nach ihr dürfte die Winterruhe kommen.“ Die Zwecke in der belebten Natur lassen sich durch keine Sophistik hinwegdisputiren. Darwin's Versuch, sie zu leugnen, indem er den Zufall zum Weltprinzip erhob, ist ebenso wie der Versuch, die Zweckmäßigkeit durch die Selektion oder sonstwie auf blinde Mechaniken zurückzuführen, ist gleich dem Trugbild einer Fata Morgana zerronnen. Die Naturforscher, die noch an ihm festhalten, wie Ziegler, können dies nur, weil sie der daran geübten Kritik vorsichtig aus dem Wege gehen.

In der Alternative: Vielstämmigkeit oder Einstämmigkeit? verhält Reinke sich ebenso vorsichtig wie Haacke. Er läßt z. B. die Frage offen, ob die Stammbäume der Affen- und Menschenrassen Parallelbildungen aus verschiedenen Urzellen mit ähnlichen Anlagen oder Konvergenzbildungen aus ursprünglich unähnlichen Vorstufen, oder ob der Mensch eine Fortbildung des Affen oder der Affe eine Degeneration des Menschentypus auf früherer Entwickelungsstufe sei. Die Abstammungslehre verlangt nur, daß der Mensch sich aus einer Urzelle stammesgeschichtlich entwickelt habe, läßt aber die Stufen zunächst offen. „Wollten wir einen Schluß ziehen von den lebenden chlorophyllosen Angiospermen auf die Urzellen, so müßten wir die Bakterien für regressive, nicht für ursprüngliche Typen halten, und bei den höheren Organismeu sehen wir auch wohl Apogamie und Parthenogenesis aus Sexualität entstehen, nicht aber sexuelle Fortpflanzung aus neutraler sich entwickeln. Ferner fragt man vergeblich, ob die Urzellen den atmosphärischen Stickstoff assimiliren konnten und diese überaus nützliche Fähigkeit später verlernten, oder ob die Stickstoffbakterien relativ späte Neubildungen sind, die es lernten, die Stickstoffquellen der Luft zu verwerthen. Endlich wird die Möglichkeit niemals auszuschließen sein, daß chlorophyllhaltige Urzellen, Nitrobakterien, Stickstoffbakterien und vielleicht noch andere, längst zu Grunde gegangene biologische Typen im Anfange des Lebens ganz unabhängig von einander auf unserem Planeten erschienen sind und lauter selbständige Reihen darstellen, zwischen denen keinerlei Blutsverwandtschaft besteht.“

In eingehenden Specialuntersuchungen ist Reinke zu dem Ergebniß gelangt, daß die Flechten vielstämmigen, die Laminariaceen aber wahrscheinlieh (trotz mancher Gegengründe) einstämmigen Ursprungs sind. Die Entwickelungslehre ist durch und durch spekulativ und erschöpft sich in der Erörterung von Möglichkeiten und Wahrscheinlichkeiten.

Reinke unterscheidet Haeckel's biogenetisches Grundgesetz von der Darwin'schen Idee, die zu ihm die Anregung gegeben hat, und von der Baer'schen Regel. Die beiden letzteren läßt er gelten; das erstere nicht. Darwin sprach den Gedanken aus, das Embryo stelle ein mehr oder weniger verblichenes Bild da von der gemeinsamen Stammform (in ihrer erwachsenen oder Larvenform) aller Glieder einer Thierklasse. Baer stellte die Regel auf, die Keimesentwickelung führe von den allgemeineren zu den specielleren Gestaltungsverhältnissen eines organischen Typus hinüber (von der Ordnung durch die Gattung, Familie und Art zum Individuum). Diese Behauptungen sind richtig; die Haeckel'sche Formulirung des biogenetischen Grundgesetzes dagegen geht zu weit, hat schon den Thatsachen der Zoologie gegenüber einen schweren Stand, und läßt sich in der Botanik gar nicht aufrecht erhalten. Die Botanik hat auch keinen Anlaß, sich mit Darwin's geschlechtlicher Zuchtwahl zu beschäftigen, da das Pflanzenreich keine Erscheinungen bietet, auf die diese Hypothese anwendbar wäre.

Da Reinke eine direkte Bewirkung durch äußere Umstände, die nicht durch eine Reaktion der inneren Ursachen des Organismus vermittelt wäre, bestreitet, und ihm als Botaniker der Irrthum vieler Zoologen fern bleibt, als ob die zweckmäßige Reaktion durch bewußte Zweckthätigkeit zu Stande käme, so hat er den inneren treibenden Ursachen der artändernden Anpassung mehr Aufmerksamkeit zugewendet. Ohne zu verkennen, daß viele zweckmäßige Reaktionen das Ergebniß funktionirender Anpassungsmechanismen sind, hat er sich doch nicht der Anerkennung der Thatsachen entzogen, daß einerseits die passive Angepaßtheit der Struktur nicht überall ausreichen kann, um die Anpassungsfunktionen zu erklären, und daß andererseits die jeweilige passive Angepaßtheit der Struktur selbst nur das stammesgeschichtliche Ergebniß einer langen Reihe von aktiven Anpassungen sein kann, deren jede die vorhandene Struktur vervollkommnete. Er gelangt damit zu einer aktiven zweckmäßigen

Anpassung, zu einer unbewußt zweckthätigen Funktion, d. h. zu einer vitalistischen Hypothese neben und hinter der Maschinentheorie der Organismen, und zieht damit die letzte Konsequenz des Neulamarckismus, welcher Weismann durch seine Selektion der Keimtheilchen, Haacke durch die Annahme einer chemischen Einfachheit des Plasma vergeblich zu entgehen suchten.

22. Der Niedergang des Darwinismus.

In den 60er Jahren des 19. Jahrhunderts überwog noch der Widerstand der älteren Forschergeneration gegen den Darwinismus; in der 70er Jahren hielt dieser seinen Siegeslauf durch alle Kulturländer; in den 80er Jahren stand er auf dem Gipfel seiner Laufbahn und übte eine fast unbegrenzte Herrschaft über die Fachkreise aus; in den 90er Jahren erhoben sich erst zaghaft und vereinzelt, dann immer lauter und in wachsendem Chore die Stimmen, die ihn bekämpften; im ersten Jahrzehnt des 20. Jahrhunderts scheint sein Niedergang unaufhaltsam. Wir haben schon Proben genug solcher Kritik bei Eimer, Wolf, de Vries, Haacke, Fleischmann, v. Wettstein, Reinke u. A. m. gesehen. Aus der reichen Litteratur mögen hier zur Ergänzung noch einige Urtheile angeführt werden.

„Für Einsichtige ist der Darwinismus lange todt; was zuletzt noch für ihn vorgebracht ward, ist nicht viel mehr als eine Leichenrede, ausgeführt nach dem Grundsatz „de mortuis nil nisi bene“ und mit dem inneren Zugeständniß der Unzulänglichkeit des Vertheidigten.“ So äußert sich H. Driesch, der sich als Anhänger der Abstammungslehre bekennt, in seinem Aufsatz „Kritisches und Polemisches, II. Zur Mutationstheorie“ (im „Biolog. Centralblatt“ 1902, Nr. 6). Er sieht in den sprunghaften Formumwandlungen, den Vries'schen Mutationen, die künftige Grundlage einer rationellen Abstammungslehre und verwirft die zufällige und allmähliche Entstehung specifischer Formen durch langsame Steigerung sowie die Erklärung der Vererbungssicherheit und der Entstehung von Regulationsmechanismen durch Zuchtwahl.[1] Die Variabilität läßt sich weder beliebig steigern, noch auch fixiren. Sehr lange Zeiträume nützen dabei nichts; vielmehr ist das mittelst Zuchtwahl erzielbare Maximum schon nach fünf Generationen erreicht und wird nur durch stete Andauer der Selektion vor Rückschlägen

[1] Driesch, Analytische Theorie der organischen Entwickelung, Leipzig 1894, S. 109, 137—138.

bewahrt. de Vries kritisirt er in Bezug auf seine Annahme, daß die Mutationen „richtungslos“ seien, d. h. keine Anpassungsmerkmale und Zweckmäßigkeiten zeigten. Nicht nur die durch die Auslese ausgemerzten, sondern auch die bei ihr übrig bleibenden Formen, d. h. die zweckmäßigen, sind durch die Mutation geschaffen; nicht nur die physiologischen Anpassungsmerkmale sondern auch die morphologischen Organisationsmerkmale sind zweckmäßige Schritte einer aufsteigenden Entwickelung. So bietet die Mutationslehre zwar einen Anfang, bedarf aber der weiteren Ausgestaltung. „Die Mutation schafft den Typus und die Organisationshöhe der Formen, die Adaption die funktionelle Ausprägung.“ Die Ausmerzung des Existenzunfähigen, „diese durchaus negative Selektion ist das Einzige, was von dem Darwin'schen Theoriengebäude übrig geblieben ist.“

O. Hamann kommt in seinem Werk „Entwickelungslehre und Darwinismus“ (Jena 1892) zu dem Resultat, daß die Art, wie Darwin und seine Nachfolger sich die Entwickelung der Organismen denken, zu den Ergebnissen der Paläontologie, Embryologie und Morphologie im Gegensatz steht. Es fehlen die zahllosen Zwischenformen, die für die allmähliche Umwandlung existirt haben müßten, und das biogenetische Grundgesetz ist im Sinne Baer's als Entwickelung vom Allgemeinen zum Besondern zu deuten. Man muß eine sprunghafte heterogene Zeugung annehmen, kurze Perioden rascher Umwandlung und lange Zeiträume des Stillstands. Die natürliche Zuchtwahl kann nichts ausrichten ohne die Hülfsprincipien Darwin's, die sammt und sonders sich als teleologische, wenn auch unbewußt zielstrebig wirkende Principien herausstellen. Aber selbst die Zuchtwahl übt ihre Auslese nur an demjenigen, was die Variation ihr darbietet, und das sind nicht planlos zufällige Abänderungen, sondern zielstrebige Anpassungen, die zurückweisen auf ein inneres Bildungsgesetz des Organismus, das auf die äußeren Reize direkt mit Hervorbringung des Zweckmäßigen antwortet. Die Zuchtwahl ist jedenfalls ohne Einfluß auf morphologische Merkmale, deren Zweckmäßigkeit doch aus einem inneren Bildungsgesetz abgeleitet werden muß. Nimmt man aber ein solches für die morphologischen Merkmale an, so bleibt die Frage offen, wieweit seine Wirksamkeit auch auf die Anpassungsmerkmale übergreift. Insbesondere erfordern die Korrelationserscheinungen eine solche Zielstrebigkeit; denn Harmonie und Zweckmäßigkeit der Gebilde sind nur zwei Ausdrucks-

weisen desselben Princips. Das innere Bildungsgesetz ist ein Gesetz der harmonischen Vervollkommnung und der harmonischen Zweckmäßigkeit. Die Naturkräfte wirken nicht jede für sich blind und ohne Beziehung auf die andere, sondern harmonisch mit einander und nur so können sie aufbauend statt zerstörend wirken. So wirken sie nothwendig aber in ihren Folgen zielstrebig; denn Zwecke oder Ziele schließen die absolute Nothwendigkeit nicht aus.

Bütschli will in seiner Schrift „Mechanismus und Vitalismus" (Leipzig 1901) um jeden Preis daran festhalten, daß die Entstehung des Zweckmäßigen auf mechanistischer Grundlage begreiflich sein muß. Da nun eine andere beachtenswerthe Theorie dieser Art außer der Darwin'schen bis jetzt nicht besteht, so hält er vorläufig an dieser als der relativ wahrscheinlichsten unter allen vorhandenen fest, um nur nicht dem Vitalismus zu verfallen. Es ist klar, daß der Wunsch, an einem liebgewordenen Vorurtheil (der mechanistischen Weltanschauung) festzuhalten, und die Scheu vor dem Hinübergleiten in eine so lange als unwissenchaftlich verurtheilte Denkweise (den Vitalismus) hier dazu veranlaßt, an einer Theorie festzuhalten, welche längere Zeit das Ansehen genoß, die Entstehung des Zweckmäßigen auf mechanistischem Wege leisten zu können, von der aber eingestanden werden muß, daß sie in Wirklichkeit das Verlangte eigentlich doch nicht leisten kann. Das erinnert beinahe schon an das Greifen des Ertrinkenden nach dem Strohhalm, und in der That hat E. du Bois-Reymond das Gefühl des Naturforschers, der sich an den Darwinismus anklammert mit dem Gefühl eines sonst rettungslos Versinkenden verglichen, der sich an eine Planke anklammert. Sollte die vitalistische Richtung der Biologie, wie sie neuerdings in G. v. Bunge, G. Wolf, Driesch, J. und F. Reinke wieder hervorgetreten ist, sich weiter ausbreiten oder gar zum Siege über die mechanistische Weltanschauung gelangen, so würde der für Bütschli bestimmende Grund wegfallen, am Darwinismus als einer unzulänglichen Verlegenheitsauskunft festzuhalten.

Uebrigens ist diese Stellung Bütschli's nicht vereinzelt; wir sahen das Gleiche schon bei Ziegler. Goette bestätigt in einem Aufsatz „Ueber den heutigen Stand des Darwinismus" in der „Umschau" 1898, Heft 5, daß manche Naturforscher die Selektionstheorie nur deshalb nicht ganz fallen lassen, weil sie eine erwünschte mechanische Erklärung der Zweckmäßigkeit darbietet, und daß sie die mit dem Darwinismus unverträgliche, bestimmt

gerichtete Variation nur darum noch nicht anerkennen mögen, weil sie mit ihr auch ein Vervollkommnungsprincip und andere jenseits des naturwissenschaftlichen Erkennens liegende Ursachen mit in den Kauf nehmen müssen. Wir haben gesehen, wie die beiden Gegner Haacke und Weismann darin übereinstimmen, richtende und ordnende Kräfte im Organismus anzunehmen, deren Wirkung nicht nach physikalischen und chemischen Gesetzen allein verständlich ist, wie Haacke sich mit unseren Kenntnissen über das Plasma in bewußten Widerspruch setzt, um diese richtenden Kräfte aus der Polarität von Plasmakrystallen abzuleiten und wie Weismann, diesen Fehler vermeidend, ihren völlig unbekannten Charakter eingesteht. Man sieht, wie selbst die entschiedensten Anhänger der mechanistischen Weltanschauung in diese Weltanschauung Breschen legen, die der Neovitalismus zum Einzug benutzen kann. So sagt denn auch Goette in seiner Schrift „Ueber Vererbung und Anpassung“ (Straßburg 1898), daß Darwin zwar die Wahrheit der Abstammungslehre evident gemacht habe, daß aber die Darwinistischen Principien nicht einwandfrei seien und in nicht langer Zeit anderen Auffassungen weichen dürften.

R. Hertwig erklärt sich in der 3. Auflage seines Lehrbuchs der Zoologie (1895) für die stammesgeschichtliche Entwickelung aus inneren Ursachen unabhängig von äußeren Ursachen und bis zu einem gewissen Grade auch vom Kampf ums Dasein. Claus bezeichnet in der 5. Auflage seines Lehrbuchs der Zoologie (1891) die Selektion sammt ihrer Nützlichkeitstheorie als ein Princip, das ganz unzulänglich ist, um mit ihm allein die Abstufungen der Organisation und die Richtung des großen Entwickelungsgesetzes zu verstehen.

Straßburger, der früher ein Anhänger Darwin's war, ist ähnlich wie v. Sachs mit der Zeit zu entgegengesetzten Ansichten gelangt. Er behauptet jetzt (im Jahrb. f. wiss. Botanik 1902, S. 518 fg.), daß die Artbildung durch Mutation oder sprunghafte Abänderung im Sinne von de Vries, die Anpassung durch die „direkte“ Bewirkung äußerer Einflüsse im Sinne Nägeli's entstehe, während die Selektion aus dem so Enstandenen nur das Minderwerthige ausscheide. Nach J. Reinke dürfte diese Ansicht in den weitesten Kreisen der Botaniker Zustimmung finden. Auch Korschinsky vertritt in einem Aufsatz „Heterogonesis und Evolution“ (in der Naturwiss. Wochenschrift 1899, Nr. 24) die Meinung, daß neue Arten nicht nach der Darwin'schen Annahme vermittelst allmäh-

licher Umwandlung durch Zuchtwahl, sondern nur durch Heterogonesis entstehen. G. Jäger, früher eifriger Darwinist, sieht in der Vererbung die Hauptschwierigkeit des Darwinismus: denn Bestand hat nur, was vererbt wird, und die Vererbung ist einer materialistisch-mechanistischen Lösung unfähig und bildet den rocher de bronze des Vitalismus („Die Kontinuität des Lebens" im Prometheus, Jahrgang XIII, 1901—1902, Nr. 16).

J. G. Vogt sagt (in der „Polit. anthropolog. Revue" 1902, Heft 3), daß das organische Geschehen selbst wohl für alle Zeiten ein unlösbares Problem bleiben wird, daß die Frage nach den treibenden Ursachen der Entwickelung durch den Darwinismus in keiner Weise beantwortet wird, und daß der Kampf ums Dasein für den Fortschritt vom Niederen zum Höheren absolut nichts beweist oder erklärt. Ebenso wendet er sich aber auch gegen alle Diejenigen, welche die treibenden Ursachen der Entwickelung in äußeren Einflüssen der Umgebung suchen, und glaubt seinerseits, daß höchstens gewisse Entwickelungsherde die ungestörte Entfaltung der inneren Entwickelungsfaktoren begünstigen können. Die Zeitschriften, die sonst nur Aufsätze zu Gunsten des Darwinismus aufzunehmen pflegten, räumen seiner Kritik immer mehr Platz ein und tragen dadurch die Skepsis der Naturforscher allmählich in die weiteren Kreise des Publikums, das naturgemäß mit seinen Ansichten hinter den Fachkreisen stets um mindestens eine Poststation zurückbleibt. So brachten z. B. die Preußischen Jahrbücher 1897, Nr. 1 eine gut zusammenfassende Kritik von Camillo Schneider, und selbst socialdemokratische Zeitschriften öffnen sich den antidarwin'schen Aufsätzen von Curt Grottewitz. E. Dennert hat seine Journalaufsätze in eine Broschüre zusammengefaßt, die den Titel trägt: „Vom Sterbelager des Darwinismus" und den Ansichten seines Meisters Wigand eine verspätete Anerkennung zu verschaffen sucht. Er macht unter anderem darauf aufmerksam, daß die angenommene Zahl selbständiger, scharf gesonderter Typen im Thierreich immer größer wird. Cuvier zählte davon erst 4, Darwin etwa 6, R. Hertwig 7, Boas 9, Fleischmann 16, Kennel 17.

Unter solchen Umständen ist es kein Wunder, daß selbst in die Kreise der Darwinisten eine gewisse Zaghaftigkeit eingedrungen ist und ein gewisser Skepticismus Platz greift. So gesteht z. B. F. v. Wagner (in der „Umschau" 1900, Heft 2) die gegenwärtige Krise des Darwinismus ein, und sucht sie daraus zu erklären, daß die vor 40 Jahren gehegten Hoffnungen, man werde bald strenge

Thatsachenbeweise für die Darwin'schen Theorieen finden, sich durchaus nicht erfüllt haben.

Ziehen wir aus diesen Betrachtungen das Facit, so können wir sagen: die Abstammungslehre ist gesichert, der Darwinismus ist gerichtet. Die Selektion kann überhaupt nichts Positives leisten, sondern nur negative, ausschaltende Wirkungen entfalten. Die Entstehung neuer Arten durch minimale Abänderungen ist möglich, aber nicht erwiesen und, seit man den undulatorischen Charakter der minimalen Abänderungen kennt, weniger wahrscheinlich geworden; die sprunghafte Abänderung ist jetzt in den Vordergrund getreten. Die Zufälligkeit weicht einer bestimmt gerichteten, planmäßigen Entwickelungstendenz aus inneren Ursachen und diese bekundet sich ebensowohl in den kleinsten wie in den sprunghaften Abänderungen. Der Anspruch des Darwinismus, zweckmäßige Resultate aus rein mechanischen Ursachen erklären zu können, ist ganz unhaltbar. Es ist unrichtig, mit Weismann von einer „Allmacht der Naturzüchtung" zu reden; aber es ist ebenso unrichtig, sie mit Spencer zur völligen Ohnmacht zu verurtheilen. Denn ihre vernichtenden Wirkungen fallen doch sehr ins Gewicht und betreffen alle minder angepaßten Formen, gleichviel, ob diese durch Häufung kleinster Abänderungen, durch sprunghafte Abänderung oder durch Kreuzung entstanden sind. Sie behält als negatives Hülfsmittel der Natur ihre Bedeutung für die Erhaltung des Anpassungsgleichgewichts der Theile des Organismus zu einander und des Organismus zu seiner Umgebung, die Bedeutung der Sperrklinke und der Koppelung.

Es ist der gewöhnliche Lauf der Dinge, daß jemand, der mit seinen Ansichten gegen die Zeitströmung schwimmt, verhältnißmäßig unbeachtet bleibt und keinen Einfluß auf die Ansichten seiner Zeitgenossen gewinnt, und niemand kann sich beklagen, der diese alte Erfahrung an sich selbst wiederholt findet. Dagegen ist es ein ganz außergewöhnlicher Glücksfall, wenn jemand eine solche Umwandlung der Zeitströmung erlebt, daß die von ihm in seiner Jugend erfolglos verfochtenen Ansichten ein Menschenalter später zur Herrschaft gelangen. Wem ein so seltenes Glück wiederfahren ist, der hat wohl Grund, sich dessen zu freuen, unbekümmert darum, ob sein einstiges Wirken für die nunmehr zum Siege gelangten Gedanken inzwischen der Vergessenheit anheimgefallen ist. Denn wem es Ernst ist mit der Sache, für den sind Personenfragen gleichgültig. Die biologischen

Wissenschaften beurtheilen jetzt den Darwinismus so, wie ich ihn vor einem Menschenalter beurtheilt habe; daß aber die zweckmäßigen Ergebnisse im Organismus nur aus zweckthätig wirkenden Kräften entspringen, diese andere Seite und Hauptsache in meiner Naturphilosophie des Organischen ist noch weit davon entfernt, allgemeinere Anerkennung in den Kreisen der Biologen zu finden. Wenn ich auch nicht an dem Siege des neu aufstrebenden Vitalismus in den biologischen Wissenschaften zweifle, so habe ich doch keine Aussicht mehr, ihn auch noch zu erleben.

Causalität, Teleologie und Freiheit.

Von

Ludwig Stein

in Bern.

I.

Jedes Lebewesen führt Zwecken angepaßte Bewegungen aus. Neuere Biologen wie Wolff (Beiträge zur Kritik der Darwin'schen Lehre, 1898) und Plate (Ueber Bedeutung und Tragweite des Darwin'schen Selectionsprincips) definiren das Leben geradezu als die Fähigkeit, auf die Einflüsse der Umgebung zweckmäßig zu reagiren. Noch weiter geht Driesch (Analytische Theorie der organischen Entwickelung). Jede Ordnung in der Natur kann nach Driesch nur als Form begriffen werden. Formen seien nur teleologischer, nicht causaler Erklärung zugänglich. Soweit wir es mit Kräften und Stoffen zu thun hätten, reichte die causale Erklärung aus, sobald aber Formen, Ordnungen, Gesetzmäßigkeiten, Zusammenhänge in Betracht kämen, müßte die teleologische Beurtheilung Platz greifen. Vollends befindet sich Reinke (Die Welt als That, 1899; Einleitung in die theoretische Biologie, 1901)[1] mitten drin in der von Baer-Schelling'schen Naturphilosophie. Reinke fordert für die Energien besondere „Lenker". Unter Auffrischung der stoischen Lehre vom ἡγεμονικόν nennt er diese „Lenker" Dominanten, beschränkt aber deren Wirksamkeit nicht auf das organische Leben allein, sondern läßt die Dominanten auch in der unorganischen Natur herrschen. In den Dominanten lebt gleichsam die Helmont'sche Lehre vom Archeus wieder auf. Zwar hält auch Reinke, ungeachtet seiner Hinneigung zum Theismus und zur mosaischen Schöpfungsgeschichte, die kosmische Vernunft für unerkennbar, aber seine Dominanten fordern gleichwohl den Monismus. Ohne schöpferische Intelligenz

[1] Dazu die Abhandlung über Energetik, Deutsche Rundschau, März 1903.

oder Gott sei die zweckmäßige Organisation von Pflanzen und Thieren schlechterdings nicht zu begreifen. Und so kehrt denn Reinke auf dem Umwege der modernen Biologie im vollen und stark betonten Gegensatz zum Monismus Haeckel'scher Artung zur kirchlichen Auffassung von Schöpfer und Schöpfung zurück. Die Teleologie schlägt auch bei Reinke wie bei Leibniz und unzähligen anderen Temperamentsdenkern in Theologie um. Um so erfreulicher ist es, daß einzelne Besonnene unter den Wortführern dieser neo-teleologischen Bewegung, die mit Reinke direkt in Schelling und Fichte einzumünden droht, — die Welt als That zu begreifen, ist durchaus Fichte'scher Gedanke — vor dem gesunden Menschenverstand respectvoll Halt machen. Paul Nicolaus Coßmann (Elemente der empirischen Teleologie, 1899) warnt vor allzu handgreiflichen Uebertreibungen eines teleologischen Anthropomorphismus. Wird bei der Causalität, heißt es bei Coßmann (S. 62) ganz vortrefflich, das menschliche Müssen in die Natur verlegt, so hier (in der Teleologie) das menschliche Wollen; wie es aber möglich ist, den Causalbegriff von den ihm häufig anhaftenden anthropomorphistischen Elementen zu befreien, ebenso ist es möglich, ihn aus dem Begriffe der Teleologie auszuscheiden. Immerhin bleibt auch Coßmann dabei, daß die Gesetzmäßigkeiten der biologischen Teleologie durch das Causalgesetz allein keine ausreichende Erklärung finden. Der letzte Versuch Bütschli's (Mechanismus und Vitalismus, 1901), an dem Dogma der restlosen Zurückführbarkeit aller Lebenserscheinungen auf mechanische Ursächlichkeit unbeirrt festzuhalten, wird die naturphilosophische Bewegung unserer Tage, die der teleologischen Betrachtung zuneigt, nicht zurückzudämmen vermögen.

In der Zweckmäßigkeit der biologischen Functionen im Leben des Organismus sehen unsere Naturphilosophen ein geeignetes Mittel zur exacten Beschreibung und ökonomisch geordneten Classificirung unserer Erkenntniß des Lebens. Hier wird also die Causa efficiens in ihrem Erkenntnißwerth den Causae finales untergeordnet. Wir sind damit zu Leibniz zurückgekehrt. Denn dieser hatte uns schon gelehrt, uns die Welt der Erscheinungen zwar nach den Gesetzen der mechanischen Causalität zurechtzulegen, diese Gesetze selbst aber als Specialfälle der übergreifenden Weltzweckmäßigkeit anzusehen. In der Mitte zwischen Mach, der die Causalität ebenso wie die Substanz in functionelle Beziehungen zerreibt, aber der teleologischen Betrachtung wenigstens heuri-

stischen und methodologischen Wert zubilligt,[1] und Leibniz, der die mechanischen Ursachen als Specialfälle den Endzwecken unterordnet, steht Eduard von Hartmann (Kategorienlehre, 1896; Die Finalität in ihrem Verhältniß zur Causalität, Wundt's philosoph. Studien, 1902, S. 512). Für Hartmann sind Finalität und Causalität auch im Reiche der Natur gleichberechtigte und coordinirte Kategorien, die in der Wirklichkeit immer verbunden sind und durch die abstrahirende Thätigkeit des bewußten Denkens von einander gesondert werden können. Dem Naturforscher ist aber auch nach Hartmann die Finalität „nicht Ziel, sondern höchstens heuristisches Mittel“ (S. 513).

Unser knapper Ueberblick über die herrschenden Strömungen innerhalb unserer heutigen Naturphilosophie dürfte gezeigt haben, daß die Zweckbetrachtung augenblicklich wieder Trumpf ist. Karl Ernst von Baer, Schelling und Leibniz leben wieder auf. Die Temperamentsphilosophie hat seit Nietzsche Oberwasser. Selbst gegnerische Stimmen, wie die Edmund König's (Ueber Naturzwecke, Wundt's philos. Studien, 1902, S. 418), können sich heute der Einsicht nicht mehr verschließen, daß „die vor etwa zehn Jahren zuerst schüchtern hervortretende Opposition der Neovitalisten und Antidarwinisten heute zu einer mächtigen Bewegung angewachsen ist, die sehr wahrscheinlich mit dem Siege der Teleologie enden wird.“ Was König hier als Signatur unserer naturphilosophischen Bewegung bezeichnet, möchte ich als Symptom begreifen und in einen größeren philosophiegeschichtlichen Zusammenhang einordnen. An anderer Stelle werde ich an den typischen Beispielen von Spinoza und Leibniz aufzeigen, daß die reinen Verstandesdenker oder Erkenntnißphilosophen absolute Ordnungen aufzudecken bemüht sind und deßhalb die mathematische Methode und in ihrer Folge die mechanische Causalität voranstellen, ja für wissenschaftlich einzig zulässig erklären, während die Temperaments- oder Bekenntnißphilosophen schon in relativen Ordnungen, wie sie die zweckthätig auftretenden Lebenserscheinungen zeigen, ihr Genüge finden und deßhalb die biologische Methode bevorzugen.[2] So werden wir es auch zu deuten haben, daß der Neuschellingianismus unserer

---

[1] Analyse der Empfindungen. 2. Aufl., 1900, S. 27, 37, 60, 62 ff.

[2] Es sei hier nur daran erinnert, daß Leibniz die von Malpighi, Swammerdam und Leeuwenhoek entdeckten Mikroorganismen zuerst metaphysisch verwendet und fructificirt hat.

Tage von der Biologie seinen Ausgangspunkt genommen hat und mit dem Wiederauftauchen der Temperamentsphilosophie Friedrich Nietzsche's zeitlich zusammenfällt.

Die Energetik ist die philosophische Signatur des Tages. Das zwanzigste Jahrhundert hat unter ihrem Zeichen philosophisch eingesetzt, et in hoc digno vinces. Wir wollen nun im Folgenden versuchen, die Energetik auf ihre psychologischen Fundamente und philosophiegeschichtlichen Voraussetzungen zurückzuführen, um an der Hand dieser Erklärung Causalität, Finalität und Freiheit gegen einander abzugrenzen.

II.

Um eine Psychologie der modernen Energetik zu gewinnen, müssen wir zunächst den Prioritätsstreit von Verstand und Gefühl, der unsere gegenwärtige Psychologie in zwei feindliche Lager spaltet, in seinen Hauptzügen erörtern. Intellectualisten sehen in der Empfindung, Voluntaristen im Willen, die Schule Ribot's endlich sieht in den Gefühlen die primären seelischen Gebilde, aus denen sich das bewußte Sectenleben zusammensetzt und aufbaut. Dem Anschein nach stehen hier drei, in Wirklichkeit nur zwei psychologische Grundtheorien einander gegenüber, da die Willenstheorie sich der Gefühlstheorie vielfach bis zur Ununterscheidbarkeit annähert. So steht z. B. die voluntaristische Psychologie Wundt's, ungeachtet ihrer ausdrücklichen Betonung des Willens, Schopenhauer ferner als etwa Ribot, der direct von den „Sentiments" ausgeht. Man lese nur Schopenhauer's „Willen in der Natur", und man wird finden, daß er selbst vielfach „Gefühle" meint, wo er „Wille" sagt. Ebenso meint Hartmann recht eigentlich nur Gefühle, wo er Thätigkeiten der unbewußten Intelligenz in Instinct, Naturheilkraft und Reflexbewegungen aufdeckt. Und so stehen einander, richtig verstanden, nur zwei psychologische Gegenfüßler gegenüber: Intellectualisten, welche mit Spinoza's Voluntas et intellectus unum et idem sunt die Empfindung für das seelische Grundgebilde halten, Gefühle nur als ständige Begleiterscheinungen oder Gefühlstöne der Empfindung gelten lassen, welche, wie Fechner nachgewiesen hat, den Gesetzen der Association ebenso unterworfen sind, wie Wahrnehmungen und Vorstellungen, den Willen endlich nur als ausgelösten Effect eines vorangegangenen Spiels von Motiven auffassen, nicht aber als seelisches Elementargebilde oder gar als seelisches Primär-

gebilde zulassen. Umgekehrt die Voluntaristen. Sie sehen bald im Willen, bald in Gefühlen, bald in unbewußten Vorstellungen das Rudiment, in der bewußten Empfindung selbst aber nur ein secundäres Erzeugniß des Seelenlebens.

Wir haben in diesem Zusammenhange keine Veranlassung, persönliche Stellung zu nehmen, machen aber kein Hehl daraus, daß wir uns zu den Intellectualisten zählen. Deutet man Intellect und Gefühl oder Wille in das Ding an sich – Kant zum Trotz – hinein, so verwandelt man psychologische Kategorien in metaphysische, und man erhält auf diesem Wege zwei Grundtypen metaphysischer Systeme: intellectualistische (Spinoza, Hegel, Herbart) und voluntaristische (Leibniz, Fichte, Schelling, Schopenhauer, Hartmann, Spencer, Wundt). Die Einen begehen dabei den bedenklichen Anthropomorphismus, ihre bewußten Erlebnisse zum Ding an sich oder „Unerkennbaren" umzustempeln und durch oberste Generalisirungen zu substanzialisiren, die Anderen den noch bedenklicheren Anthropomorphismus, die unter- oder unbewußten Erlebnisse zu verdinglichen oder gar zu verpersönlichen. Jene erheben die deutlichen und klaren Vorstellungen, diese die dunklen und confusen Seelengebilde zum Weltprincip. Immer und immer ist es die als ruhend angenommene Einheit unseres eigenen Ich, die wir der hypostasirten Einheit des Außen, des Weltengrundes, des Universums oder Gottes leihen. Beide Typen metaphysischer Systembildungen erliegen dem inneren Denkzwang, die Vereinheitlichungsfunction des Bewußtseins zu objectiviren, in ein Transsubjectives, in ein Außen zu projiciren und vermöge des immanenten Einheits- oder Ordnungsbedürfnisses der Menschen die Mannigfaltigkeit dieses von ihnen projicirten Außen in Ein Außen umzudenken.

In Wirklichkeit übertragen wir immer nur die Ordnung in der Aufeinanderfolge unseres inneren Erlebens auf dieses nothwendig hinzugedachte Außen. In unserem inneren Erleben treten aber deutlich zwei Ordnungsreihen auseinander: eine feste, lückenlos verkettete, keinerlei Abbiegungen oder Abirrungen im Ablauf der Vorstellungsassociation zulassende Ordnung, und diese fassen wir zu einem obersten Gesetz oder allgemeinen Begriff oder einer allgemeinen Aussage bezw. Kategorie zusammen: Causalität. Causalität ist also nichts anderes, als der zum Begriff verdichtete Ausdruck unfehlbarer, keinerlei Ausnahme zulassender Constanz im Ablauf unserer Vorstellungen. Was wir als nothwendig ein-

tretend ansehen, formuliren wir entweder physikalisch als Realgrund (naturnothwendig), oder logisch als Erkenntnißgrund (denknothwendig). Neben dieser festen Ordnung, diesem logischen Fatum, dem das gefühlsmäßige, religiöse Denken die Bezeichnungen: Vorsehung, Prädestination, Kismet geliehen, das verstandesmäßige hingegen den Namen Determinismus beigelegt hat, beobachten wir eine zweite Ordnungsreihe im Ablauf unserer Vorstellungen, die viel lockerer, ungebundener und beweglicher erscheint. Diese zweite Ordnungsreihe zeigt zwar auch einen bestimmten Rhythmus im Ablauf der Vorstellungen, aber keinen starren und unveränderlichen wie die erste. Und diese zweite Ordnungsreihe stellt sich überall dort ein, wo wir diesen Ablauf der Vorstellungen unter den Gesichtspunkt des Zweckes rücken. Der Zweck verhält sich zum Mittel, wie die Ursache zur Wirkung, der Reiz zur Empfindung, der Grund zur Folge. Nur gehören die drei letztangeführten Causalformen zur ersten Ordnungsreihe, die keine Ausnahme in der Abfolge des Bewußtseins zuläßt, während das Verhältniß von Zweck und Mittel wohl Ausnahmen gestattet. Anders ausgedrückt: logische, psychologische und physikalische Causalität zeigen eine absolute, teleologische Causalität nur eine relative Ordnung im Ablauf unserer inneren Erlebnisse. Erst wenn man die teleologische Causalität auf eine mechanische zurückführt, indem man Urtheile weiter zurückschiebt und dem Ursachenbegriff unterstellt, tritt Ausnahmslosigkeit der Geltung ein.

Ein Beispiel mag diesen Gedankengang erläutern. Auf einer Kegelbahn spielen seit Jahr und Tag dieselben Kegelfreunde, darunter Virtuosen und Stümper. Bei Figurenkegeln, wo der sogenannte „Zufall" (mit Recht als „Fux" verspottet), eine sehr seltene Erscheinung ist, Uebung, Begabung, Gewandtheit und Aufmerksamkeit dagegen fast immer den Erfolg bestimmen, wird der Virtuose den Stümper tausendmal schlagen. Und alle Urtheilsfähigen werden bei jeder Partie die bestimmte Erwartung hegen, der Virtuose werde den Stümper besiegen. Diese Erwartung im Ablauf unseres künftigen Erlebens gehört nun aber der zweiten Ordnungsreihe, der relativen, nicht der ersten, der absoluten, an. Die Sicherheit der Voraussage ist eine abgeschwächte. Der Ablauf läßt sich nicht mit der Unfehlbarkeit der Voraussage von Sonnen- oder Mondfinsternissen bestimmen. Da der Zweck – Gewinn einer Figurenserie – durch verschiedene Mittel erreicht werden kann, das Spiel der Motive also ein

reiches und bewegtes ist, so könnte es sich immerhin einmal ereignen, daß der Stümper zum 1001. Male die Partie gewänne, auch wenn die Erfahrung, d. h. der wirkliche Ablauf der Vorstellungen, tausendmal nein gesagt hat. Das ist auch der Grund, warum der Stümper in der Hoffnung auf das 1001. Mal immer wieder die Partie gegen den Virtuosen aufnimmt, ohne daß es ihm jemals einfiele, wie der Hund den Mond anzubellen, wie Xerxes den Hellespont zu peitschen, wie Don Quixote den Kampf gegen Windmühlen aufzunehmen, vom Fallgesetz etwa für sich eine Ausnahme zu fordern oder gar zu erwarten. Daß die Kugel so laufen muß, wie der Virtuose sie abgeschossen hat, d. h. an der mechanischen Causalität der ihr mitgetheilten Bewegung zweifelt auch der Stümper nicht, wohl aber daran, ob der Virtuose neben der eingeübten Gewohnheit auch noch Stimmung, Laune, Zielsicherheit gerade diesmal so in sich vereinigt hat, wie sie erforderlich sind, um der Kugel die proportionale Bewegung und bestimmte Richtung zur Erreichung eines bestimmten Zweckes mitzutheilen. Der Zweifel und in seiner Folge das Hoffen des Stümpers knüpft sich nicht an die Erwartung der Durchbrechung der mechanischen, sondern nur an die Möglichkeit der Ausschaltung der teleologischen Causalität.

Von hier aus übersieht man die psychologischen Ursprünge der mechanischen und teleologischen Deutungsweisen des Menschengeschlechts. Beide drücken den Grad der Sicherheit, die Vorausberechnung des Kommenden aus. Beide Deutungsweisen erweisen sich recht eigentlich nur als Geltungsgefühle für die Zukunft. Die causale Deutung birgt das Geltungsgefühl der Unbedingtheit, der unfehlbaren Sicherheit, logisch ausgedrückt: des apodictischen Urtheils in sich, die teleologische Deutung hingegen, die auf Motive zurückgeht, welche sich aller Controlle, somit aller festen Vorausbestimmung entziehen, bietet nur die abgeschwächte Sicherheit eines hypothetischen Urtheils dar: wenn du diesen Zweck erreichen willst, so müßtest du dich dieses probatesten Mittels bedienen. Aber ich brauche dieses Mittel weder zu kennen noch zu wählen, selbst wenn ich es kennte, da andere Bestimmungsgründe für die Wahl anderer Mittel maßgebend sein können. Aus diesem Grunde sind menschliche Handlungen, die der teleologischen Causalität von Zweck und Mittel unterliegen, nie mit unfehlbarer Sicherheit, wie das mechanisch-causale Geschehen in der Natur, voraus zu berechnen,

eben weil die Causalität nach Motiven unserer Controlle unzugänglich ist. Für das Naturgeschehen besitzen wir die sinnreichsten Apparate, die uns ermöglichen, seine Beziehungen in der constanten Abfolge unseres Bewußtseins zu wägen, zu zählen und zu messen. Wir werden anderwärts den Nachweis führen, daß alles Zählen und Messen nur identische Urtheile, Feststellungen von Beziehungsgesetzen im Ablauf unseres Bewußtseins enthalten. Gerade daher rührt ihre Sicherheit. Nicht so die vierte Form der Causalität, die aus Motiven entspringende teleologische Causalität. Hier besitzen wir nur die abgeschwächte Sicherheit von hypothetischen Urtheilen, von Wahrscheinlichkeitsrechnungen, von Regeln, Rythmen, Typen menschlichen Handelns, nicht aber die unfehlbare Sicherheit von mathematisch-logischen Gesetzen. In anderem Zusammenhange habe ich dafür die Behauptung aufgestellt: Die Natur ist das Reich der Gesetze, die Geschichte das der Zwecke.

Die Erklärung der Constanzen im Ablauf unseres inneren Erlebens nach Ursachen befriedigt das absolute Einheitsbedürfniß unseres Verstandes, die nach Zwecken beschwichtigt unser Streben nach einer Deutung des Sinnes menschlichen Zusammenlebens und Erfassung des Werthes menschlichen Zusammenwirkens. Dort ist die Einheit, hier die Mannigfaltigkeit, dort die Constanz, hier die Variabilität, dort das Sein, hier das Thun, dort das Denken, hier endlich ist das Werten unser Problem. Das beharrlich Zusammen- und Nebeneinander-Gedachte hypostasiren wir, nach Ausschaltung alles Unterschiedlichen, zum Substanzbegriff, das beharrlich Nacheinander-Gedachte und eben dadurch in ein beharrliches Durcheinander Gedeutete abstrahiren wir zum Begriff der mechanischen Causalität, das durch Motive Verbundene verallgemeinern wir zur teleologischen Causalität.

III.

In der zeitlichen Abfolge geht die teleologische Deutung der causalen voraus. Der anthropomorphisirenden, mythologisirenden und personificirenden Denkweise der alten Culturen lag es unvergleichlich näher, die Verallgemeinerungen der inneren Erlebnisse nach persönlichen Motiven, denn nach unpersönlichen Ursachen oder Zuständen zu vollziehen. Die von innen gesehene Causalität, die Motivation, wird anthropomorphisch in ein Außen projicirt, und so entstehen Fetischismus, Totemismus, Animismus,

Naturbeseelung, Traumverkörperung als religiöse, Hylozoismus und mikro- wie makrokosmische Deutungen als erste philosophische Welterklärungen. Der Causalbegriff selbst hat ja von Hause aus einen stark persönlichen Beigeschmack; er bildet sich allmälig an der Hand mythologischer Figuren, wie Moira oder Ananke, heraus, bis er im Begriff des unpersönlichen Naturgesetzes seine Abkunft aus Göttergestalten nach und nach verleugnet. Erst im Begriff des Naturgesetzes, wie er im 17. Jahrhundert die Eierschale des Mythologisch-Persönlichen endgültig zerbricht, ringt sich die vollendete Form der Causalität zur Erkenntniß durch, nach welcher Naturgesetze keine ewigen Befehle sind, denen man gehorcht, sondern ewige Zustände, denen man unterworfen ist.

Erwägungen ganz anderer Art haben Alfred Vierkandt (Naturvölker und Culturvölker, 1896, S. 380 u. 464) zu ähnlichem Ergebniß geführt. Nach Vierkandt geht im wissenschaftlichen Leben die teleologische Denkweise der causalen zeitlich voran. Beide sind Wiederspiegelungen des als ruhend und unveränderlich gedachten Ich. Das Alterthum denke vorwiegend statisch, die Neuzeit kinematisch. Nur sollte man dabei nicht vergessen, daß das statische Denken von Parmenides und Demokrit, das kinematische von Heraklit seinen Ausgangspunkt genommen hat.

Daß die Begriffe „wirkende Ursache“ und „Zweck“ ursprünglich gleicherweise von animistischen Vorstellungen abstammen, hat übrigens Mach klar gesehen.[1] Einen tiefgehenden Unterschied zwischen teleologischer und causaler Untersuchung läßt Mach gar nicht gelten; er sieht vielmehr in der ersteren eine vorläufige, in der letzteren eine endgültige Erklärung. Den Ursachenbegriff möchte Mach lieber durch den Functionsbegriff ersetzen; er hat aber gegen die „empirische Teleologie“ im Sinne Coßmanns keine Bedenken.

Wir sehen in Ursachen sowohl als auch in Zwecken Denkbehelfe zur Orientirung in der Außenwelt — Ausflüsse unseres Sinnes für Ordnung. Um im bunten Wechsel des Geschehens und in der Mannigfaltigkeit der inneren Erlebnisse feste Orientirungspunkte zu gewinnen, schafft unser Einheitsbedürfniß — das Ich-Bewußtsein — auf dem Wege der Subsumtion, wie auf dem der Abstraction, synthetisch zuerst, sodann analytisch, anfangs provisorische, späterhin definitive Ordnung. Die provisorische

---

[1] Analyse der Empfindungen, 2. Aufl., S. 70.

Ordnung kommt unter dem Gesichtswinkel des Zweckes, die definitive unter dem der Ursache zu Stande. Wie Archivare oder Bibliothekare Documente oder Bücher einreihen, so ordnet das wissenschaftliche Denken Erlebnisse. Das vorwissenschaftliche Denken steht der Natur ebenso hilflos und läppisch gegenüber, wie ein Laie, der das British-Museum in London beträte, wenn durch Brand- oder Wasserschaden alle Bücher, Manuskripte und Documente wirr und chaotisch durcheinander gerüttelt wären. Wie der Laie hier auf gut Glück dieses oder jenes Buch herausgreifen und sich darin festlesen würde, ohne die Uebung und die Kraft zu besitzen, die gewaltige Bibliothek wieder nach Rubriken, Zetteln, Alphabeten, kurzum nach Ordnungsprincipien herzustellen, so steht der naive Denker der Universalbibliothek der Natur rathlos und unbeholfen gegenüber, bis Philosophie und Naturwissenschaft einen Katalog der Natur anfertigen.

Auch die Bibliothekare haben verschiedene Methoden, in die Vielheit Einheit, in den unübersehbaren Wust Plan und Zusammenhang zu bringen, indem sie Zettelkasten, alphabetische Methode, Fächereintheilung, Numerirung etc. nach einander ausprobirten, bis sie Methoden fanden, die sich als die besten und erprobtesten bewährten, um alsdann von der Bibliothekswissenschaft endgültig acceptirt zu werden. Ganz ähnlich erging es menschlichem Denken und Wissen, als es das kühne Wagniß unternahm, in den scheinbaren Zufall des Naturgeschehens Zusammenhang, in die unübersehbare Wirrniß Ordnung, in die verwirrende Vielheit Rubriken, Classificationen, Eintheilungsformen, Principien, zuletzt Eine Einheit, endlich in das unenträthselbar scheinende Chaos den Kosmos zu deuten. Was dort Zettelkasten und alphabetische Ordnung leisteten, brachten hier Animismus, Anthropomorphismus, weiterhin Teleologie und Causalität zu Wege. Selbst die Einheit des Ich erscheint Mach (Analyse der Empfindungen, 2. Aufl., S. 22) als Zweckeinheit. Auch nach Aristoteles ist die Seele eine Entelechie oder Zweckeinheit. Ebenso hieß die Monade bei Leibniz ursprünglich Entelechie oder Zweckeinheit, bevor Leibniz den Terminus Monade fand.

IV.

Jede Methode ist genau so viel werth, als sie zureichende Erklärungsgründe für alles Geschehen in und um uns zu bieten vermag. Die biologische Aufgabe der Wissenschaft, sagt Mach

(a. a. O., S. 26), ist, dem vollsinnigen menschlichen Individuum eine möglichst vollständige Orientirung zu bieten. Der geringste Grad von Ordnung ist offenbar der Arterhaltung förderlicher als völlige Unordnung. Und so stellen sich denn Causalität und Finalität als die beiden großen Ordnungsprincipien, gleichsam als Wissenschafts-Register alles Geschehens dar. Das eine Register — heiße man es, wie herkömmlich, Causalität, oder mit Mach Function — ordnet alles Geschehen in Natur und Geist, in der organisirten wie in der nichtorganisirten Materie, in der belebten wie in der unbelebten Natur nach strengen Gleichförmigkeiten, nach immer in derselben Reihenfolge wiederkehrenden und in unserem Bewußtsein mit unfehlbarer Constanz associativ ablaufenden Empfindungs- oder Vorstellungscomplexen. Diese Ordnung nennen wir eine unbedingte, keinerlei Ausnahme zulassende, also von Außen gesehen eine naturnothwendige, von Innen gesehen eine denknothwendige, kurz: eine definitive Ordnung.

Neben dieser endgültigen (causalen oder functionellen) Ordnungsserie läuft indeß ein zeitlich älteres, aber minder wirksames Ordnungsmittel einher: die Einreihung alles Geschehens unter den Gesichtswinkel des Zweckes, sei es unter den eines persönlich gedachten Endzweckes der Substanz oder der Gottheit, und dann entsteht Finalität, sei es unter den unpersönlicher, mehr zuständlich gedachter Naturzwecke, und dann entsteht empirische Teleologie. Dort sollen die Absichten der Urkraft metaphysisch ergründet, hier nur die thatsächlich nach Zwecken sich vollziehenden Processe im Naturgeschehen gesammelt, registrirt, neben einander gestellt und zusammen geordnet werden, um künftigen Forschern eine Handhabe zu bieten, wie sie bestimmte Erscheinungen, insbesondere Lebenserscheinungen am besten zu deuten und am sichersten auszumitteln vermöchten. In der Finalität soll also die Zweckbetrachtung eine definitive, in der empirischen Teleologie dagegen eine nur provisorische Ordnung aufstellen. Mit dieser Einschränkung läßt auch Mach (a. a. O. S. 66, 67) die teleologische Betrachtung als Hilfsmittel der Forschung gelten. Gelänge der Nachweis einer Finalität oder des „Weltzweckes" fürs Universum ebenso lückenlos, wie für die Geltung der mechanischen Causalität, so wäre damit, mit Kant zu sprechen, ein constitutives Princip gewonnen, und nicht bloß ein regulatives oder gar nur ein heuristisches Princip.

In Wirklichkeit ist dieser Nachweis nie zu führen. Der große Lebenstraum aller an Leibniz orientirten Metaphysiker, es müsse dereinst gelingen, alle Causalität nur als Specialfall der Finalität aufzudecken, alle mechanischen Ursachen also in ewige Zweckgesetze aufzulösen, ist und bleibt ein Traum. Zweckmäßigkeit ist, wieder mit Kant zu sprechen, nur eine Betrachtungsform, kein constitutives Princip, oder eine provisorische, keine definitive Feststellung, wie Mach zeigt.

In der Welt der organisirten Materie, insbesondere innerhalb der Sphäre der lebendig organischen Natur, hat diese Zweckbetrachtung wie ihren psychologisch-associativen Ursprung, so auch ihre unübersteigliche Grenze. Die Betrachtungsweise nach Ursachen stellt eine absolute Ordnung innerhalb alles Weltgeschehens, die nach Zwecken nur eine relative Ordnung innerhalb des lebendigen Plasmas dar. Ausnahmslosigkeit der Geltung und unbedingte Sicherheit der Erwartung kommen daher nur der ersten, causalen Ordnungsserie, nicht der zweiten, teleologischen zu. Nur die Ordnungsserie der Causalität oder Function bietet uns Nothwendigkeit und strenge Allgemeingültigkeit: Gesetze. Die zweite Ordnungsserie, die teleologische, die nur auf Lebenserscheinungen anwendbar ist, hat heuristischen Werth und eben darum nur empirische Geltung. Sie liefert uns Rhythmen des Geschehens, auffallende Uebereinstimmungen in den Lebensäußerungen, kurzum Typen und Arten, aber keine Gesetze des Geschehens.

Mechanismus und Teleologie sind nach alledem nicht auf ein aut-aut, sondern auf ein vel-vel gestellt. Für die nicht organisirte Materie lehnen wir, genau so wie Descartes und Spinoza, richtig verstanden sogar auch wie Anaxagoras und Leibniz alle teleologische Betrachtung grundsätzlich ab. Sie hat sich dort als unzulänglich, mindestens als müßig und unnütz, wenn nicht geradezu als schädlich erwiesen. Wo wir, wie bei der nach mechanischer Causalität begreiflich gemachten unbedingten Regelmäßigkeit der Bewegungsgesetze, die erste Ordnungsserie lückenlos anzuwenden vermögen, wäre es thöricht, den minder sicheren und weniger zuverlässigen Denkbehelf der zweiten Ordnungsserie zu Rathe zu ziehen. Teleologie ist eben nichts anderes als abgeschwächte Causalität, abgeschwächt darum, weil sie eine Causalität nach Motiven ist, diese aber sich unserer strengen Controlle entziehen. Unsere Fernrohre und Mikroskope weiten und schärfen uns zwar

den Blick für die Welt des unendlich Großen und unendlich Kleinen; aber für den Mechanismus des thierischen Trieblebens oder menschlichen Motivspieles im Anpassen seiner Bewegung an das stärkste Motiv besitzen wir keinerlei technische Behelfe.

Die Betrachtungsweise der Zweckmäßigkeit orientirt uns also nur dann über die Zusammenhänge des Geschehens in und um uns, wenn wir sie dort anwenden, wo wir sie erwarten dürfen. Ein Handeln nach Motiven dürfen wir aber nur erwarten, wenn und wofern Rudimente von Bewußtsein hervortreten, wie bei den Protisten. Schon in der Pflanzenwelt bringt uns die Zweckbetrachtung nicht gar weit, obgleich die empirische Teleologie, wie Coßmann gezeigt hat, in der Botanik noch etwelche Dienste zu leisten vermag. Hier aber findet die Anwendbarkeit der teleologischen Methode ihre äußerste, unübersteigliche Schranke: Plasma und Zelle heißen die Grenzpfähle, welche den Geltungsbereich der teleologischen Betrachtungsweise für immer einschließen. Jenseits dieser Grenze ist nur noch für die erste, constitutive Ordnungsserie, die nicht nach der uncontrollirbaren Abfolge von Zweck und Motiv, sondern nach der unverbrüchlichen, in der bisherigen Erfahrung wenigstens noch niemals durchbrochenen Causalreihe von Ursache und Wirkung Raum vorhanden.

Wir gelangen somit zu folgendem Ergebniß. Von den beiden Ordnungsserien des menschlichen Intellects, welche uns eine Orientirung in uns selbst und in unserer Umwelt ermöglichen, hat die erste, die causale, constitutiven Character, gilt nothwendig und allgemein, und nimmt den Rang eines unausweichlichen Denkzwanges oder Gesetzes ein. Es verschlägt dabei wenig, ob man Causalität mit Kant als apriorische Kategorie des Verstandes oder mit Hume als Denkgewöhnung begreift. Was für Naturmenschen einst bloße Denkgewöhnung war, ist uns durch Selection und Vererbung Anschauungs- oder geradezu Denknothwendigkeit geworden, somit psychologisch nothwendig und logisch allgemein gültig. Die zweite Ordnungsserie, die teleologische Betrachtung, ist zwar als Denkbehelf älter, aber in ihrer Anwendbarkeit enger, in der Gültigkeit ihrer Urtheile oder Aussagen beschränkter, in der Sicherheit ihrer Voraussagen minder zuverlässig, als die erste Ordnungsserie. Der Grad der Sicherheit beträgt dort 100 %, hier – infolge der Unberechenbarkeit der Motive – selten über 95 % der Voraussagen.

Durch causale Ereignißketten sind wir befähigt, Sonnen- und Mondfinsternisse mit apodictischer Sicherheit vorauszusagen,

durch teleologische Ereignißreihen sehen wir uns bemüßigt, mit der annähernden, also abgeschwächten Sicherheit von Wahrscheinlichkeitsrechnungen fürlieb zu nehmen, uns also bei hypothetischen Urtheilen zu bescheiden.

V.

Diese Degradirung der Teleologie zu einer Ordnungsserie zweiten Ranges und ihre Einschränkung auf die lebendig organische Natur bedeutet indeß nur eine Einbuße an metaphysischem Ansehen und Gewicht. Denn dieser Verlust wird reichlich wettgemacht durch Gewinnziffern auf anderen Gebieten, wo uns wieder die causale Erklärung im Stiche läßt, während die teleologische uns um so größere Dienste leistet – und dieses Gebiet ist die Physik der Gesellschaft oder Sociologie. Ist nämlich die Einheit des Ich, wie Mach annimmt, im Wesentlichen nur eine aus dem practischen Bedürfniß hervorgewachsene Zweckeinheit (Entelechie des Aristoteles), so ist die menschliche Gesellschaft, die sich wieder aus der Vielheit der Iche zusammensetzt, erst recht eine Zweckeinheit. Will man sich nun ebenso orientiren über die Zusammenhänge innerhalb dieser Zweckeinheit, wie etwa über die Ursacheneinheit in den Bewegungsgesetzen des Planetensystems (Gesetz der Schwere, Gesetz von der Erhaltung der Energie), so bietet uns die erste Ordnungsserie, die reine causale, so gut wie gar keine Aufschlüsse, während die zweite, die teleologische, die Zusammenhänge der menschlichen Gesellschaft nach Zweckbetrachtungen so weit aufdeckt, daß sie uns den Sinn des Lebens und den Plan menschlichen Zusammenarbeitens aufhellt. Hier leistet die teleologische Betrachtung heuristisch die wichtigsten Dienste, zumal wir ohne dieselbe vollständig im Finstern umhertappen müßten.

In der Zweckeinheit menschlichen Zusammenwirkens kommt es eben nicht so sehr auf die ratio fiendi, essendi oder cognoscendi, sondern lediglich und ausschließlich auf die ratio agendi an. Die mechanische Causalität erklärt uns das Sein, die logische das Denken, und erst die teleologische, aus Motiven hervorgegangene, das Handeln. Wollen wir zum Behufe unserer Orientirung in der Welt des Thuns ebenso danach trachten, Gleichförmigkeiten aufzudecken und, auf Grund ihrer, Richtlinien für unser Handeln zu gewinnen, wie wir in den Gesetzen der formalen *Logik* einen Kanon fürs Denken und in den Natur-

gesetzen Kategorien des Seins zur Orientirung in der Welt des Geschehens und der Welt des Denkens gebildet haben, so können wir der teleologischen Methode schlechterdings nicht entrathen. Heißt eben Teleologie: Causa nach Motiven, so können wir uns aus dem Chaos menschlichen Thuns nur dann einen Kosmos socialer Regelmäßigkeiten construiren, wenn wir den Denkbehelf der zweiten Ordnungsserie, der Teleologie, herzhaft und consequent zur Anwendung bringen. Ueberall dort, wo das Geschehen sich in ein Handeln verwandelt, wo also nicht bloß das Causalverhältniß von Ursache und Wirkung, von Reiz und Empfindung, sondern wesentlich und vorzüglich das von Motiv und Zweck die Richtung des Geschehens, d. h. das Thun bestimmt, ist die teleologische Betrachtung nicht bloß wie in der Thier- und Pflanzenwelt zulässig, sondern die einzig gebotene und berechtigte. Die Geschichte ist eben, wie ich immer wieder betonen muß, ebenso das Reich der Zwecke, wie die Natur das Reich der Gesetze ist.

Um menschliches Thun im Zusammenhange zu begreifen, die Gruppenhandlungen von Individuen zu classificiren, das Zusammenwirken der Theile zu einem gemeinsamen Zwecke, nach dem Vorbilde des menschlichen Organismus, subsumirend und rubricirend unter einheitliche Gesichtspunkte zu bringen, dazu bedarf es der teleologischen Betrachtungsweise und nur ihrer. Das Phantom geschichtlicher Gesetze, wie es Buckle vorschwebte, ist längst in Nichts zerronnen. Mit diesem Irrwisch haben wir uns zum Glück kaum noch ernstlich zu befassen. Nicht Naturgesetze, nicht mechanische Causalität, sondern Zweckgesetze, teleologische Causalität, das Handeln nach Motiven, sind die letzten elementaren Bestimmungsgründe menschlichen Zusammenwirkens. Und mag es auch hundertmal wahr sein, daß die zweite Ordnungsserie, die teleologische, uns keine strengen Gesetze im Sinne der Physik, sondern nur Regeln im Sinne der Grammatik, Klugheitsmaximen im Sinne der alten Gnomiker und der reinen Erfahrungsphilosophen, Verhaltungsweisen im Sinne des Rechtsgesetzes, Gesellschaftstactes oder der Moralnorm anräth, so müssen wir wiederholt daran erinnern, daß jede Ordnung besser ist als totale Unordnung, jede Orientirung werthvoller als gar keine. Die teleologische Ordnungsserie ist gleichsam unser Lebensregulator, der Compaß unseres Lebensschiffleins auf dem uferlosen Meere des Daseins.

Als Instinct, Reflexbewegung und automatischer Act wirkt das immanent Teleologische in uns dahin, daß wir auf Grund der in uns durch Selection und Vererbung aufgespeicherten Gattungserfahrung ohne Ueberlegung, ohne Spiel von Motiven, wissen, wie wir im Interesse unserer Selbsterhaltung zu handeln haben. Durch Vererbung empfangen wir von den Vorfahren gleichsam das biologisch-psychologische Minimum, um uns im Kampf ums Dasein erfolgreich behaupten zu können. Empfindung, Anschauung, Wahrnehmung, Vorstellung, Aufmerksamkeit, Phantasie, Begriffsbildung stellen weitere, höhere Etappen einer bewußt werdenden Zwecksetzung dar, die uns diesen Kampf erleichtern und die Herrschaft auf unserem Planeten sichern sollen. Die Erkenntnißfactoren garantiren uns gleichsam das logische Minimum zum Behufe unserer Selbstbehauptung als vernünftiger Wesen. Endlich sind gesellschaftliche Gebilde, sociale Schichtungen und Gliederungen, kirchliche Institutionen, rechtliche, politische und staatliche Einrichtungen, Staatenbündnisse und Bundesstaaten zuständlich gewordener menschlicher Gattungsgeist. Religionen, Rechts- und Moralsysteme setzen ferner das ethische Minimum zur Behauptung socialer Selbsterhaltung fest. In der Sprache Hegel's heißen diese geschichtlich gewordenen Institutionen objectiver, in der von Karl Marx geronnener Geist. Nur sieht Hegel in diesen geschichtlichen Gebilden einen rein logischen, Marx einen rein causalen, wir hingegen sehen in allen Offenbarungsformen menschlichen Zusammenwirkens, in den öffentlichen Einrichtungen und durch die stillschweigende Zustimmung Aller sanctionirten socialen Gestaltungen, lediglich Zweckgebilde, d. h. einen teleologischen Proceß.

VI.

Orientirt uns die causale oder (mit Mach) functionelle Methode über diejenigen Regelmäßigkeiten menschlichen Zusammenwirkens, welche, wie etwa der Chemismus und Mechanismus, das Energiegesetz oder die Aequivalenzformel, für alles Daseiende, also auch für Menschen ausnahmslos gelten, so zeigt uns die Statistik, insbesondere die Moralstatistik, eine andere Serie von Regelmäßigkeiten auf, welche, wie die Geburten-, Todes-, Brand-, Mord-, Diebstahlstatistik zeigt, auch mit einer gewissen Constanz wiederkehren, aber nicht mit der Sicherheit der Erwartung von 100 %, wie Physik

und Chemie sie bieten, sondern etwa 80—82% wie Meteorologie oder 90—95% wie einzelne Gruppenhandlungen der Moralstatistik.

Als die ersten Moralstatistiker — Pinel, Quetelet, v. Oettingen — die genannten Constanzen in der Wiederkehr menschlicher Gruppenhandlungen, welche übrigens schon Kant mit merkwürdigem Weitblick erkannt und in seiner Geschichtsphilosophie gebührend berücksichtigt hat, zahlenmäßig festgestellt hatten, war die allgemeine Verblüffung so groß, daß man in der ersten Entdeckerfreude gar voreilige Schlüsse gezogen hat. Man folgerte nämlich vielfach aus diesen moralstatistischen Constanzen, daß nunmehr der endgültige Beweis für den Determinismus zahlenmäßig erbracht sei. Die Milieutheorie Taine's und die Rassenkampflehre von Gumplowicz zogen aus den aufgedeckten Gleichförmigkeiten menschlicher Gruppenhandlungen, wonach selbst versehentlich adresselos in den Briefkasten geworfene Briefe eine gewisse Constanz pro Jahr und Kopf der Bevölkerung aufzeigen, die temperamentvolle Generalisation: das sociologische Ei des Columbus sei jetzt gefunden! Der Mensch ist jetzt auch *in* seinen Handlungen der mechanischen Causalität unterstellt.

Die Statistik verwandelte sich in der consequenten Milieutheorie zu einer Mechanik der Sociologie. Die 4—5%, welche der Moralstatistik, selbst in ihren gelungensten Nachweisen, bis zu den 100% der absolut regelmäßigen Wiederkehr fehlten, wurden achselzuckend als quantité négligeable ausgeschaltet; die unbequemen Brüche wurden mit einem bequemen Schwamm einfach weggewischt. Nach und nach lehnte sich indeß die sociologische Opposition gegen dieses neue Fatum auf, gegen diese moralstatistische Prädestination zur Sünde, welche den Menschen zur „Null und Marionette", zum mechanischen Product von Klima und Bodenbeschaffenheit, von Rasse und Umgebung, von Vererbung und Character herabdrückte. Unter dem Wahlspruch „le statistique, cést un mensonge en chiffres" wurde die Gültigkeit der moralstatistischen Voraussagen stark angezweifelt, jedenfalls der unbedingte Determinismus, der fatalistische Zwang in der unbedingten Abhängigkeit des Einzelnen von seinem Milieu rundweg abgelehnt.

Und hier stoßen wir nun auf die moderne energetische Fassung des Problems der Freiheit. Im Gegensatz zu jenen Deterministen, welche auf Grund der Moralstatistik den strengen spinozististischen Determinismus für zahlenmäßig erwiesen er-

achten, finden wir gerade durch die Moralstatistik das Gegentheil des strengen, ausnahmslos gültigen Determinismus bestätigt. Wir legen eben nicht, wie jene, das Schwergewicht auf die 95 % der übereinstimmenden, sondern gerade auf die 5 % der nicht übereinstimmenden Fälle. Gehörte die Causalität menschlichen Zusammenwirkens der ersten Ordnungsserie, der mechanischen an, wie spinozistisch gerichtete Deterministen annehmen müssen, so dürfte die Regelmäßigkeit der Wiederkehr socialer Phänomene kein Manco von 5—15 % aufweisen, sondern, wie physikalische und chemische Phänomene, 100 % betragen. Das ist indeß nie und nirgends der Fall. Die günstigste Uebereinstimmung kommt bei genauem Nachweisen über 95 % der Wiederkehr socialer Massenerscheinungen nicht hinaus, folglich beweisen nicht die 95 % der übereinstimmenden Fälle den strengen Determinismus, sondern umgekehrt beweisen die fehlenden 5 % die Freiheit.

In 95 % der Fälle handelt das menschliche Individuum nach Motiven, die es seiner Gruppe, Klasse, Kaste, Rasse, Religion, Nation, seinem Beruf, Rang, Stand, Volk, seinem Freundeskreis oder seiner Lectüre, kurz seiner Umgebung entnimmt. Aber in 5 % aller beobachteten Fälle stimmt das Milieu-Exempel nicht, weil das Individuum im Spiel seiner Motive manches Uncontrollirbare und Incommensurable einschiebt, das aller Schematisirung spottet, allem Milieu-Zwang Hohn spricht, mithin strenge Gesetzmäßigkeit und unfehlbare Gültigkeit der Voraussagen menschlicher Handlungen ausschließt. Aus alledem folgt, daß die Gleichförmigkeiten innerhalb der socialen Gebilde, die Niemand bestreiten wird, der ein moralstatistisches Werk je vor Augen gehabt hat, keine absolute, sondern relative, keine endgültige, sondern vorläufige Orientirung gewähren, keine Gesetze von strenger Allgemeinheit und Nothwendigkeit, sondern nur Rhythmen oder Typen des Geschehens zulassen.[1]

Hier leistet nun die teleologische Methode heuristisch Unentbehrliches. Wie uns die Instincte Orientirung für unser ganzes Triebleben und unbewußtes Erleben, die Gesetze der formalen Logik Orientirung über unsere gesamte Gedankenwelt oder unser bewußtes Erleben gewähren, so verschaffen uns Zweck-

[1] Vergl. darüber meine „Sociale Frage im Lichte der Philosophie", 1897, S. 519 ff., und „Wende des Jahrhunderts". Versuch einer Culturphilosophie, 1899, S. 179, 194 ff.

gesetze oder teleologisch abgeleitete Regeln Orientirung über das, was wir im Interesse unserer Selbst- oder Arterhaltung sollen. Die sociale Teleologie wirkt im höchsten Sinne arterhaltend, sofern sie uns für das Spiel unserer Motive, worin allein unsere Freiheit besteht, empirisch abgeleitete Regeln, Zweckmäßigkeitserwägungen, Gattungserfahrungen über die nützlichsten, lebenerhöhenden, also arterhaltenden Formen menschlichen Handelns in Bereitschaft hält. Das Spiel unserer Motive, welches die Moralstatistik in ihren 5—15 % der festgestellten abweichenden Fälle nur registrirt, wie der Zeiger die Zeit, bewegt sich in den engen Grenzen von 5—15 % der vom Milieu abweichenden Fälle. In dieser Wahl des Motivs, bei welcher das stärkste Motiv psychologisch freilich immer den Ausschlag giebt, liegt unsere Freiheit dem Milieu gegenüber beschlossen. Von Außen gesehen, d. h. im Verhältniß zur Umgebung, sind wir frei, sofern wir empirisch nachweisen können, daß unser Spiel der Motive dem *Milieu* in 5—15 % der constatirten Fälle thatsächlich Widerstand entgegengesetzt. Von Innen gesehen, psychologisch, vom Standpunkt des stärksten Motivs betrachtet, sind wir frei nur, wie es Gott bei Spinoza ist, nämlich als Causa sui, sofern wir keinem Zwang von Außen, sondern nur einer Nötigung von Innen unterliegen. Die erste Ordnungsserie, die mechanische Causalität, gilt also von der gesammten (belebten und unbelebten), die zweite, teleologische, hingegen nur von der lebendig organischen Natur. Freiheit endlich heißt nichts Anderes als: Spiel von Motiven. In unserem Mechanismus und Chemismus sind wir Menschen also der mechanischen, in unseren vitalen Functionen der teleologischen Causalität unterworfen. In unserem socialen Zusammenwirken endlich, das nicht, wie bei Heerdenthieren, durch den Instinct vorgeschrieben, sondern mit wachsendem Bewußtsein von der menschlichen Vernunft, also einem System von Motiven, reguliert wird, kommt jenes bescheidene Maß von Freiheit zum Vorschein, das uns von der Thierwelt abhebt und zu Lebewesen höchster Ordnung stempelt.

Das duale System der Harmonie.

Von

Arthur von Oettingen.

Eine gedrängte Uebersicht über das duale Harmoniesystem wurde im ersten Bande dieser Annalen, Seite 62—75 gebracht. Nachfolgend beginnen wir mit den Belegen zu der aufgestellten Theorie, die wir in sieben Abschnitten darstellen wollen:

I. Tonhöhenordnung. Instrumente reiner Stimmung.
II. Klang. Analyse. Symbolik. Tonicität und Phonicität.
III. Begriff der Consonanz; akustische und musikalische.
IV. Klangfortschritt. Tongeschlechter. Tonalität und Phonalität. Dissonanz und Bissonanz. Metharmonik. Enharmonik.
V. Die gemischten Tongeschlechter.
VI. Verwandtschaftskreis der reinen Tongeschlechter.
VII. Bissonanz und Auflösung. Harmonisirung. Volkslied. Musica divina.

I. Tonhöhenordnung. Instrumente reiner Stimmung.

Elemente des Tones. Wenn die Körper unserer Umgebung schwingende Bewegungen ausführen, so wird die Luft in Mitschwingung versetzt. Die erregten Luftwellen pflanzen sich nach allen Seiten fort; wenn sie unser Ohr treffen, so erhalten wir eine Schallempfindung.

Wir unterscheiden Geräusche und Töne. Die letzteren beruhen auf einer geordneten periodischen Bewegung der Luft; es folgen sich Wellen, von welchen eine jede der vorigen gleich ist. Bei Geräuschen ist die Bewegung keine in diesem Sinne geordnete. Sie spielen eine sehr hervorragende Rolle in unserer Sprache und auch in der Musik sind sie keineswegs unwesentlich; indessen können wir in der Harmonielehre ganz von ihnen absehen, wir haben es nur mit dem Tone zu thun.

Töne werden von einander unterschieden je nach ihrer Tonhöhe, Tonstärke und Tonfarbe, gewöhnlich Klangfarbe genannt. Die Tonhöhe hängt davon ab, wieviel Schwingungen in der Secunde unser Ohr treffen. Jede Schwingung hat eine gewisse Schwingungsweite oder Amplitude; von dieser hängt die Tonstärke ab; von der Form der Welle wird die Klangfarbe bestimmt.

In der Harmonielehre ist die Tonstärke zunächst, d. h. so lange die höhere Aesthetik zurücktritt, von untergeordneter Bedeutung, wir haben es vorläufig nur mit den genannten zwei Elementen zu thun, der Tonhöhe und der Klangfarbe. Wir wollen zuerst uns in Bezug auf die Tonhöhe orientiren, dann aber die Bedeutung der Klangfarbe für die Harmonielehre kennen lernen.

Man kann eine absolute und eine relative Tonhöhe unterscheiden. Der absoluten entspricht eine ganz bestimmte Anzahl von Schwingungen in der Secunde. Das Ohr vernimmt bei etwa zwanzig Schwingungen in der Secunde die tiefsten Töne. Je größer die Anzahl der Schwingungen in der Secunde oder kurz die Schwingungsfrequenz, um so höher der Ton. Wir vermögen verschiedene Töne mit einander in Beziehung zu setzen.

Intervalle: Zwei Töne, sagt man, bilden mit einander ein Intervall, wobei zu bemerken ist, daß das Wort Intervall, welches wörtlich Zwischenraum heißt, hier nicht den Abstand der beiden Töne bedeutet, sondern die beiden Töne selbst bezeichnen will. Die Erfahrung hat gelehrt, daß, wenn bei zwei Tönen das Verhältniß der Schwingungszahlen ein einfaches ist, wir eine Verwandtschaft dieser Töne anerkennen und wiedererkennen.

Drei Intervalle werden der Bezeichnung, der Benennung und der Ordnung der Töne zu Grunde gelegt, die Octave, die Quinte und die große Terz. Die Octave wird von je zwei Tönen gebildet, deren Schwingungszahlen sich wie 1 zu 2 verhalten: Macht ein Ton eine gewisse Zahl von Schwingungen, die wir gleich n setzen wollen und ein anderer Ton macht die doppelte Anzahl, also $2n$ Schwingungen, so bilden diese beiden Töne eine Octave. Wie nah solche Töne mit einander verwandt sind, kennt Jedermann aus eigener Erfahrung. Der Ton, der $4n$ Schwingungen macht, ist wiederum die Octave des Tones mit $2n$ Schwingungen u. s. f., von jenem Tone $4n$ ist der Ton $8n$ wiederum die Octave. In dieser Weise kommt man bald

zu sehr hohen Tönen. Auf unseren Tastinstrumenten finden wir leicht zu jedem Tone seine Octave heraus. Von je zwei solchen Tönen sagen wir, sie stünden im Verhältniß einer Octave, oder sie bilden eine Octave.

Wird einem Tone ein gewisser Name gegeben, z. B. der Name *f*, so pflegt man alle seine Octaventöne gleichfalls *f* zu nennen, nur versieht man jeden um eine Octave höheren Ton mit einem höheren Index; der tiefste noch hörbare dieser Tonreihe sei *f* genannt und geschrieben. So erhält man die Reihe

$$f \; f^{I} \; f^{II} \; f^{III} \; f^{IV} \; f^{V} \; f^{VI} \; f^{VII} \; f^{VIII} \; f^{IX} \; f^{X} \; f^{XI}$$

Durch diese Festsetzung ist bereits das ganze Gebiet der Töne in Octaven abgetheilt, und es gilt nun innerhalb einer Octave fernere Unterschiede festzustellen und zu benennen. Das ganze in einer Octave liegende Tonmaterial wird meist auch nur kurz „Octave“ genannt. Wenden wir zunächst das Intervall der reinen Quinte an, das wir durch das Verhältniß der Schwingungszahlen 2:3 definiren. Die reine Quinte von unserem Ausgangstone *f* wollen wir, dem allgemeinen Gebrauch entsprechend, *c* nennen. Ebenso, wie wir zu *f* alle Octaventöne feststellen konnten, gerade so sind uns mit *c* alle seine Octaven gegeben, wenn wir die 2fache, 4fache, 8fache Zahl u. s. w. uns bilden. Ganz dasselbe gilt für jeden anderen neu zu definirenden Ton, so daß von jetzt ab wir diese Octaventöne sämmtlich als gegeben ansehen können, ohne solches bei jedem neuen Namen in der Octave ausdrücklich zu erwähnen.

Quintgeneration: Den Schritt von *f* nach *c* nennt man einen Quintschritt. Das Verhältniß der Schwingungszahlen war 2:3; hierdurch ist die relative Beziehung festgestellt; über die absoluten Schwingungszahlen dürfen wir später verfügen. Machen wir von *c* aus weitere Quintschritte, so ist es geboten, die bekannten Namen zu wählen, die seit viel hundert Jahren in der Musik üblich waren. Dadurch erhalten wir zunächst die bekannte Folge *f, c, g, d, a, e, h.* An letzter Stelle hat sich der Buchstabe *h* unberechtigter Weise eingebürgert, denn ein Blick auf unsere Tastinstrumente lehrt sofort erkennen, daß es statt *h* vielmehr *b* heißen müßte. Auf dem Klaviere liegen neben einander die Tasten: *a, h, c, d, e, f, g.* Hätte man statt *h* den Namen *b* eingeführt, so läge die weit consequentere Bezeichnung: *a, b, c, d, e, f, g* vor. Hierzu wollen wir sofort noch bemerken, daß

von den sieben Tönen *a* bis *g* der Ton *d* in der Mitte zwischen je drei anderen sich befindet. Auf Tastinstrumenten kommt der Taste *d* allein eine bevorzugte Stellung zu, denn sie allein hat eine Lage, in Bezug auf welche alle anderen Tasten symmetrisch nach beiden Seiten sich vertheilen. Die Taste *as* hat scheinbar auch eine symmetrische Lage, aber schon ihr Doppelname *as* oder *gis* verräth, daß sie nicht in demselben Sinne wie *d* Centrum einer Symmetrie ist.[1]

Ehe wir weitere Quintschritte ausführen, muß erkannt werden, wie wir dazu kommen, alle sieben bisher definirten Töne in einer Octave neben einander zu finden. Wenn wir von *f* nach *c* und von *c* nach *g* gingen, geriethen wir mit *g* in den Bereich einer neuen Octave. Da aber mit dem Tone *g* zugleich alle seine Octaven gegeben sind, so ist auch der Octavenschritt in die Tiefe gestattet; hierdurch kommt das *g* neben *f* zu liegen. Ganz dasselbe gilt von allen anderen neugefundenen Tönen, die wir uns stets in eine und dieselbe Octave zurückversetzt denken wollen, und zwar wählen wir in hergebrachter Weise die Octave von *c* bis c^1. Um nun von dem zuletzt gefundenen *h* weitere Quintschritte zu machen, brauchen wir nicht neue Buchstaben des Alphabets heranzuziehen, die Quinte von *h* nennen wir wie üblich *fis*, und zwar lediglich deshalb, weil der Ton *fis* der Tonhöhe nach ziemlich nahe bei *f* liegt. Von einer Verwandtschaft zwischen *f* und *fis* kann keine Rede sein; liegen sie doch

[1] Es ist in der That sehr zu bedauern, daß unsere Taste *h* nicht *b* genannt wird. Consequent wäre ferner *bes* statt *b*, *bis* statt *his* zu sagen, auch *beses* statt wie üblich *bb*. – Eine Aenderung in wissenschaftlichen Darstellungen wäre aus manchen Gründen berechtigt und erwünscht, schon wegen der Consequenz der Bezeichnungen. Auch existirt im Englischen für *h* schon der Name *b*; die Engländer nennen unser *h* *b-sharp*, und unser *b* nennen sie *b-flat*, welches in seiner Doppelsilbigkeit natürlich auch unpraktisch ist; Bosanquet schreibt für unser *h* einfach *b* und für unser *b* schreibt er b^b. Die Franzosen nennen unser *h* *si* und unser *b* *si-b-moll!* Eine Umnennung von *h* in das consequentere *b* brächte indeß in die deutsche praktische Musiksprache Verwirrung; freilich nicht, wenn *b* in *bes* umgenannt wird, wohl aber dann, wenn statt *h-moll* — *b-moll* gesagt wird. Nach meiner Ueberzeugung müßte dennoch, je früher je lieber, die Umnennung vorgenommen werden, doch nur auf Beschluss eines internationalen musikalischen Congresses, auf dem alle Nationen die Namen *a b c d e f g* annähmen. Für eben diese Tasten müssen außerdem sangbare Silben festgesetzt werden, wie dahinzielende, sehr beachtenswerthe Vorschläge von Herrn Carl Eitz gemacht worden sind. (Siehe dessen Zeitschrift: „Das Tonwort", Eisleben 1902).

volle acht Quintschritte auseinander. Ebenso kommen wir von *fis* nach *cis* und finden durch lauter reine Quintschritte die weiteren Töne: *fis, cis, gis, dis, ais, eis, his,* die ebenso sieben Töne ausmachen, wie die Reihe: *f c g d a e h.* Es ist klar, daß wir mit dem Tone *his* nicht aufzuhören brauchen, denn Namen für neue sieben Quinten finden sich durch nochmalige Anhängung der Endsilbe *is* als: *fisis cisis gisis disis aisis eisis hisis.* Bis hierher wären 3×7, also 21 Töne in jeder Octave definirt, offenbar aber kann man nach dem angeführten Princip ohne alle Grenzen weiter gehen. Indeß genügt einstweilen das angeführte Tonmaterial. Es erübrigt noch, zu erkennen, daß wir ebenso, wie wir von *f* aus nach der Höhe neue Quinten bildeten, auch von *f* nach der Tiefe neue Töne definiren können; auch hier brauchen wir keine neuen Buchstaben des Alphabets. Wir nennen die Unterquinte von *f* wie üblich *b*, deren Unterquinte *es*, dann folgt *as des ges ces fes,* und ebenso können wir weiter durch nochmalige Anhängung der Silbe *es* neue sieben Quinten bilden: *bb eses asas deses geses ceses feses,* so daß nach beiden Seiten, nach oben und nach unten, die Reihe der Quinten eine unendliche sein wird. Diese Gesammtheit von Tönen wollen wir eine Quintgeneration nennen.

Buchstabentonschrift. Denkt man sich alle Töne, die bisher definirt worden sind, in eine Octave zusammengebracht, so hat man zwar eine unendliche Menge von Tönen, dennoch aber keine zwei, die einander gleich wären, und trotz der Menge sind noch andere Tonbeziehungen zu definiren. Daß zunächst keine zwei Töne einander gleich sein können, erkennt man aus dem Satze der Arithmetik, demgemäß eine jede Zahl nur auf eine Weise sich in Factoren zertheilen läßt. Nehmen wir nun *c* als Ausgangston an; er mache in einer gewissen Zeit eine Schwingung, so wird *g* 3/2 Schwingungen machen, ferner *d* $3/2 \times 3/2 = 9/4$ etc. Jede neue Quinte höher hinauf verlangt einen Factor 3/2 mehr. Die entsprechenden Töne in tieferen Octaven erhalten wir durch Division mit 2. Ein Product von lauter Dreien kann aber niemals eine Zahl ergeben, die durch 2 aufgeht, folglich kann kein einziger Ton innerhalb der ganzen Quintgeneration mit irgend einem Ausgangstone übereinstimmen. Diese Erkenntniß giebt Anlaß zu der bekannten künstlich erzwungenen Uebereinstimmung der zwölften Quinte mit dem Ausgangstone, dem sogenannten Quintencirkel.

Temperirung der Quinten: Wenn man von *f* aus zwölf Quinten fortschreitet, so kommt man zu einem Tone *eis*; dieser liegt ziemlich nahe bei dem Ausgangstone *f*, denn $f : eis = 2^{19} : 3^{12}$ $= 524288 : 531441$, welches $= 80 : 81{,}09$, d. h. in Worten: wenn *f* 80 Schwingungen macht, so macht *eis* 81 und 9 hundertstel Schwingung. Zwei Töne aber, deren Schwingungen sich wie 80 zu 81 verhalten, nennt man ein syntonisches Komma, mithin ist *eis* sehr nahe ein Komma höher als *f*. — — Das brachte die Tonkünstler vor zweihundert Jahren auf den Gedanken, eine jede der zwölf genannten Quinten *f—c*, *c—g*, *g—d* etc. etwas tiefer zu stimmen, als dem reinen Verhältniß entspricht. Eine derart vertiefte Quinte nennt man temperirt, und weil es eben zwölf Quinten sind, die den Quintencirkel schließen, so nennt man diese Stimmung die zwölfstufige Temperirung. Weniger passend, wenn auch häufiger gebraucht, ist die schon anderweitig angewandte Bezeichnung Temperatur. Die Engländer nennen es „Temperament."

Reine Stimmung. Die temperirte Stimmung ist von unschätzbarer Bedeutung für praktische Musik. Die Harmonielehre dagegen hat es mit der reinen Stimmung zu thun, denn wir vermögen nur reine Quinten anzugeben, und wenn temperirte Intervalle ertönen, so fassen wir doch reine Beziehungen auf; wir besitzen nämlich die Fähigkeit, an unreinen Intervallen das in unserer Auffassung zu ergänzen, was an der Reinheit des Intervalles fehlt. Daraus aber folgt keineswegs, daß wir gewisse, bestimmte Unreinheiten zu intoniren vermögen. Sobald es sich um eine Musik handelt, in welcher die Töne nach dem Gehör gebildet werden müssen, tritt die Bedeutung der reinen Stimmung in ihr Recht.

Es handelt sich aber in der Musik nicht so sehr um die Menge definirter Töne, als vielmehr um deren möglichst nahe Beziehungen. Von der ganzen Quintgeneration interessiren uns immer nur einige von einem beliebigen Anfangstone nicht allzuweit entfernte Töne. Andererseits läßt es sich zeigen, daß es noch nah verwandte Töne giebt, die in der ganzen Quintgeneration nicht vorkommen, und wenn sie auch mit großer Annäherung vorkommen, so erscheinen sie dort nicht als nahe Verwandte. Solche Töne erhält man durch das Intervall der großen Terz. Sie entspricht dem Schwingungsverhältniß 4:5.

Buchstabentonschrift. Gehen wir von irgend einem bereits definirten Tone aus, z. B. von *c* und machen in bekannter

Weise vier Quintschritte *g, d, a, e,* so verhält sich $c:e = 1:(3/2)^4$ oder was ganz dasselbe ist $= 64:81$. Suchen wir dagegen von demselben *c* aus die reine große Terz, so erhalten wir $4:5$ oder, was dasselbe ist: $64:80$. Da der neugefundene Terzton von *c* etwas tiefer als *e* ist, so wollen wir ihn mit $\bar{e}$ bezeichnen.[1] Dieser Ton $\bar{e}$ macht 80 Schwingungen, während *e* deren 81 vollführt, mithin ist $\bar{e}:e = 80:81$. In der Theorie der reinen Stimmung spielt dieses syntonische Komma eine hervorragende Rolle.

In gleicher Weise kann man zu jedem Tone die reine große Terz bilden, und die Bezeichnungsweise ergiebt sich ganz von selbst, denn die Terz von *g* wird $\bar{h}$ heißen müssen, und die von *d* muß mit $\overline{fis}$ bezeichnet werden. Offenbar erhalten wir auf diesem Wege eine neue Quintgeneration $\bar{e}$, $\bar{h}$, $\overline{fis}$ . . . ., deren Töne sämmtlich mit einem Striche oben versehen sind. Nimmt man ferner von demselben *c* aus eine reine große Terz nach unten, so wird der gefundene Ton um ein Komma höher sein als *as*. Wir bezeichnen ihn consequenter Weise mit $\underline{as}$. Ebenso wird die Unterterz von *f* $\underline{des}$, und die von *g* $\underline{es}$ heißen müssen. Daß diese als Unterterzen einer ganzen Quintgeneration gebildeten Töne, sowie die nach oben durch Oberterzen gefundenen Töne stets wieder je eine richtige Quintgeneration unter einander bilden müssen, leuchtet ein, denn $3/2 \times 5/4$ ist $= 5/4 \times 3/2$, d. h. wir finden allemal ein und denselben Ton, ob wir von *c* aus erst den Terzschritt nach $\bar{e}$ und dann einen Quintschritt nach $\bar{h}$ machen, oder ob wir erst von *c* nach *g*, und dann den Terzschritt von *g* nach $\bar{h}$ vollführen. In der nachfolgenden Tabelle sieht man in der Mitte die drei besprochenen Quintgenerationen über einander verzeichnet. Die oben und unten hinzugefügten beiden Reihen sind nach demselben Princip gebildet, indem man zu der oberen Reihe durch lauter Terzschritte wiederum eine neue Quintgeneration mit zwei Strichen bildete, desgleichen die unterste Reihe durch Unterterzschritte von der unteren Reihe aus. Oben und unten können beliebig viel terzverwandte Generationen hinzukommen. In der Theorie kommt jeweilig immer nur eine kleine Gruppe von Tönen um irgend einen Anfangston herum in Betracht. Es kann der Anfangston an einer beliebigen Stelle

[1] Der Strich über dem Buchstaben deutet an, daß die Stimmung um ein Achtzigstel herabgedrückt ist. Zugleich erinnert er daran, daß der Ton eine Oberterz ist. Bosanquet schreibt wieder anders, z. B. unser $\overline{fis}$ schreibt er $\backslash f\#$ und unser $\underline{as}$ als $/a^b$, und ähnlich andere Vertiefungen.

der Tabelle gewählt werden, wie solches aus der Praxis wohlbekannt ist; z. B. $\underline{as}$ oder $\overline{gis}$; alsdann kommen auch entlegenere Theile der Tabelle als nahe Verwandte in Betracht. Jedenfalls kann das Prinzip der endlosen Fortsetzung nach vier Seiten hinaus niemals störend oder umständlich werden.

Bildet man von einem Tone aus gleichzeitig zwei Intervalle, z. B. Quinte und Octave, so ergiebt der Unterschied beider allemal ein neues Intervall, welches nur noch benannt zu werden braucht. Die Octave war z. B. gleich 2:4. Nun ist von 2 aus die Quinte gleich 2:3, also haben wir $c:c^1 = 2:4$, und $c:g = 2:3$, mithin der Unterschied $g:c^1 = 3:4$, die reine Quarte. Sie ist die Ergänzung der Quinte zur Octave. Aehnlich kann man von *c* aus eine große Terz 4:5 und zugleich eine Quinte 4:6 nehmen; man erhält die Ergänzung im Intervall 5:6, die kleine Terz. Summirt man dieselben Intervalle, nämlich die Quinte 8:12 und die reine große Terz 12:15, so erhält man die große Septime $c:\overline{h} = 8:15$. –

Buchstaben-Tonschrift.

−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	
$\overline{\overline{d}}$	$\overline{\overline{a}}$	$\overline{\overline{e}}$	$\overline{\overline{h}}$	$\overline{\overline{fis}}$	$\overline{\overline{cis}}$	$\overline{\overline{gis}}$	$\overline{\overline{dis}}$	$\overline{\overline{ais}}$	$\overline{\overline{eis}}$	$\overline{\overline{his}}$	$\overline{\overline{fisis}}$	$\overline{\overline{cisis}}$	$\overline{\overline{gisis}}$	$\overline{\overline{disis}}$	$\overline{\overline{aisis}}$	$\overline{\overline{eisis}}$	+*II*
$\overline{b}$	$\overline{f}$	$\overline{c}$	$\overline{g}$	$\overline{d}$	$\overline{a}$	$\overline{e}$	$\overline{h}$	$\overline{fis}$	$\overline{cis}$	$\overline{gis}$	$\overline{dis}$	$\overline{ais}$	$\overline{eis}$	$\overline{his}$	$\overline{fisis}$	$\overline{cisis}$	+*I*
ges	*des*	*as*	*es*	*b*	*f*	*c*	*g*	*d*	*a*	*e*	*h*	*fis*	*cis*	*gis*	*dis*	*ais*	*0*
$\underline{eses}$	$\underline{bb}$	$\underline{fes}$	$\underline{ces}$	$\underline{ges}$	$\underline{des}$	$\underline{as}$	$\underline{es}$	$\underline{b}$	$\underline{f}$	$\underline{c}$	$\underline{g}$	$\underline{d}$	$\underline{a}$	$\underline{e}$	$\underline{h}$	$\underline{fis}$	−*I*
$\underline{\underline{ceses}}$	$\underline{\underline{geses}}$	$\underline{\underline{deses}}$	$\underline{\underline{ases}}$	$\underline{\underline{eses}}$	$\underline{\underline{bb}}$	$\underline{\underline{fes}}$	$\underline{\underline{ces}}$	$\underline{\underline{ges}}$	$\underline{\underline{des}}$	$\underline{\underline{as}}$	$\underline{\underline{es}}$	$\underline{\underline{b}}$	$\underline{\underline{f}}$	$\underline{\underline{c}}$	$\underline{\underline{g}}$	$\underline{\underline{d}}$	−*II*

In vorstehender Tabelle können alle complicirteren Intervalle leicht gefunden und das ihnen entsprechende Zahlenverhältniß bestimmt werden; dazu braucht man in der Tabelle nur die Schritte nach rechts oder links oder nach oben oder unten abzuzählen. Soviel Schritte nach rechts, soviel Mal muß der Factor 3/2 oder einfacher 3 genommen werden, und soviel Schritte nach oben, soviel Mal muß der Factor 5/4 oder einfacher 5 genommen werden. Z. B. von *c* ausgehend soll der Ton $\overline{\overline{eis}}$ angegeben werden. Er ist gleich $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 675$, wozu noch eine bebeliebige Division durch soviel 2en vorgenommen werden kann, als nöthig, um den Ton in die gewünschte Octave zu bringen. Dieses Verfahren wird dem Auge vorgeführt durch die arabische Ziffernreihe über den Tönen und die durch römische Zahlen an-

gedeutete Generation natürlicher Terzen. Das Zeichen + deutet eine Intervallbildung nach oben an; das Zeichen — nach unten. Also ist $\overline{\overline{eis}} = 3^{+1} \cdot 5^{+2}$ und etwa $\overline{\overline{geses}} = 3^{-7} \cdot 5^{-2}$; $\overline{\overline{h}} = 3^{-5} \cdot 5^{2} = \frac{5^2}{3^5}$; $\underline{f} = 3^{+1} \cdot 5^{-1} = \frac{3}{5}$, wobei immer $d = 1$ gesetzt ist.

Es mag noch bemerkt werden, daß in der Harmonielehre fast niemals das Zahlenverhältniß zu kennen nöthig ist, weil die Buchstaben nebst Strichen bereits ganz genau das Intervall ausdrücken, und zwar deutlicher und übersichtlicher, als die Zahlen es thun. Hierbei ist nichts an Genauigkeit eingebüßt. Wenn wir dennoch Zahlenverhältnisse angeben, so geschieht es zum Zweck einmaliger Orientirung.

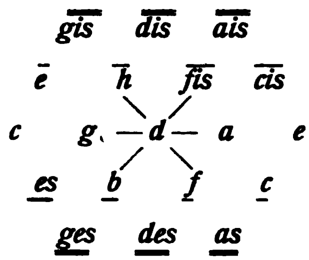
Die Buchstabentonschrift wurde von mir zwecks Darstellung der Harmonieen reiner Stimmung schon 1866 im „Harmoniesystem in dualer Entwickelung" gegeben. – Sie brachte in der Bezeichnung der Accorde damals einen wesentlichen Fortschritt gegenüber den Methoden von Naumann und von Helmholtz, sofern einfacher und folgerichtiger die Harmonieen consonanter und anderer Gebilde sich wiedergeben ließen, als durch die Darstellung mit großen und kleinen Buchstaben. Damals hatte Helmholtz sofort in der neuen Auflage seiner Tonempfindungen meine Tonschrift angenommen, nur leider die Kommastriche oben und unten mit einander vertauscht, vermuthlich aus Versehen.

Bei mir erinnert $\bar{e}$ daran, daß eine Oberterz gebildet werde; da $\bar{e}$ ein Komma tiefer als *e*, so drückt der Strich oben (mnemotechnisch gedacht), die Stimmung in die Tiefe hinab; $\underline{as}$ ist höher als *as*, der Strich unten hebt (mnemotechnisch) die Stimmung um ein Komma hinauf, und zugleich erinnert in $\underline{as}$ der Strich unten an die Unterterz von *c*.

Viele Jahre später hat Herr Carl Eitz meine Tonschrift nochmals erfunden, aber wieder andere Zeichen gewählt. Jedenfalls ersieht man daraus, daß das ganze System sich naturgemäß darbietet. – Ihm ist Alfred Jonquière gefolgt in seiner lesenswerthen Schrift: „Grundriß der musikalischen Akustik, ein Leitfaden für Musiker und Kunstfreunde", Leipzig, Grieben 1898. – Dem früh verstorbenen Verfasser kann man leider die vielfachen Irrthümer seiner Lehre nicht mehr vorhalten, Irrthümer, die zum Theil, wie wir zeigen werden, recht verhängnißvoll sind.

Jonquière schreibt meine Tonschrift Helmholtz zu und erwähnt meiner nicht, während er bei Helmholtz das betreffende

Citat hätte bemerken können. Jonquière und Eitz haben die übereinander stehenden Quintgenerationen um ein halbes Feld nach der rechten Seite verschoben, so daß aus meiner Schreibweise folgende entstand:



Wie hier mit sechs Strichen angedeutet, hat jetzt *d* sechs Nachbartöne, und zwar zwei Quinten, zwei große Terzen und zwei kleine Terzen, entsprechend den Intervallen 2:3, 4:5 und 5:6. — In meiner Notation hat *d* acht Nachbarn, von denen zwei Paare als viel näher verwandt sich kund thun als die anderen zwei, da sie durch directe Beziehung zu *d* gefunden wurden; das sind die Quinten 2:3 und die großen Terzen 4:5; z. B. zu *d* die Quinten *g* und *a* und die Terzen $\overline{fis}$ und $\underline{b}$. Diese beiden Hauptaxen stehen senkrecht aufeinander und sind Symmetrieaxen. — Die vier diagonalen Nachbartöne sind abgeleitete Intervalle. Es ist $\overline{cis}$ nicht entfernter mit *d* verwandt als $\overline{h}$. Man lasse sich nicht durch den Schein täuschen, als sei das Verhältniß $\overline{h}:d = 5:6$ ein einfacheres als $d:\overline{cis} = 8:15$, denn wesentlich ist,

$$\text{daß dort } \overline{h} : d = 1 : \frac{3}{5} = 1 : 3^{+1} \cdot 5^{-1}$$

$$\text{und hier } d : \overline{cis} = 1 : 3 \cdot 5 = 1 : 3^{+1} \cdot 5^{+1},$$

woraus ersichtlich, daß $\overline{h}$ und $\overline{cis}$ beide durch Quint- und Terzschritte gefunden werden. Es ist unberechtigt in der Darstellung $\overline{h}$ dichter an *d* heran —, und $\overline{cis}$ weiter weg zu rücken, wie Jonquière und Eitz thun. Wir werden später sehen, daß in den Tongeschlechtern (in *d-dur*) $\overline{h}$ und $\overline{cis}$ fast die gleiche Rolle spielen, ja daß $\overline{cis}$ weniger entbehrlich erscheinen wird als $\overline{h}$, ebenso im reinen Moll (*d*-phonisch) $\underline{es}$ keineswegs hinter dem $\underline{f}$ zurücksteht.

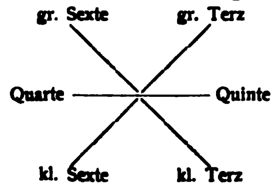
Daß Jonquière + und — Zeichen verkehrt verwendet, ist die Folge davon, daß er Helmholtz' Bezeichnung folgte und nicht der meinigen, denn diese hätte ihm für die Oberterz $\overline{e}$ von *c* das Zeichen e^{+1} und nicht e^{-1} eingegeben und dann wäre der Ex-

ponent $+^1$ nicht bloß Symbol, sondern der richtige Exponent von 5. — Ob die „Bildform", die ich auch schon 1866 mehrfach

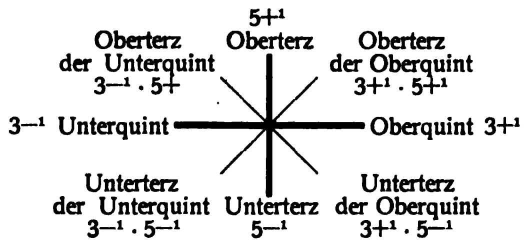
ⓔ ⓔ
verwerthete, im Duraccord: ⓒ ⓖ oder bei mir: ⓒⓖ, bei Moll
ⓐ ⓔ oder wie bei mir ⓐⓔ aussieht, dürfte ziemlich gleich-
ⓒ ⓒ
giltig sein; immerhin sind bei mir die Ecken *c*, resp. *e* als Haupttöne gekennzeichnet, während dort *c* und *g* gleichwerthig sich gestalten, was falsch ist. Ferner treten die Gebilde $\underline{b}$-d-$\overline{fis}$ und $\overline{h}$-d-$\underline{f}$ bei Jonquière und Eitz als gleichwerthige Bilder auf. Thatsächlich haben wir ersteres $\underline{b}$-d-$\overline{fis}$ als eine sehr hervorragend wichtige Dissonanz schon in der einleitenden Uebersicht kennen gelernt; das zweite Gebilde $\overline{h}$-d-$\underline{f}$ dagegen kommt überhaupt niemals vor (nur $\overline{h}$-$\overline{d}$-f und $\overline{h}$-d-f kommen vor, aber nicht $\overline{h}$-d-$\underline{f}$). — In meiner Schreibweise tritt dieses Verhalten deutlich hervor, denn die Töne $\underline{b}$-d-$\overline{fis}$ stehen vertikal in der Hauptaxe der Quinten über einander, $\overline{h}$-d-$\underline{f}$ dagegen diagonal; es sind im letzteren Falle daher mit *d* zwei in zweiter Ordnung in entgegengesetzter Richtung verwandte Töne verbunden. Ueberall haben sich Jonquière und Eitz durch den Schein der Einfachheit von 5:6 irreführen lassen. Während $\overline{h}$-d-$\underline{f}$ nie in einem gemischten *d*-Geschlecht vorkommt, kann dasselbe nicht von $\underline{es}$-d-$\overline{cis}$ behauptet werden, namentlich kommt $\underline{es}$-$\overline{cis}$ sehr oft vor (ohne *d*), dagegen $\overline{h}$-$\underline{f}$ schlechterdings niemals; man kann nachweisen, daß es unverständlich in dieser Stimmung wäre, weil $\overline{h}$ nie als Oberterz von *g*, und zugleich $\underline{f}$ als Unterterz von *a* aufgefaßt werden kann. Dennoch haben jene Autoren $\underline{es}$-$\overline{cis}$ von *d* entfernt und $\overline{h}$-$\underline{f}$ dem $\underline{d}$ genähert. (Siehe Karl Eitz, „das mathematisch reine Tonsystem", Leipzig 1891.

Schließlich sei noch erwähnt, daß Jonquière die von mir eingeführte Buchstabenschrift „harmonisches Tongewebe" nennt, ein ganz guter Name, der aber wieder besser mein Schema darstellt, da es zwei auf einander senkrechte Axen hat, und beide sind wahre Symmetrieaxen, wie beim Gewebe der Fall ist.

Jonquière schreibt seinem Schema gemäß



Diesem Schema setze ich das folgende aus meiner Tonschrift entgegen:



Hiermit dürfte erwiesen sein, daß das Jonquière-Eitz'sche Tongewebe eine Verstümmelung des meinigen ist. Andere hiermit im Zusammenhang stehende Vortheile meines Tongewebes werden später beleuchtet werden. – Meine Tonschrift hat übrigens auch Crotch in seinen „Elements of musical Composition" angenommen und vermuthlich dem Helmholtz'schen Werke entnommen.

Octavenmaß: Wir haben zwei Arten, die Tonhöhe zu kennzeichnen, kennen gelernt, Schwingungsfrequenz und die Buchstaben. Wählen wir als Mitte *d* und beschränken uns auf wenige nahverwandte Töne, so haben wir folgende Tabelle:

Exp. v. 3	—3	—2	—1	0	+1	+2	+3	Exp. v. 5
	$5^2 \cdot 3^{-3}$ $\overline{\overline{cis}}$	$5^2 \cdot 3^{-2}$ $\overline{\overline{gis}}$	$5^2 \cdot 3^{-1}$ $\overline{\overline{dis}}$	$5^2 \cdot 3^0$ $\overline{\overline{ais}}$	$5^2 \cdot 3^1$ $\overline{\overline{eis}}$	$5^2 \cdot 3^2$ $\overline{\overline{his}}$	$5^2 \cdot 3^3$ $\overline{\overline{fisis}}$	+ *II*
	$5^1 \cdot 3^{-3}$ $\overline{a}$	$5^1 \cdot 3^{-2}$ $\overline{e}$	$5^1 \cdot 3^{-1}$ $\overline{h}$	$5^1 \cdot 3^0$ $\overline{fis}$	$5^1 \cdot 3^1$ $\overline{cis}$	$5^1 \cdot 3^2$ $\overline{gis}$	$5^1 \cdot 3^3$ $\overline{dis}$	+ *I*
	3^{-3} *f*	3^{-2} *c*	3^{-1} *g*	$1=3^0$ *d*	3^1 *a*	3^2 *e*	3^3 *h*	*0*
	$5^{-1} \cdot 3^{-3}$ $\underline{des}$	$5^{-1} \cdot 3^{-2}$ $\underline{as}$	$5^{-1} \cdot 3^{-1}$ $\underline{es}$	$5^{-1} \cdot 3^0$ $\underline{b}$	$5^{-1} \cdot 3^1$ $\underline{f}$	$5^{-1} \cdot 3^2$ $\underline{c}$	$5^{-1} \cdot 3^3$ $\underline{g}$	— *I*
	$5^{-2} \cdot 3^{-3}$ $\underline{\underline{bb}}$	$5^{-2} \cdot 3^{-2}$ $\underline{\underline{fes}}$	$5^{-2} \cdot 3^{-1}$ $\underline{\underline{ces}}$	$5^{-2} \cdot 3^0$ $\underline{\underline{ges}}$	$5^{-2} \cdot 3^1$ $\underline{\underline{des}}$	$5^{-2} \cdot 3^2$ $\underline{\underline{as}}$	$5^{-2} \cdot 3^3$ $\underline{\underline{es}}$	— *II*

Hier wurde jedem Tonbuchstaben die Schwingungsfrequenz hinzugefügt. Man bemerke, daß die Quintfactoren 3 bereits im geänderten Buchstaben Ausdruck finden (wie die horizontale *0*-Reihe zeigt), nur der Factor 5, der Terzgeneration gehörend, muß noch Ausdruck finden. Z. B. zeigt der Strich in $\underline{c}$ an, daß man die Unterterz von *e* hat, also den Factor 5^{-1}, während

zugleich der Buchstabe *e* den Begriff 3^2 darstellt (in Bezug auf *d* als Anfang).

So schlicht und einfach hiernach die Schwingungsfrequenz in der reinen Stimmung sich bezeichnen läßt, so giebt es doch noch eine einfachere, zweckmäßigere, sehr praktische, die schon Euler benutzt hat, und die auch Jonquière (S. 71 ff.) einführt und verwerthet, — das ist das Octavenmaß.

Das Wesen des Octavenmaßes besteht darin, daß die Octave als Einheit gesetzt und alle Intervalle als Bruchtheile der Octave ausgedrückt werden, so zwar, daß die Intervalle additiv zusammengesetzt werden können und nicht als Producte von Factoren, wie bei der Schwingungsfrequenz.

Solches wird durch folgende Erwägung verständlich:

Es sei z ein beliebiges Intervall, welches n mal in der Octave enthalten sei. Das Gesetz der Schwingungsfrequenz lehrt dann, daß

$$z \cdot z \cdot z \cdot \cdots \cdot (n \text{ mal}) = 2$$

sein muß oder, was dasselbe ist:

$$z^n = 2$$

Hier kann n eine beliebige ganze oder gebrochene Zahl sein.

$$z = 2^{\frac{1}{n}}$$

Offenbar ist $\frac{1}{n}$ ebenso gut ein Ausdruck für das betrachtete Intervall wie die Schwingungsfrequenz z. Sehr einfach gestalten sich zunächst die Zahlen für das temperirte System. Fordern wir in der Octave 12 ganz gleiche Halbtöne, so ist $n = 12$ und $x = \frac{1}{n}$ der Ausdruck für das Halbton-Intervall. Demnach wäre der temperirte Halbton $x = \frac{1}{12} = 0 \cdot 08333 \cdots = 0 \cdot 08\dot{3}$. Setzen wir, um Decimalen möglichst zu vermeiden, die Octave gleich 1000, so ergiebt sich sogleich folgende Tabelle:

Es wird der temperirte Halbton $= 83 \cdot \dot{3}$
der Ganzton $= 166 \cdot \dot{6}$
die kleine Terz $3 \times 83 \cdot \dot{3} = 250 = \frac{1}{4}$ Octave
die große Terz $4 \times 83 \cdot \dot{3} = 333 \cdot \dot{3}$, also $= \frac{1}{3}$ Octave
die Quart $= 5 \times 83 \cdot \dot{3} = 416 \cdot \dot{6}$
die Quint $= 7 \times 83 \cdot \dot{3} = 583 \cdot \dot{3}$
u. s. f.;

also die chromatische temperirte Leiter:

		es			*ges*		*as*	
Töne:	*d*	*dis*	*e*	*f*	*fis*	*g*	*gis*	*a*
Octavmaß:	0,	$83\cdot\dot{3}$,	$166\cdot\dot{6}$,	250,	$333\cdot\dot{3}$,	$416\cdot\dot{6}$,	500,	$583\cdot\dot{3}$,

	b			*des*	
Töne:	*ais*	*h*	*c*	*cis*	*d*
Octavmaß:	$666\cdot 6$,	750,	$833\cdot\dot{3}$,	$916\cdot\dot{6}$,	1000.

Während die Differenz der Schwingungsfrequenzen *zweier* Töne von Stufe zu Stufe sich proportional der Tonhöhe verändert, bleibt hier die Differenz der Octavenmaße dieselbe: f bis $c = d$ bis a etc. So erscheint das Octavenmaß als zutreffender Ausdruck unserer Empfindung, die in jeder Tonlage ein Intervall als solches wiedererkennt.

Werden Intervalle an einander gesetzt, wie etwa grosse und kleine Terz die Quinte bilden, so müssen deren Schwingungsverhältnisse z und z' mit einander multiplicirt werden: $\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}=\frac{3}{2}$. Beim Octavenmaß dagegen müssen x und x' addirt werden,

$$d\text{-}fis \text{ plus } fis\text{-}a = 333\cdot\dot{3}\cdots + 250 = 583\cdot\dot{3}\cdots$$

Allgemein finden wir, wenn in $z = 2^{\frac{1}{n}}$

$$\frac{1}{n} = x \text{ gesetzt wird,}$$

$$z = 2^x,$$

daher: $x = \frac{\log z}{\log 2}$. Nach dieser Formel ist jedes Octavenmaß x aus der Schwingungsfrequenz z zu berechnen.

Diese Formel wird für die reinen Intervalle benutzt. Für die reine Quinte ist $z = 3/2$, also das Octavenmaß der Quinte:

$$x_q = \frac{\log 3 - \log 2}{\log 2} = \frac{0\cdot 47712 - 0\cdot 30103}{0\cdot 30103} = 0\cdot 58496$$

und für die reine Terz, wo $z = 5/4$,

$$x_t = \frac{\log 5 - \log 4}{\log 2} = \frac{0\cdot 69897 - 0\cdot 60206}{0\cdot 30103} = 0\cdot 321928.$$

Setzt man wieder die Octave = 1000, so kann abgerundet

als reine Quinte: $585^{\mu o}$ (statt $584\cdot 96$),
als reine große Terz: $322^{\mu o}$ (statt $321\cdot 93$)

genommen wurden, wo μo als Millioctave den 1000. Theil der Octave andeutet. Die Millioctave ist der 83. Theil eines Halb-

tones und ein so kleines Intervall, daß es als Differenz zweier Töne nicht mehr unterschieden wird. Wie ersichtlich, kommen wir durch glücklichen Zufall mit drei Stellen in der Praxis meist aus, denn an der Quinte haben wir nur 0·04$^{\mu o}$ zur Abrundung hinzugefügt, und bei der Terz 0·07$^{\mu o}$, d. h. noch keine zehntel Millioctaven. Es empfiehlt sich beim Studium der reinen, sowie der temperirten Stimmung die genannten zwei Zahlen 585 und 322 auswendig zu behalten, denn nun sind alle Rechnungen, auf die es im reingestimmten und temperirten System und ihren Abweichungen ankommt, von überraschender Einfachheit. — Da wir nämlich in der reinen Stimmung neben der Octave es nur mit jenen beiden Intervallen zu thun haben, so wird aus der additiven oder subtractiven Zusammensetzung dieser Intervalle sich die ganze Buchstabenschrift sofort berechnen lassen, ebenso das Maß von Unreinheit temperirter Intervalle und Töne.

Die Addition bezw. Subtraction der Intervalle beruht auf folgendem Satze:

Es sei ein Intervall $z = 2^x$ und es werde ein zweites $z^1 = 2^{x^1}$ angeschlossen. Dann ist das zusammengesetzte Intervall

$$Z = z \cdot z^1 = 2^x \cdot 2^{x^1} = 2^{x + x^1}$$

und $x + x^1 = \frac{\log z + \log z^1}{\log 2}$. Im temperirten System braucht $\frac{\log z}{\log 2}$ und $\frac{\log z^1}{\log 2}$ gar nicht erst berechnet zu werden, weil $x = \frac{1}{n}$ der Octave schon durch Division sich sofort ergiebt.

Es ist die Octave	= 1000	z. B. *d-d'*
und die Quinte	= 585	z. B. *d-a*
folglich die Quarte	= 415	z. B. *a-d'*
es war die reine große Terz	= 322	z. B. *d-$\overline{fis}$*
folglich kleine Sexte 1000—322	= 678	z. B. *$\overline{fis}$-d'*
Da die Quinte	= 585	z. B. *d-a*
und da die große reine Terz	= 322	z. B. *d-$\overline{fis}$*
so folgt die kleine reine Terz	= 263	z. B. *$\overline{fis}$-a*
also die große reine Sexte	= 737	z. B. *a-$\overline{fis}$'*

ferner: Quinte = 585 z. B. *d-a*
reine große Terz = 322 z. B. *a-$\overline{cis}$*; addirt man, so
folgt große Septime = 907 z. B. *d-$\overline{cis}$*
der Halbton also = 093 z. B. *$\overline{cis}$-d*.

Ebenso können Intervalle, die nach unten gebildet sind, negativ ausgedrückt werden, z. B. wenn $d = 1000$, $a = 585$, so kann als Quarte von d ein $g = 415$ oder, als Unterquint von d, $= -585$ auftreten. Unsere Buchstabenschrift kann man mit folgenden Octavmaßzahlen versehen:

Buchstabenschrift nebst Octavenmaß aller Töne.

	889 $\overline{\overline{cis}}$	474 $\overline{\overline{gis}}$	059 $\overline{\overline{dis}}$	644 $\overline{\overline{ais}}$	229 $\overline{\overline{eis}}$	814 $\overline{\overline{his}}$	399 $\overline{\overline{fisis}}$	
982 $\bar{d}$	567 $\bar{a}$	152 $\bar{e}$	737 $\bar{h}$	322 $\overline{fis}$	907 $\overline{cis}$	492 $\overline{gis}$	077 $\overline{dis}$	662 $\overline{ais}$
660 *b*	245 *f*	830 *c*	415 *g*	1000 *d*	585 *a*	170 *e*	755 *h*	340 *fis*
338 $\underline{ges}$	923 $\underline{des}$	508 $\underline{as}$	093 $\underline{es}$	678 $\underline{b}$	263 $\underline{f}$	848 $\underline{c}$	433 $\underline{g}$	018 $\underline{d}$
	601 $\underline{\underline{bb}}$	186 $\underline{\underline{fes}}$	771 $\underline{\underline{ces}}$	356 $\underline{\underline{ges}}$	941 $\underline{\underline{des}}$	526 $\underline{\underline{as}}$	111 $\underline{\underline{es}}$	

In jeder Horizontalreihe ist dem Nachbar-Buchstaben nach rechts 585 hinzugefügt; sobald die Summe größer als 1000 wird, läßt man die 1 vorne weg, und der Ton ist dadurch eine Octave herabgesetzt. Die ganze vorstehende Tafel befindet sich in einer Octave, und zahlreiche Intervalle lassen sich sofort übersehen.[1] Das schon früher erwähnte syntonische Komma $d:\underline{d}$ oder $\bar{d}:d$ ist wie ersichtlich gleich $18^{\mu o}$;[2] ganz dasselbe ergiebt sich aus $\bar{e}$ bis $e = 152$ bis 170, Differenz $18^{\mu o}$. Der Ganzton *de* erscheint als $170^{\mu o}$ ebenso auch $\bar{d}\bar{e}$ gleich 982 bis $152 = 170^{\mu o}$. Die pythagoräische große Terz d, $fis = 340^{\mu o}$, und eben dieselbe Differenz zeigen alle um vier Quinten von einander abstehenden Töne einer und derselben Quintgeneration, z. B. $\overline{\overline{cis}}$ bis $\overline{\overline{eis}} = 889$ bis $1{,}229 = 340^{\mu o}$, denn bei 229 muß die 1 wieder vorgesetzt werden, um die Octave von 229 zu haben.

---

[1] Die über eine Octave hinübergreifende Intervalle bedürfen nur der Hinzufügung von Einern vor den drei Ziffern; wenn z. B. $c\bar{e} = 322$, so ist die Decime $c\bar{e}' = 1322$.

[2] Die ganz strenge Rechnung giebt $4 \times 584 \cdot 96 = 339 \cdot 84$, (wobei die 2000 fortgelassen sind),

weniger $321 \cdot 93$ (reine Terz)

also $17 \cdot 91$ Millioctaven.

Unreinheitsmaß temperirter Intervalle: Jetzt ist es schnell möglich, einen Ton *d* mit seiner 12. Oberquinte *cisis* im Octavenmaß zu vergleichen, denn *cisis* $= 12 \times 585 = 7020^{\mu o}$, d. h. gleich 7 ganzen Octaven höher plus $20^{\mu o}$ (genauer $19^{\mu o} \cdot 52$). Diese letztere Zahl ist nur um $1^{\mu o} \cdot 6$ größer als das Komma $17 \cdot 91$. – Die 12stufige Temperirung verlangt mithin ein Vertiefen jeder Quinte des Tastinstrumentes um $\frac{19^{\mu o} \cdot 5}{12}$, d. h. um $1^{\mu o}.6$. Hieraus folgt, daß unsere 12stufig temperirten Quinten noch sehr rein sind und kaum als verstimmt empfunden werden. Die temperirte Quinte ist offenbar genau gleich $\frac{7000}{12} = 583^{\mu o} \cdot \dot{3}$, also, wie erwähnt, nur $1^{\mu o} \cdot 63$ tiefer als die reine $584^{\mu o} \cdot 96$. – Nun war die temperirte Terz $= 333^{\mu o} \cdot 3$ und die reine große Terz $= 321 \cdot 93$, mithin ist erstere um $11 \cdot 4^{\mu o}$ zu hoch, eine sehr merkliche Abweichung von der Reinheit; dieser Betrag ist nahezu gleich einem Achtel Halbton und nahe gleich $\frac{2}{3}$ Komma. Die Unreinheit der Terzen macht daher ein Studium auf reingestimmten Instrumenten zur Nothwendigkeit.

Wir fanden vorhin ferner:

die reine kleine Terz $= 585 - 322$	$= 263^{\mu o}$
die kleine temperirte Terz ist	$= 250^{\mu o}$
folglich die Verstimmung	$13^{\mu o}$

sie ist also bei 12stufiger Temperirung noch unreiner, als die temperirte große Terz, und zwar merklich tiefer. Besser stimmt die große Septime, denn *da* + *a* $\overline{cis}$ giebt $584 \cdot 96 + 321 \cdot 93 = 906.89$, während das temperirte *cis* $= 11 \times 83 \cdot \dot{3} = 916 \cdot 66$.

Sehr schön läßt sich die Tabelle mit Intervallen nach unten als Gegensatz zu denen nach oben darstellen. Es liegen dann die positiv bezeichneten Töne in der Octave von *d* aufwärts bis *d'*, die negativen in der Octave abwärts von *d*. Auch hier kann man jede Stelle in den Tausendern fortlassen, weil jeder Ton $n \cdot 1000^{\mu o} + x^{\mu o}$ die Octave von $x^{\mu o}$ ist, wenn n irgend eine ganze positive oder negative Zahl bedeutet.

Wir erhalten in dieser Weise folgendes Schema:

Buchstabentonschrift mit symmetrisch zum Tone *d* verzeichneten posit. und negat. Octavenmaß:

	−111 $\overline{\overline{cis}}$	−526 $\overline{\overline{gis}}$	059 $\overline{\overline{dis}}$	644 $\overline{\overline{ais}}$	229 $\overline{\overline{eis}}$	814 $\overline{\overline{his}}$	399 $\overline{\overline{fisis}}$	
−018 $\overline{d}$	−433 $\overline{a}$	−848 $\overline{e}$	−263 $\overline{h}$	322 $\overline{fis}$	907 $\overline{cis}$	492 $\overline{gis}$	077 $\overline{dis}$	662 $\overline{ais}$
−340 *b*	−755 *f*	−170 *c*	−585 *g*	0 *d*	585 *a*	170 *e*	755 *h*	340 *fis*
−662 $\underline{ges}$	−077 $\underline{des}$	−492 $\underline{as}$	−907 $\underline{es}$	−322 $\underline{b}$	263 $\underline{f}$	848 $\underline{c}$	433 $\underline{g}$	018 $\underline{d}$
	−399 $\underline{\underline{bb}}$	−814 $\underline{\underline{fes}}$	−229 $\underline{\underline{ces}}$	−644 $\underline{\underline{ges}}$	−059 $\underline{\underline{des}}$	526 $\underline{\underline{as}}$	111 $\underline{\underline{es}}$	

Um jetzt das Octavenmaß irgend eines Intervalles zu finden, addire man die beiden zugehörigen Zahlen, wenn die Zeichen ungleich sind, man subtrahire sie, wenn beide gleiche Zeichen haben.

Z. B. grosse pythagor. Sexte *a* bis *fis* = 585 bis 1340 = 755 = *d-h*,
oder ebenso *g* bis *e* = 585 + 170 = 755.

Doch mag die vorige Tabelle mit nur positivem Octavenmaß bequemer sein.

Octavenmaß reiner Intervalle: Schließlich mögen diejenigen Intervalle zusammengestellt werden, die den Charakter der reingestimmten Instrumente kennzeichnen.

Reine Intervalle:	Octave:	cc'	= 1000
	Quinte:	cg	= 585
	Terz:	$c\overline{e}$	= 322

also Quarte:	gc'	=	415
und kleine Terz:	$\overline{e}g$	=	263 = (Quint minus Terz)
grosse Sexte:	$g\overline{e}'$	=	737 = (Oktave minus kl. Terz)
kleine Sexte:	$\overline{e}c$	=	678 = (Octave minus gr. Terz)
grosser Ganzton:	cd	=	170 = (Doppelquinte)
kleine Septime:	dc	=	830
grosser Halbton:	$c\,des$	=	93
kleine Halbtöne:	$c, \overline{cis}$	=	77
	$c, \overline{\overline{cis}}$	=	59

$\overline{cis}, \overline{\overline{cis}}$ = 18 = synton. Komma

pythag. Komma:	*c, his* =	20	Grundlage d. 12stufig temperirten Stimmung.
oder	*fes, e* =	20	
pythag. Terz:	*c, e* =	340	
pythag. kl. Terz:	*c es* =	245	
Schisma:	*fes,* $\bar{e}$ =	2	(Zweite Grundlage d. Bosanquet'schen Tastatur.)

Hierzu fügen wir das von den Arabern im 13. Jahrhundert gefundene Intervall:

f, aisisisisisisis = 584,96 × 53 = 31,00288 ≡ $3^{\mu o}$ (Erste Grundlage d. Poole'schen Tastatur).

Instrumente reiner Stimmung: Stimmt man von *f* aus 53 reine Quinten, so trifft man auf eine Taste, die wie *e* gestellt ist, der Stimmung nach gleich jenem *a* mit 7 Suffixen *is*.[1] Diese Taste würde nur um 2·88 Millioctaven vom Ausgangstone *f* abweichen. – Darauf beruht die Poole-Bosanquet'sche Stimmung. Sie ist eine 53stufige temperirte Stimmung und jede Quinte muß um nur $\frac{2{\cdot}88}{53} = 0{\cdot}054$ Millioctaven tiefer sein, als die reine Quinte. Diese Abweichung von $\frac{5}{100}$ Millioctaven ist sowohl technisch unter der Grenze der möglichen reinen Stimmbarkeit, als auch praktisch weit unter der Unterscheidungsschwelle des Gehörs. –

[1] Von *f* ausgehend, führen nämlich je 12 Quinten zu folgenden Tönen:

0. Quinte: *f*
12. „ *eis*
24. „ *disisis* = $d(is)_3$
36. „ $c(is)_5$
48. „ $h(is)_6$
53. „ $a(is)_7$,

denn wie von *h* über *fis cis gis dis* bis *ais* es fünf Quinten giebt, ebenso von $h(is)_6$ bis $a(is)_7$ fünf Quinten. — Der Ton $a(is)_7$ hat mithin gegen *f* nur 2 · 88 Millioctaven Unterschied. Dieses kleine Intervall wird annullirt, wenn man $a(is)_7 = f$ stimmt, mithin jede Quinte um nur $\frac{2 \cdot 88}{53}$ Millioctaven temperiren will, d. h. praktisch sie ganz rein stimmt. Man rechnet leicht aus, daß nach Schwingungsfrequenzen

$$f : a(is)_7 = 500 : 501;$$

letzterer Ton macht also in der Secunde nur eine Schwingung mehr als *f* in der mittleren Sopran-Octave. Die einzelne 5stufig temperirte Quinte macht daher in dieser Octave nur $\frac{1}{50}$ Schwingung weniger als die reine Quinte, ein Unterschied, der schon wegen der Temperaturänderungen gar nicht in Betracht kommt.

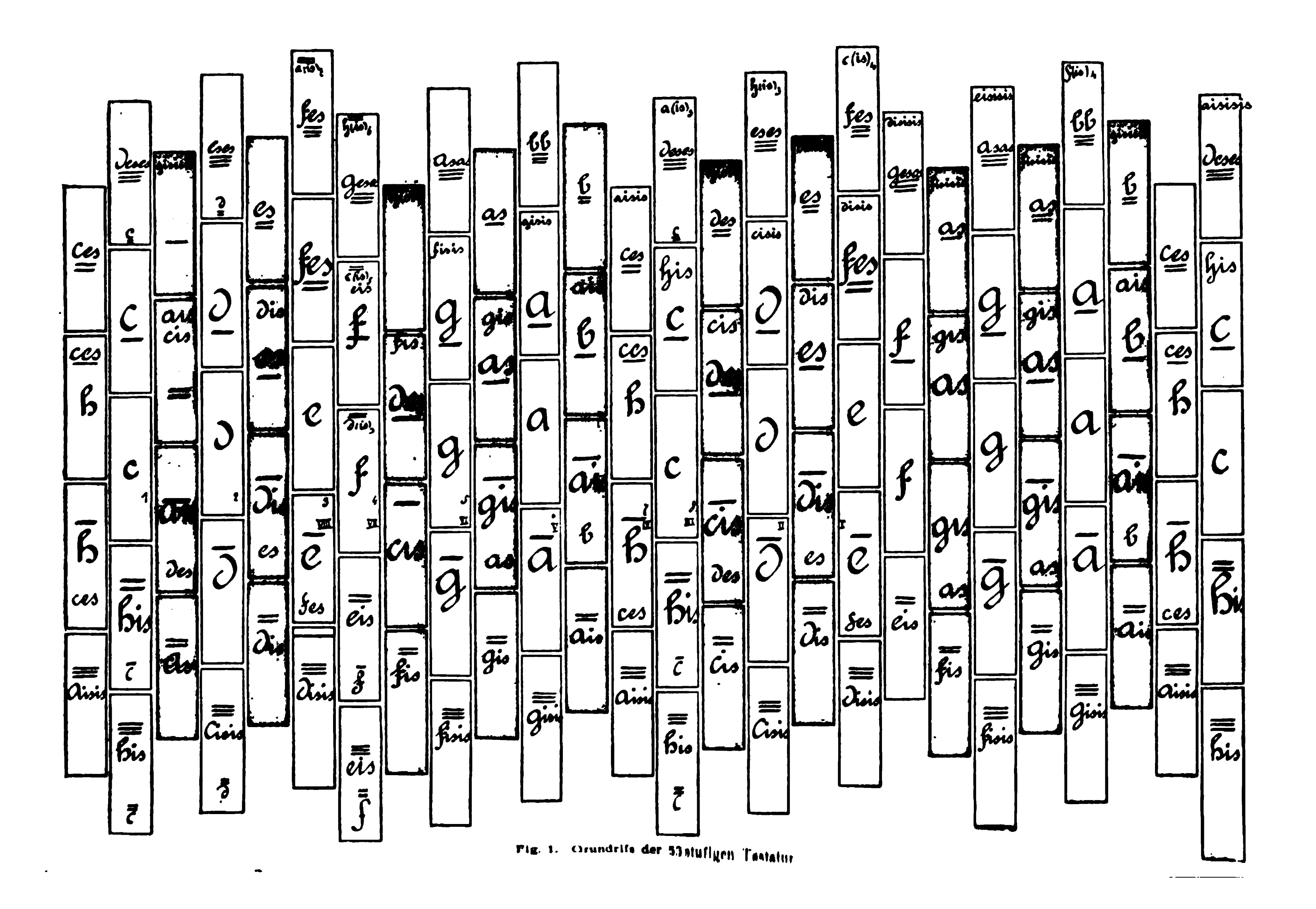


Fig. 1. Grundriß der 53stufigen Tastatur

Nach Erledigung der theoretischen Grundlage des 53-stufig temperirten Poole-Bosanquet'schen Systemes stellen wir in Kürze die Haupteigenschaften und den Aufbau des Instrumentes zusammen:

1. Da 53 Quinten nebeneinander nahe 31 Octaven bilden würden, so theile man nunmehr genau 31000 Millioctaven in 53 Theile; man findet 584·906.

2. Da die reine Quinte 584·96 beträgt, so weicht Poole's temperirte Quinte nur um 0·054 Millioctaven von der reinen ab, mithin ist sie, praktisch, vollkommen rein.

3. Die Tasten werden so gestellt, daß zu einem Tone *c* die achte untere Quinte *fes* dicht unter die Taste *e* zu stehen kommt, so daß sie von *c* aus leicht zu greifen ist. Dieses *fes* aber darf zugleich als $\bar{e}$ gelten; denn $8 \times -584{\cdot}906 = -4679{\cdot}248$, welches, wie erläutert, gleich $+320{\cdot}75$. Da aber die reine Terz $\bar{e}$ gleich 321·93, so fehlt an ihrer Reinheit nur 1·18 Millioctave, welche praktisch völlig genügt, sobald man dieses *fes* zugleich als $\bar{e}$ annimmt.

4. Die Tastatur ist eine für 53 Quinten in ganz gleicher Weise fortschreitende Reihe. Man gehe im Manuale (siehe Grundriß Fig. 1)

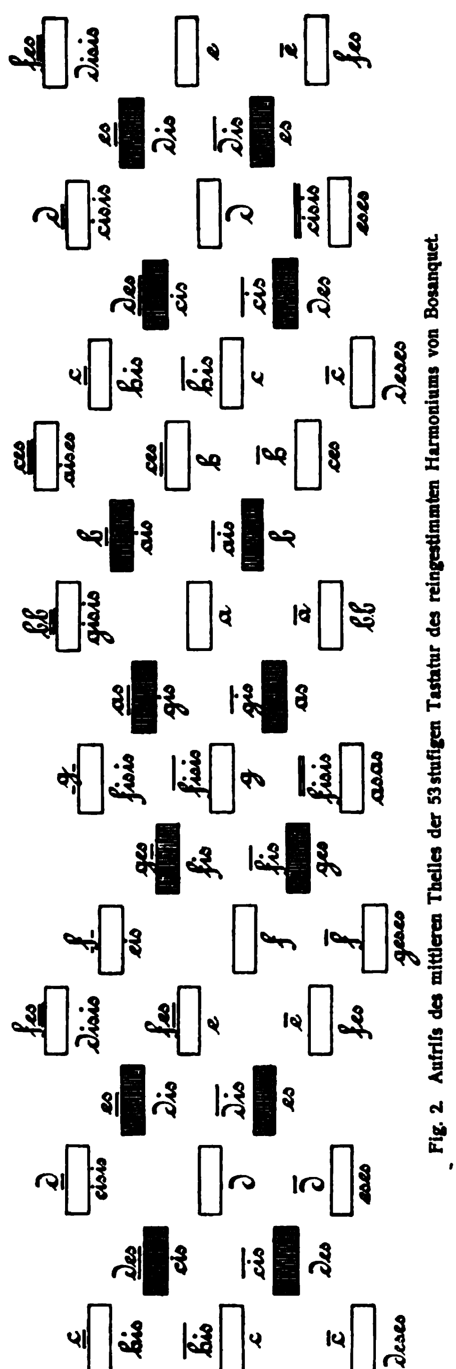


Fig. 2. Aufriß des mittleren Theiles der 53stufigen Tastatur des reingestimmten Harmoniums von Bosanquet

unten von einem *f* aus und verfolge die 7 Quinten *f, c, g, d, a, e, h*. Eine jede von diesen Tasten ist in zwiefacher Weise gegen die vorige verstellt, indem z. B. *c* im Vergleich zu *f* nicht in derselben Horizontalebene liegt, sondern um ein kleines Stück gehoben worden ist, ferner ist *c* gegen *f* ein wenig nach vorn gerückt. Letztere Verrückung erkennt man an der Grundrißabbildung Fig. 1, ersteres, die folgweise Erhebung, an dem Aufriß Fig. 2.

5. Die auf die Taste *h* folgenden fünf Tasten sind ganz wie die früheren folgweise aufgebaut, wie man am Grundriß und am Aufriß erkennen kann, nur sind die fünf Tasten *fis, cis, gis, dis, ais* schwarz oder dunkel angemalt, während ihre Form dieselbe ist wie die der hellen Tasten.

6. Die Folge dieser Anordnung und Form der Tasten ist, daß man sich durch den bloßen Anblick leicht orientirt, daß ferner alle gleichen Intervalle und Accorde auch gleiche Lage haben.

7. Während beim 12stufig temperirten Instrumente sechs verschieden geartete Dur- und Moll-Accordlagen vorkommen, giebt es auf Bosanquet's 53stufiger Tastatur nur einen Typus, so daß man z. B. im Dunkeln durch das bloße Tastgefühl nicht unterscheiden kann, welchen Dur- oder Moll-Accord man greift.

8. Das Vorstehende gilt ebenso für Moll- wie für Dur-Accorde, während auf Bosanquet's Tastatur diese je 12 tonischen oder phonischen Accorde ein und demselben Typus angehören, — eine bemerkenswerthe Erleichterung für das Spiel.

Grifftypen tonischer und phonischer Accorde der 12stufigen Tastatur:

Tasten:	Eine Grundtaste		Eine Terztaste		Alle drei Tasten	
	weiß	schwarz	schwarz	weiß	weiß	schwarz
	h^+, f°	b^+, fis°	d^+, d° a^+, g° e^+, c°	es^+, cis° as^+, gis° des^+, dis°	f^+, h° c^+, e° g^+, a°	fis^+, b°

9. Den Tonleitern entsprechen auf den 12stufigen gewöhnlichen Instrumenten je 12 verschiedene Typen, sowohl für Dur als für Moll; im 53stufigen sind alle tonischen Leitern

einander völlig gleich, ebenso alle phonischen; sie sind im Dunkeln nach dem Gefühl nicht zu unterscheiden.

10. Eben dieselbe typische Einfachheit gilt für jeden bissonannten Accord. Der verminderte Septimenaccord hat z. B. acht Grifftypen auf dem 12stufigen, einen Typus auf dem 53stufigen, und dessen Umlagerungen, also nur vier Typen. Das 12stufige hat nämlich folgende acht Typen, die für Dur und Moll identisch sind:

1. *h d·f·as*	5. { *es fis a c*	7. { *e g b cis*
2. *d f·as h*	*b cis e g*	*a c es fis*
3. *f as h d*	6. { *cis e g b*	8. { *c es fis a*
4. *as h d f*	*fis a c es*	*g b cis e*

das 53stufige hat nur die ersten vier als Typen. —

11. Bei der 53stufigen Tastatur ist von *h* nach *fis* kein solcher Sprung nach vorne wie beim 12stufigen, denn es wird eine jede neue Quinte vorgerückt, so daß die 6. Quinte von *f*, nämlich *h*, nur eben denselben Schritt nach vorne bis *fis* zu machen braucht, wie etwa der von *c* nach *g* oder von *e* nach *h*. Ebenso sind die folgenden dunkelgefärbten Quinttöne *cis*, *gis*, *dis* und *ais* je um dasselbe Stück vorgerückt, so daß die letzte 12. Quinte von *ais* nach *eis* führt, so aber, daß *eis* genau um die Länge einer jeden Taste über *f* zu liegen kommt (s. Aufriß Fig. 2).

12. Hieraus ist ersichtlich, daß, wenn die Tastenlänge *l* genannt und die Erhebung von *eis* über *f* gleich *h* gesetzt wird, jede neu gebildete Quinte um $\frac{1}{12}$ *h* gehoben und um $\frac{1}{12}$ *l* nach vorn verschoben ist. Ersteres erkennt man am seitlichen Aufriß (Fig. 3 folgende Seite), letzteres am Grundriß der Tastatur Fig. 1.

13. Die zuletzt erwähnte Taste *eis* kann durch Transposition *f* genannt werden; man versteht sofort wie 12 neue Quinten zu einem neuen *eis* (ohne Transposition gesprochen: von *eis* zu einem *disisis*) führen würden.

14. In entsprechender Weise sind 5 mal 12 reine Quinten übereinander gebaut, mithin 60 Töne in einer Octave enthalten, von denen die letzten 7 Töne völlig identisch sind mit den ersten 7 hellen Anfangstasten *f* bis *h*; von diesen 7 Tasten wurde nur die erste *fes* = $a\,(is)_7$ in die Zeichnung Fig. 1 oben aufgenommen.

15. Die ganze Tastatur läßt sich, obwohl aus Quinten aufgebaut, auch als aus $\frac{1}{53}$ Octavtheilen aufgebaut betrachten, gerade so wie bei 12stufiger Temperirung die Octave in 12 gleiche Halbtöne $83{\cdot}\dot{3}^{\mu o}$ getheilt ist.

16. Der 53. Theil der Octave ist aber gleich 18·868 Millioctaven, also fast genau gleich dem syntonischen Komma 17·91, von dem es nur um 0·96 Millioctaven, was nicht unterscheidbar ist, abweicht.

17. Es besteht mithin das gesammte Tastensystem aus 53 ganz gleichen Kommastufen, die wie in Fig. 1 von unten nach oben oder wie in Fig. 3 über einander stehen. Hiermit ist zugleich eine Tastatur gewonnen, die unseren Anforderungen an reingestimmte, bequem liegende Terztöne gerecht wird, denn *cis*, die achte Quinte des Ausgangstones *f*, ist $= \underline{des}$, also die reine Unterterz von *f*.

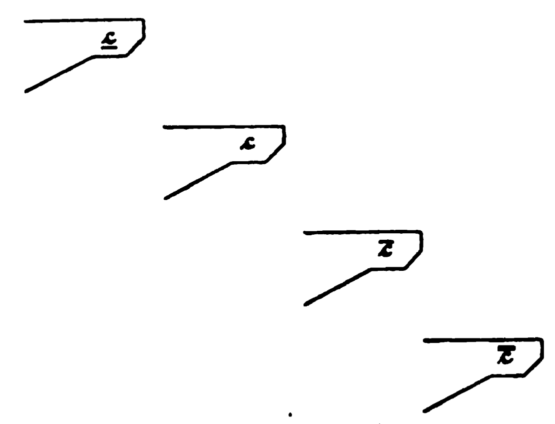


Fig. 3. Seitenaufriſs der *c*-Tasten auf dem 53stufig temperirten reingestimmten Harmonium von Bosanquet und dem reingestimmten von Eitz.

18. Dadurch kann eine jede Taste mehreren Tönen reiner Stimmung unserer Buchstabentonschrift entsprechen,

wie z. B. $\overline{\overline{eis}} = \bar{f} = geses$
oder $\overline{\overline{hisis}} = \overline{cis} = des = \underline{eses} =$ u. s. w.

Von solchen Namen sind nur wenige im Grundriß Fig. 1 aufgenommen.

19. Die Orientirung im Systeme wird hierdurch keineswegs verwickelt oder erschwert, sondern erleichtert, weil die Quint- und Terzverwandtschaft sich sofort als nächste und völlig hinreichende Benennung einer Taste darbietet.

20. Man suche z. B. zu *c* im Grundriß die vierte oder pythagoräische Quinte *e*, so findet man sofort um eine Tastenlänge nach unten die Taste $\bar{e}$, die, wie in Nr. 16 bewiesen, tiefer als *e* gestimmt ist. — Es kann mithin die Tastatur drittens als ein über

einander aufgebautes System von terzverwandten Quintgenerationen aufgefaßt werden.

21. Da die Tasten von unten nach oben immer um ein Poole'sches Komma ansteigen, so kann man fragen: die wievielste Kommastufe giebt die große Terz, die kleine Terz und die Quinte? Da das Poole'sche Komma

$= 18^{\mu o}\cdot 868$

so findet man bald $17 \times 18\cdot 868 = 320\cdot\ 76$ Poole's Terz
während die reine Terz $= 321\cdot\ 93$
Diff. $= -1\cdot\ 17$ Millioct.

ferner ist Poole's kleine Terz $14 \times 18\cdot 868 = 264\cdot\ 15$
während die reine kleine Terz $= 263\cdot\ 03$
Diff. $= +1\cdot\ 12$ Millioct.

Die Summe beider oder Poole's Quinte $\{ 31 \times 18\cdot 868 = 584\cdot 908$
die reine Quinte $= 584\cdot 960$
Diff. $= -0\cdot 052$ Millioct.

22. Um die Lage von Intervallen und Accorden zu erfassen, genügt es, stets ein Beispiel zu untersuchen, da alle anderen nach demselben Typus gelagert sind. Man suche für *c* die Quinte *g*; man suche ferner erst die pythagoräische Terz *e*, so findet man sofort unter dieser die reingestimmte Terz $\bar{e}$. Man greife c-$\bar{e}$-g, so kennt man ein für allemal die Artung oder den Lagetypus aller Duraccorde. Insbesondere überzeuge man sich, warum die vier Accorde *a*, *b*, *h* und *fis dur* ganz demselben Typus angehören, dem Gefühl nach; die Färbung ist verschieden entsprechend dem Schema S. 22, und das ist nothwendig zwecks Orientirung. Ebenso suche man etwa $h^0 = e$-$\underline{g}$-h auf, so hat man ein für alle Mal die Artung von Moll- oder phonischen Accorden kennen gelernt.

23. Für den verminderten Septimenaccord giebt es, wie erwähnt, nur den einen Typus $\bar{h}$-$\underline{d}$-f-$\underline{as}$ und seine drei Umlagerungen, also vier Typen. Aber $\overline{cis}$-e-g-$\underline{b}$ liegt nicht anders als $\bar{h}$-d-f-$\underline{as}$. —

24. Man bemerke noch im Aufriß, Fig. 2, wie Reihen mit einander wechseln; Reihen, in denen drei weiße, dann drei schwarze Tasten die Periode bilden: *c*, *d*, *e*, *fis*, *gis*, *ais*, mit Reihen, in denen zwei schwarze, dann vier weiße Tasten folgen: *cis*, *dis*, *f*, *g*, *a*, *h*.

Für getragene, aus Accorden bestehende Musik ist das Bosanquet'sche Instrument sehr geeignet und verhältnißmäßig leicht zu

spielen. Es dürfte kaum jemals von einer anderen Tastatur übertroffen werden. –

Das Harmonium von Eitz: Es ist kein temperirtes Instrument, sondern ein principiell völlig reingestimmtes. Es ist in farbiger Tastatur ebenso, wie es auch ausgeführt worden ist, abgebildet in Jonquière „Grundriß der musikalischen Akustik“, Seite 128. – Wir wollen die wesentlichsten Eigenschaften, besonders im Gegensatz zum Bosanquet'schen, andeuten.

1. Die Anordnung der Tasten ist dem Bosanquet'schen insofern ähnlich, als eine jede neue Quint nach vorn geschoben und gehoben wurde. In beifolgendem Grundriß (Fig. 4) wurden die Tasten einer Quintgeneration außer durch Buchstaben noch durch kleine Kreise gekennzeichnet. Man beginne unten mit *as* und verfolge in Quintschritten nach der Höhe hin oder, was dasselbe giebt, in Quartschritten nach der Tiefe hin die Tasten: *as, es, b, f, c, g, d, a, e, h, fis, cis, gis.* Dieses *gis* ist mithin, wenn *as* = 1 ist, gleich 12 × 584·96 = 7·019·52, also 19·52 Millioctaven höher als *as.*

2. Wie man in der Fig. 4 erkennt, sind die Quinten folgweise so vorgeschoben, daß die 12. Quinte *gis* nach vorn und oben gerückt ist, so daß noch drei Tastenlängen zwischen *as* und *gis* Platz finden.

3. Unter allen mit einem Kreise ausgezeichneten Tasten wurden die einer zweiten terzverwandten Quintgeneration angebracht: $\overline{c}$, $\overline{g}$, $\overline{d}$, $\overline{a}$, $\overline{e}$, $\overline{h}$, $\overline{fis}$, $\overline{cis}$, $\overline{gis}$, $\overline{dis}$, $\overline{ais}$, $\overline{eis}$, genau um ein Komma gegen die vorige Generation tiefer.

4. Sucht man zu *c-g* die große Terz $\overline{e}$, so findet man diese sehr praktisch in fast gleicher Höhe zwischen *c-g* liegend. Sucht man zu *g* die große reine Unterterz $\underline{es}$, so erkennt man bald, daß dieses $\underline{es}$ auch sehr bequem zwischen $\overline{c}$ und *g* liegt. Es gehört dieses $\underline{es}$ einer Unterterzgeneration an, wie der Strich unter $\underline{es}$ andeutet. Die gesammte Quintgeneration kann von der linken Ecke an verfolgt werden, und zwar liegt jetzt jede Taste über einer solchen der Anfangsgeneration. Wir finden $\underline{ces}$, $\underline{ges}$, $\underline{des}$, $\underline{as}$, $\underline{es}$, $\underline{b}$, $\underline{f}$, $\underline{c}$, $\underline{g}$, $\underline{d}$, $\underline{a}$, $\underline{e}$, $\underline{h}$. –

5. Unter der mit einem Kommastrich versehenen terzverwandten Quintgeneration hat noch eine weiter doppelterzverwandte, mit zwei Strichen oben versehen, Platz gefunden: $\overline{\overline{d}}$, $\overline{\overline{a}}$, $\overline{\overline{e}}$, $\overline{\overline{h}}$, $\overline{\overline{fis}}$, $\overline{\overline{cis}}$, $\overline{\overline{gis}}$, $\overline{\overline{dis}}$, $\overline{\overline{ais}}$, $\overline{\overline{eis}}$, $\overline{\overline{his}}$, $\overline{\overline{fisis}}$, $\overline{\overline{cisis}}$.

Fig. 4. Grundriß der Tastatur des reingestimmten Harmoniums von Eitz.

6. Offenbar könnte nach diesem Schema eine beliebige Anzahl von Quintgenerationen aufgebaut werden. Thatsächlich benutzt Eitz Registerzüge, um neue, immer um ein Komma erhöhte oder vertiefte Generationen einzuführen. In seinem Instrumente sind der Zeichnung (Fig. 4) entsprechende vier Quintgenerationen als Tastatur angebracht, während deren im Ganzen acht, durch Registerzüge, eingeschaltet werden können.

7. Das Eitz'sche Instrument hat die schwarzen Tasten nicht durch dunklere Färbung hervorgehoben, ein Mangel, dem leicht abgeholfen wäre. Dagegen sind die vier Quintgenerationen durch Farben von einander unterschieden. Die Generation, die wir mit Kreisen bezeichnet haben, ist grün. Darüber folgen blaue, weiße, rothe, so daß also:

$\overline{\overline{cisis}}$	weiß
$\underline{d}$	blau
d	grün
$\overline{d}$	roth
$\overline{\overline{d}}$	weiß.

8. Dieses Harmonium soll die wahren syntonischen Komma: $\overline{e}:e = 17^{\mu o}\cdot 91$ zu hören gestatten. Ferner das pythagoräische Komma: $\overline{\overline{d}} - \overline{\overline{cisis}} = 19^{\mu o}\cdot 52$ und den Unterschied beider! Es soll auch das Schisma zeigen *as*-$\overline{gis}$, welches acht Quinten und eine reine Terz enthält, also $8 \times 584\cdot 96 + 321\cdot 93 = 679\cdot 68 + 321\cdot 93 = 1001\cdot 61$, welches $= 1\cdot 61$ Millioctave ist! — Diese Größe ist die im Pooleschen System vernachlässigte. Ob durch Beobachtung von Schwebungen das Vorhandensein der vielen Schismaintervalle auf Eitz's Instrument bestätigt werden kann, erscheint sehr zweifelhaft. Ebenso dürfte ein faktischer Unterschied zwischen dem pythagoräischen und dem syntonischen Komma kaum zu hören sein, schon weil eine so weitgehende Genauigkeit der reinen Stimmung praktisch unerreichbar und wenn wirklich erreicht, doch nicht mehr unterscheidbar sein dürfte.

9. Das Instrument von Eitz ist aus allen angeführten Gründen viel schwerer zu handhaben, als das von Poole-Bosanquet. Ganz besonders ungünstig erscheint die Nachbarschaft der blauen und der weißen Tastatur, sobald die Registerzüge der in unserer Zeichnung gegebenen Stimmung entsprechen, denn die blaue Tastatur ist die zu $\underline{c}$ gehörige, die weiße aber die zu $\overline{\overline{h}}$ u. s. w. gehörige. Diese Quintgenerationen sind um drei Terzschritte von

einander entfernt, haben also wenig mit einander zu thun. Freilich kann durch einen Registerzug sofort statt $\overline{h}$ eine nahverwandte $\underline{c}$-Generation eingeschaltet werden.

10. Acht Quintgenerationen, wie bei Eitz, sind ein für praktische sowohl, als für wissenschaftliche Zwecke unnöthiger Luxus. Eitz hat in jeder Octave 104 Zungen zu stimmen, Bosanquet nur 60 Zungen, wobei 7 Zungen oben und unten identische Töne geben.

11. Das physikalische Institut der Universität Berlin wird, im Besitz des Eitz'schen Harmoniums, allein die Frage entscheiden können, ob die theoretisch bezweckte reine Stimmung auch praktisch soweit erreicht ist, daß das Schisma überall zu hören und die verschiedenen Komma zu unterscheiden sind. Ist letzteres Illusion, so dürfte der Vorzug dem Bosanquet'schen Instrument gebühren.

12. Das Eitz'sche Harmonium soll genau der Buchstabentonschrift entsprechen. Das Bosanquet'sche entspricht ihr angenähert, und praktisch genommen, genau. Das ganze theoretische Ton-Schema in der Tastatur wiederzubringen, wie bei Eitz, ist zwar ganz lehrreich, doch im Hinblick auf Poole's Entdeckung von *cis* = $\overline{\textit{des}}$ u. s. w. keineswegs nothwendig. Sollte wirklich eine der theoretischen Grundlage entsprechende Stimmung erreichbar sein, so wäre für physikalische oder psychophysische Institute das Eitz'sche, für höhere Musikschulen indeß das Bosanquet'sche Instrument vorzuziehen. –

Schließlich muß betont werden, daß zum Verständniß unseres Harmoniesystems die Kenntniß reingestimmter Instrumente durchaus nicht nothwendig ist. Umgekehrt aber wird zur Beherrschung und Handhabung reingestimmter Instrumente eine eingehende Kenntniß unserer Lehre unentbehrlich sein.

Ueber Volkmann's „Postulate, Hypothesen und Naturgesetze"

und deren Beziehung zur phänomenologischen Naturauffassung im Sinne Mach's.

Von

Hans Kleinpeter.

Das sich immer reger äußernde Bedürfniß nach erkenntnißkritischen Untersuchungen auf dem Felde der exacten Wissenschaften hat mit Bestrebungen von ähnlicher Allgemeinbedeutung die Gleichzeitigkeit einer ziemlich ansehnlichen Reihe äußerlich recht verschiedenartiger Versuche gemein. Sehen wir ab von den grundlegenden Gedanken der großen Forscher, die allezeit einen Stich ins Erkenntnißtheoretische verrathen, so beginnt die eigentliche Aera derselben mit Faraday, Lord Kelvin und Maxwell sich zu entwickeln, um erst in der Gegenwart bewußte Pflege zu finden, in der erkenntnißkritische Untersuchungen der Grundlagen der exacten Wissenschaften von einer Reihe namhafter Forscher nicht nur nebenbei wie vordem, sondern als Selbstzweck in Angriff genommen worden sind.

Auf zwei mit der Physik in enger Beziehung stehenden Gebieten war dies schon früher geschehen; auf dem der Philosophie und der Mathematik. Auf ersterem hatten Berkeley, Hume und Kant die Theorie der Erkenntniß einer eingehenden Kritik unterworfen und damit wenigstens die Nothwendigkeit einer solchen dargelegt; auf dem Felde der Mathematik hat die kritische Untersuchung der Grundlagen durch Abel, Weierstrass und seine Schule deutlich gelehrt, daß Fortschritte in der Wissenschaft durchaus nicht auf Sicherheit der Grundlagen schließen lassen. Beide Ergebnisse lassen für die Physik die Schlußfolgerung ziehen, daß eine kritische Untersuchung ihrer Erkenntnißart nothwendig und durchaus nicht durch den thatsächlichen Fortschritt dieser Wissenschaft überflüssig gemacht ist.

Es war wohl zuerst E. Mach, der die Reformbedürftigkeit der landläufigen physikalischen Grundanschauungen klar erkannt und die erkenntnißkritische Bearbeitung derselben zu seiner Hauptaufgabe gemacht hat; seit vierzig Jahren hat er ihr eine stattliche Anzahl von Untersuchungen gewidmet. Lange blieb er allein und erregte bei Fachgenossen, wie er selbst erzählt, nur bedenkliches Kopfschütteln; nach und nach aber mehrte sich die Zahl der Stimmen, die ihm theilweise oder ganz beistimmten; ja es gelang ihm auch schließlich, Gesinnungsgenossen älteren Datums auszuforschen: B. Stallo, einen Deutschamerikaner, dessen „Concepts and theories of modern physics" 1881 in erster Auflage erschienen waren,[1] und der in sehr vielen, selbst Detailfragen sich in auffallender Uebereinstimmung mit Mach befindet, und den berühmten englischen Mathematiker Clifford († 1879 auf Madeira), der einen ähnlichen, wenn auch nicht denselben Standpunkt einnimmt wie Mach.[2] Ferner fand Mach in der philosophischen Schule von Avenarius eine Stütze seiner Ansichten, und jüngere Denker, wie H. Cornelius in München, zeigen noch größere Verwandtschaft. In England ist es wieder Karl Pearson, der seine übereinstimmenden Ansichten über die erkenntnißtheoretischen Grundlagen der Naturwissenschaft in seinem Buche „The grammar of science", das 1892 in erster und 1900 in zweiter erweiterter Auflage erschienen ist, auseinandergesetzt hat.

Außer diesen, den phänomenologischen Standpunkt vertretenden Erkenntnißtheoretikern sind in neuerer Zeit noch eine Reihe anderer Physiker, Chemiker, Physiologen, Biologen und Philosophen mit ähnlichen Bestrebungen hervorgetreten. Wie es naturgemäß bei so verschiedenartigen Ausgangspunkten und Arbeitsweisen, bei großer gegenseitiger Unabhängigkeit, ja Unkenntniß der Arbeiten der Mitstrebenden nicht anders sein konnte, sind die Ergebnisse der geführten Untersuchungen recht weit auseinandergehend, und zwar mehr noch der Form und der Einkleidung als dem eigentlichen Gehalte nach. Hier die nöthigen Brücken zu schlagen, dürfte eine der Aufgaben der erkenntnißtheoretischen Arbeit der nächsten Zukunft bilden.

---

[1] Vergl. hierüber die Recension der deutschen Ausgabe in dieser Zeitschrift, S. 97.

[2] Auch Goethe und Julius Robert Mayer hatten bereits ähnliche Gedanken geäußert.

In diesem Sinne bildet es den Gegenstand der nachfolgenden Zeilen, das Verhältniß der von Volkmann in seiner „Einführung in das Studium der theoretischen Physik"[1] aufgestellten „methodischen Grundlagen der Physik" zu den Anschauungen der Mach'schen Phänomenologie auseinanderzusetzen.

Volkmann unterscheidet zunächst zwischen „methodischen Grundlagen" und „methodischen Regeln" „in dem Sinne, daß wir unter methodischen Grundlagen allgemeine Begriffs- und Anschauungsformen verstehen, unter denen innerhalb des speciellen Gebietes der Physik Erfahrung begriffen und in ein System gebracht wird — unter methodischen Regeln allgemeine Methoden, die für die Bearbeitung und Erweiterung jeden Systems der Erfahrung eine Rolle spielen dürften". Letztere bedeuten „Regeln, nicht Gesetze des Denkens und Erkennens" (wie Newtons regulae philosophandi) und sollen hier außer Betracht bleiben; erstere gelten als „Grundlagen für ein System der Erkenntniß, die wir am besten unter den Stichworten: Postulat (Axiom), Hypothese, Naturgesetz erläutern und besprechen werden können". Zu den Postulaten oder Axiomen rechnet Volkmann den Satz von der Erhaltung der Masse, den Galilei-Newton'schen Trägheitssatz, das Energieprincip, — zu den Hypothesen die Wellenanschauung von der Natur des Lichtes, sei es in ihrer elastischen, sei es in ihrer elektromagnetischen Gestaltung, und die Anschauung von der atomistischen Constitution der Materie, — zu den Naturgesetzen das Newton'sche Gravitationsgesetz und das Coulomb'sche Gesetz für elektrische und magnetische Mengen.

Was nun die Natur der Postulate (oder Axiome) betrifft, so versteht Volkmann darunter „Sätze oder Anschauungen, die wir für so weitgreifend und wichtig halten, daß wir sie als grundsätzliche hinstellen". „Wir können," fährt er fort, „die relative Richtigkeit des Satzes oder die relative Gültigkeit des Begriffs, welche bei den Postulaten oder Axiomen im engeren Sinne eine Rolle spielt, nur näherungsweise durch specielle Beobachtung und specielles Experiment nachweisen, aber wir behaupten ihre absolute universelle Richtigkeit und Gültigkeit jenseits aller durch Be-

[1] Leipzig 1900. Eine ältere, wie diese bei Teubner erschienene Schrift sind die „Erkenntnißtheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften", Leipzig 1896. Eine Reihe von Aufsätzen über die hierher gehörigen Fragen sind in einigen Zeitschriften, hauptsächlich „Himmel und Erde", schon früher erschienen. Vergl. die Litteraturübersicht bei Volkmann, „Einführung etc.", S. 45.

obachtung und Experiment gegebenen Grenzen. Insofern unser Erkenntnißvermögen für diese Grundsätze eine objective Gültigkeit fordert, bezeichnen wir sie als Postulate, insofern sich aber diese Forderung von der Subjectivität unserer Forschung nicht trennen läßt, bezeichnen wir sie als Axiome. Objectiv genommen will das Postulat Wahrheit, Wirklichkeit sein, subjectiv genommen kann das Axiom nur Wahrscheinlichkeit, Idee sein."

„Wir erheben uns in den Postulaten (Axiomen) von der Begrenztheit und Beschränktheit der sinnlichen Wahrnehmung zu unbegrenzter und unbeschränkter Genauigkeit einer inneren Anschauung, die sich an die Schranken und Grenzen der äußeren Anschauung nicht gebunden erachtet; wir bleiben aber dem Inhalt und Gebiet, auf das uns die sinnliche Anschauung weist, treu — im Gegensatz zu den später zu besprechenden Hypothesen."

„Diese postulirte Verschärfung der Grundsätze ist darum nöthig, weil wir auf diesen Grundsätzen das physikalische System aufführen wollen. Wir bedienen uns dabei der mathematischen Hülfsmittel und diese fordern mathematisch präcisirte Grundsätze, wie sie die sinnliche Wahrnehmung allein nicht gewähren kann."

„Wir verstehen unter Hypothese im Speciellen die Uebertragung einer in einem physikalischen Gebiet erwachsenen und ausgebildeten Anschauung auf ein anderes physikalisches Gebiet. Wir berufen uns dabei, in anderer Weise wie bei der Präcisirung der Postulate, im engeren Sinne auf die Beschränktheit und Begrenztheit unserer Sinne. Wir nehmen hier an, daß unsere Sinne in Beobachtung und Experiment etwas wesentlich anderes wahrnehmen oder wahrzunehmen scheinen, als den der Beobachtung und dem Experiment zu Grunde liegenden elementaren Vorgängen entspricht, daß unsere Sinne den Complex der jedenfalls unter der Schwelle der Wahrnehmung stattfindenden Elementarvorgänge in eine diesen Elementarvorgängen fremde Deutung umsetzen."

„Wir erheben uns also in den Hypothesen von der Beschränktheit unserer sinnlichen Anschauung zu einer übersinnlichen Anschauung und treiben damit eine wissenschaftlich durchaus zulässige Metaphysik."

„Postulate und Hypothesen haben das gemein, daß beide sich, jedes in besonderer Weise, über die Genauigkeit und Begrenztheit der Sinne zu unbegrenzter übersinnlicher Genauigkeit erheben. · Im Begriff des Naturgesetzes liegt es, bei aller Strenge der Gültigkeit des Gesetzes die Frage nach der Genauigkeit offen

zu lassen. Bei den Postulaten im engeren Sinne bleiben wir in dem sinnlichen Gebiet, auf das uns die gewöhnliche Erfahrung weist, bei der Hypothese verlassen wir es. Postulate sind allgemeine physikalische Grundsätze, denen alle speciellen physikalischen Disciplinen mit ihren Gesetzen einzeln eo ipso genügen müssen. Postulate und Naturgesetze bilden beide im Wesentlichen Begriffselemente. Hypothesen und Naturgesetze sind die Elemente, mit denen wir an die Ausarbeitung der specielleren physikalischen Disciplinen gehen; dabei übernimmt die Hypothese die Rolle eines Anschauungselementes, das Naturgesetz die Rolle eines Begriffselements."

Soweit Volkmann. Bei Mach wird man diese Betonung der Dreitheilung physikalischer Sätze vergebens suchen; er spricht einfach von Anpassung der Gedanken an die Thatsachen, von Nachbildung der Thatsachen in Gedanken, er unterscheidet bloß zwischen der erlebten Wirklichkeit und dem Gedankenbilde, das sie nachzuschaffen und zu ersetzen bestimmt ist. Damit deckt sich auch vollkommen die Anschauung von H. Hertz, der die physikalische Wissenschaft mit den klassischen Worten charakterisirt: „Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände, und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denknothwendigen Folgen der Bilder stets wieder die Bilder seien von den naturnothwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände." Dieser Standpunkt, daß unsere physikalischen Begriffe und Anschauungen nur Bilder sind, die nur so gewählt zu werden brauchen, daß sie ihren Zweck erfüllen, hat auch Boltzmann acceptirt.[1]

Es entsteht nun die Frage: Woraus erklärt sich diese Divergenz der Ansichten? Mach antwortet auf diese Frage in der 4. Auflage der „Prinzipien der Mechanik" wie folgt:[2] „P. Volkmann, in seinen erkenntnißkritisch-physikalischen Schriften, zeigt sich als mein Gegner, nicht sowohl durch viele einzelne Einwürfe, als vielmehr durch sein Festhalten am Alten und durch seine Vorliebe für dasselbe. In der That ist es die letztere, die mich von ihm trennt. Denn sonst hat seine Art der Betrachtung viel Verwandtes mit der meinigen. Er acceptirt die „Anpassung der Gedanken", das Princip der „Oekonomie" und der „Vergleichung", wenn auch seine Darstellung sich durch individuelle Züge von

[1] In seinem Buche: „Die Principe der Mechanik", Leipzig 1897.
[2] S. 278.

der meinigen unterscheidet und die Ausdrücke verschieden sind." In der That ist es auch in diesem Falle Volkmanns „Festhalten am Alten", das trotz seiner Anerkennung der „Anpassung der Gedanken" ihn zu der Dreitheilung physikalischer Sätze veranlaßt. Stellt man sich auf den Standpunkt des Physikers und betrachtet die Sätze der Physik nach der Art der Geltung und des Ansehens, das sie bei der heutigen Generation erlangt haben, so kann man ja eine Berechtigung dieser Art von Eintheilung nicht versagen. Es giebt Sätze in der heutigen Physik, welche in derselben eine axiomatische Rolle spielen, und daß Axiome Postulaten gleichgesetzt werden, scheint auch mir die einzig richtige Auffassung derselben zu sein. Daß die heutigen Physiker — oder doch wenigstens die Mehrzahl derselben — von dem Wesen einer Hypothese die von Volkmann getheilte Auffassung besitzen, scheint mir nicht minder richtig zu sein. Die Hypothese ist ein metaphysisches Gebilde, das über die erlebbare sinnliche Anschauung übergreift und doch eine solche uns geben will. Die Hypothesen über die Natur des Lichtes wollen uns dort eine Anschauung geben, wo wir vermöge unserer Sinne keine wirklich zu erhalten im Stande sind. Sie erweitern unsere anschaulichen Bilder über das unmittelbar Erlebbare hinaus. Und daß ein Naturgesetz im Vergleich zu Postulaten und Hypothesen ein engeres Gebiet begrenzt, und stets nur von begrenztem Genauigkeitsgrade ist, scheint nicht minder einleuchtend. Man frägt sich z. B. wie Volkmann hervorhebt, bis zu welchem Genauigkeitsgrade der Exponent 2 in dem Ausdrucke des Coulomb'schen Gesetzes verbürgt ist etc.

Volkmann hat jedenfalls das Verdienst, den factischen Stand der Auffassung der Grundbegriffe und -Anschauungen in der heutigen Physik charakterisirt zu haben und insofern giebt seine Darstellung eine geeignete Grundlage zur kritischen Prüfung dieser Auffassungsweise. Daß dieselbe höheren kritischen Ansprüchen nicht genügt, giebt eigentlich Volkmann selbst indirect zu erkennen, wenn er von der „rückwirkenden Verfestigung" spricht, deren das physikalische Lehrgebäude bedarf. Denn was bedeutet das anderes, als daß die Elemente an sich einer genügenden Sicherheit nicht besitzen, und daß somit jeder Lehrer der Mechanik, wie es Hertz hervorhebt, genöthigt sein wird, „recht schnell über die Anfänge hinweg zu gelangen". Sonst stürzen eben, um im Bilde zu bleiben, die nicht genügend ver-

festigten Anfänge wieder ein; sie vertragen nicht den Hauch der Kritik. Daß das Prinzip der „rückwirkenden Verfestigung" bei dem historischen Aufbau der Mechanik und Physik wirklich thätig war und ist, wird gerne zugegeben; es ist ja erst auf einer höheren Stufe möglich, in streng exacter Weise an die Grundlegung einer Wissenschaft zu schreiten. Das lehrt sehr deutlich z. B. die Geschichte der Mathematik. Nach der Erfindung der Differential- und Integralrechnung wurde frisch drauf los differenzirt und integrirt, erst die zweite Hälfte des 19. Jahrhunderts schritt an die Aufgabe der kritischen Grundlegung. Das Bedürfniß hierzu hat sich eben erst bei feineren Untersuchungen herausgestellt. Ganz ähnlich liegt die Sache auch in der Physik. Gewiß hätte Hertz die herkömmliche Auffasung der Physik nicht verlassen, wenn er nicht erkannt hätte, daß ein Weiterarbeiten in fundamentalen Fragen auf ihrer Grundlage nicht mehr möglich ist. „Was ist Materie? Was ist Aether?" frägt er am Schlusse seines Heidelberger Vortrages; seine nachgelassene Mechanik erledigt diese Frage insofern, als sie die Sinnlosigkeit dieser besonderen Art der Formulirung erweist. Das erklärt den Zusammenhang zwischen seinen elektrischen und erkenntnißtheoretisch-mechanischen Bestrebungen. Daß aber die Lösung dieser Aufgabe einer einwandfreien Darstellung und Auffassung der Elemente nicht unmöglich ist, scheint mir durch die Arbeiten von Mach, Hertz, zum Theil selbst Kirchhoff u. A. genügend festgestellt. Sie ist auch einfach genug: der Zweck der Physik ist die sparsamste Nachbildung der Thatsachen in Gedanken. Wir haben wirkliche Erlebnisse einerseits, eine Theorie derselben, die sie zu ersetzen bestimmt ist, andererseits. Es kann somit keine wirklichen wesentlichen, in der Natur der Sache gelegenen Unterschiede zwischen den Sätzen der Physik geben. Nur durch ihre Geschichte und ihre verschiedene inhaltliche Bedeutung können sie sich unterscheiden.

Daß das Trägheitsgesetz und die Gesetze von der Erhaltung des Stoffes und der Energie eine Art axiomatischer Bedeutung bei vielen zeitgenössischen Physikern erlangt haben, ist ebenso richtig als daß für Axiome in der Physik kein Raum vorhanden ist. Was sind überhaupt Axiome?[1] Volkmann gebraucht synonym damit den Ausdruck Postulat und neigt sich damit einer auch von

---

[1] Vergl. hierzu meinen Aufsatz „Ueber Axiome", Zeitschrift für das Realschulwesen, Wien 1901.

Felix Klein[1] getheilten Ansicht hin, die mit der etymologischen Bedeutung des Wortes übereinzustimmen scheint. Doch ist damit, daß man die Axiome als Forderungen hinstellt, ihr Wesen noch nicht genügend gekennzeichnet. Der Mathematiker kann sich damit begnügen, die Sätze als Wahrheiten hinzustellen, deren Bestand er fordern muß, und die Mathematik mit der Entwickelung aus diesen Sätzen beginnen zu lassen. Nicht so aber der Erkenntnißtheoretiker der Physik und der Physiker selbst, der auch hier die Frage nach dem Grade der Evidenz, ja der Genauigkeit stellen muß. Denn diese Sätze gestatten allerdings eine Prüfung an der Erfahrung. Es ist eine Erfahrung denkbar, mit der diese Sätze unverträglich wären, und daß die Frage nach der Genauigkeitsgrenze dieser Sätze ihren guten Sinn hat, zeigen neuere Publikationen aus den „Annalen der Physik", die Versuchsreihen bringen, deren Zweck die Prüfung der Genauigkeit des Erhaltungsgesetzes des Stoffes oder richtig ausgedrückt des Gewichtes bei chemischen Verbindungen ist. Man kann also nicht sagen, daß die Axiome oder Postulate der Physik jene Eigenthümlichkeit nicht zeigen, die von Volkmann als charakteristisches Kennzeichen der Naturgesetze hervorgehoben worden ist. Damit ist aber allerdings noch nicht gesagt, daß die Ansicht von ihrer axiomatischen Bedeutung aus der Luft gegriffen ist. Die Sache verhält sich vielmehr so: Erfahrung hat dazu geführt, Sätze, wie das Trägheits-, Stoff- oder Energieprinzip, aufzustellen und der Erfahrung bedarf es, um diese Sätze fortdauernd zu erhalten. Denn man kann Experimente anstellen, die auf eine Prüfung der Richtigkeit dieser Sätze hinausgehen, und das Ergebniß derselben kann man nicht im vorhinein mit apodictischer Gewißheit angeben. Aber nehmen wir an, wir fänden wirklich einmal Versuchsdaten, die diesen Sätzen widersprechen würden, dann wäre es trotzdem wenig wahrscheinlich, daß diese Gesetze einfach fallen gelassen würden; man würde vielmehr die Abweichungen vom Gesetze auf andere Weise zu erklären suchen. Nehmen wir z. B. an, daß ein Verstoß gegen das Trägheitsgesetz entdeckt werden würde; man würde denselben durch Kräfte erklären und so eher zu der Annahme unbekannter Kräfte greifen, als das Gesetz der Trägheit für ungiltig erklären. Erst wenn sich Fälle dieser Art mehren würden, würden wir an dem Wert des Gesetzes irre werden und

[1] Vorlesungen über nicht-euklidische Geometrie, Leipzig 1890.

dasselbe allenfalls ganz zu verwerfen für vernünftiger halten. Etwas ähnliches hat sich ja in der Gegenwart in Bezug auf das Energieprinzip wirklich ereignet; man fand Wirkungen gewisser Substanzen, der sogenannten radioactiven Körper, die dem Prinzip von der Erhaltung der Energie widersprechen. Man hat aber trotzdem das letztere nicht aufgegeben, sondern statt dessen die Aussage vorgezogen, daß uns die Quelle dieser Energie nicht bekannt ist. Man trachtet, die neuen Erfahrungen dem alten Gedanken anzupassen. Insofern erhält dann der letztere eine Art axiomatischer Geltung, die aber nur relativ in Bezug auf spätere Erfahrung zum Vorschein kommt. Man kann auch nicht sagen, der betreffende Satz gelte unbedingt; man versucht es nur, ihn unbedingt gelten zu lassen und glaubt, daß dieser Versuch gelingen werde. Der Satz erhält dadurch weniger die Rolle eines Axioms als die eines obersten Satzes in dem Sinne, daß alle kommenden Sätze sich ihm anpassen müssen. Die eigentliche Bestätigung erhält der Satz also erst durch die Ausführung des Systems. In diesem Sinne haben das Trägheits-, Stoff- und Energieprinzip die Bedeutung allumfassender Naturgesetze, die so glücklich gewählt sind, daß sich alle anderen specielleren Sätze in die durch sie vorgezeichnete Terminologie bequem einordnen lassen.[1]

Ich habe bereits bei mehreren Gelegenheiten darauf aufmerkgemacht,[2] daß der Begriff des Axioms überhaupt ein müssiger ist. Graßmann hat dies in Bezug auf die formalen Wissenschaften bereits 1844 in seiner Ausdehnungslehre, einem auch philosophisch sehr bedeutenden Buche, gethan. An die Spitze der Arithmetik kann man nämlich statt der üblichen Axiome die beiden Definitionen stellen:[3]

„1. Zwei Zahlen heißen gleich, wenn in jeder Rechnung die eine an Stelle der anderen gesetzt werden kann."

„2. Eine Größe heißt größer als eine andere, wenn sich die letztere als Theil der ersteren darstellen läßt."

---

[1] Man vergleiche meine Auseinandersetzungen über das Trägheits- und Energieprincip: „Zur Formulirung des Trägheitsgesetzes", Archiv für system. Philos., 6. Bd., Berlin, Reimer 1900 und „Ueber das Princip von der Erhaltung der Energie", Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr., Berlin 1899.

[2] Insbesondere in „Ueber Axiome", l. c.

[3] Sieh „Die allgemeine Arithmetik auf der Oberstufe der Mittelschule", Zeitschr. f. d. Realschulw., Wien 1902, S. 145 f.

Daraus läßt sich der oft als Grundsatz mitgeführte „Gleiche Veränderungen mit gleichen Größen geben Gleiches" logisch ableiten.

Ebenso lassen sich die logischen Axiome als Definitionen hinstellen: Das Prinzip der Identität heißt richtig „A bleibt A" und giebt die Definition des Substanzbegriffes, das Prinzip des Widerspruches ist je nach der Fassung, die man ihm giebt, gleichbedeutend mit dem ersteren Satze oder aber enthält es die Definition der Negation.

Die obersten Sätze der Physik enthalten nun auch Definitionen in sich, aber ihr Inhalt ist damit nicht erschöpft, sie sind nicht reine Definitionen, sondern von ihnen gilt das von L. Lange[1] hervorgehobene, von Mach anerkannte Prinzip der „partikulären Determination". Bevor nämlich z. B. das Trägheitsgesetz einen Sinn erhält, bedarf man eines Coordinatensystemes und einer Zeitscala. Zu deren Festlegung bedarf man einiger Körper, für die das Trägheitsgesetz in Folge der Definition gelten muß. Am leichtesten ersichtlich ist dies in Bezug auf die Zeit. Der Begriff „gleichförmig" muß zuvörderst definiert werden; dazu kann man einen in Bezug auf ein Coordinatensystem sich bewegenden Körper wählen, dessen Dislocationen als Zeitmaß gelten. Gleichförmig heißt dann die Bewegung eines zweiten Körpers, wenn seine Lageänderungen proportional denen des Bezugskörpers sind. Als solcher dient bekanntlich die Erde bei ihrer Rotation. Gleichförmig nennen wir dann die Bewegung eines Körpers, wenn die zwischen denselben Zeitpunkten erfolgten Verschiebungen dem Stundenwinkel des Frühlingspunktes proportional sind. An und für sich hat es keinen angebbaren Sinn von einer gleichförmigen Bewegung schlechtweg zu sprechen. In Bezug auf einen neu hinzukommenden Körper hat dann das Trägheitsgesetz die Bedeutung eines Naturgesetzes; es macht von demselben eine Aussage, die sich experimentell prüfen läßt.

Man kann also zusammenfassend sagen, daß das Trägheitsgesetz und analog die anderen „Axiome oder Postulate" theilweise definirend wirken, daß sie nämlich gewisse Begriffe vorerst definiren, daß aber ihr Inhalt sich nicht in der Schaffung dieser Definitionen erschöpft, sondern, indem das Gesetz die allgemeine Anwendbarkeit dieser Begriffe behauptet, er eine Aussage enthält,

[1] Die geschichtliche Bedeutung des Bewegungsbegriffes, Leipzig 1883.

[2] Die Principien der Mechanik, 4. Aufl., S. 250.

deren Zutreffen experimentell controllirbar ist. Solche Sätze haben also eine Giltigkeit, die theilweise durch die Erfahrung prüfbar ist, d. h. sie können nicht jeder Erfahrung gegenüber bestehen bleiben, wohl aber ist es möglich, einzelne Erfahrungen mit diesen Sätzen hinterher in Einklang zu bringen durch Schaffung neuer Sätze von speciellerem Charakter. Den eigentlichen Prüfstein auf den Werth solcher Sätze bildet erst die Möglichkeit bezw. Unmöglichkeit der Ableitung eines Systems oder besser ausgedrückt der Aufführung eines Systemes auf den von ihnen gelieferten begrifflichen Grundlagen. In diesem Sinne entscheidet erst fortgesetzte Erfahrung, die unmittelbar die Richtigkeit speciellerer Sätze bestätigt oder widerlegt, über den Werth dieser allgemeinsten physikalischen Grundsätze. Sie erweisen sich als brauchbar, wenn die durch die Erfahrung bestätigten besonderen Sätze sich mit diesen in ein System einordnen lassen, in dem die „Postulate" eben die umfassendste allgemeinste Bedeutung besitzen.

Aus diesem Sachverhalte ergiebt sich nun wohl ohne Weiteres der Schluß, daß der Unterschied zwischen „Postulaten" und „Naturgesetzen" nur ein gradueller ist. Denn daß auch letztere axiomatische oder, jetzt besser ausgedrückt, definirende Bedeutung besitzen, ist wohl ohne Weiteres klar, mag aber der größeren Deutlichkeit wegen am Coulomb'schen Gesetze noch besonders auseinandergesetzt werden. Setzen wir dasselbe in der Form $f = \frac{m_1 m_2}{r^2}$ voraus, worin f die Größe der Kraft, m_1 und m_2 die Maßzahlen der Massen und r die der Entfernung bedeuten, wodurch schon (unter bloßer Hinzufügung der Annahme, daß die Herstellung zweier gleicher Massen möglich ist) die Masseneinheit, aber noch nicht Vielfache derselben definirt erscheinen, so ist die Bestimmung von deren Maßzahlen unter alleiniger Heranziehung zweier Massen noch unmöglich, da ein Product auf verschiedene Weisen in zwei Factoren zerlegt werden kann. Drei Massen lassen sich auf drei Arten combiniren und somit aus den erhaltenen drei Gleichungen eindeutig bestimmen, d. h. das Gesetz reicht gerade zur Definition der Massen dreier Körper aus. Eine experimentelle Bestätigung der Proportionalität der Kraft mit dem Massenproducte ist also, solange man bei drei Körpern stehen bleibt, noch nicht möglich, für diese ist das Bestehen des Gesetzes durch die Definition der drei Massen gegeben. Erst wenn vier Massen vorliegen, enthält das Gesetz eine Aussage, die sich experi-

mentell prüfen läßt; denn diese lassen sich auf sechs Arten combiniren, was sechs Gleichungen liefert, wovon vier zur Bestimmung der Unbekannten m_1, m_2, m_3 und m_4 dienen; die zwei anderen können dann zur Verification des Gesetzes durch die Erfahrung benutzt werden.

Man sieht daraus, daß der Unterschied zwischen „Postulaten (Axiomen)" und „Naturgesetzen" ein durchaus fließender ist und nur auf dem Grade größerer oder geringerer Allgemeinheit beruht. Die scharfe Unterscheidung, die Volkmann an mehreren Stellen seiner „Einführung" (vgl. z. B. S. 89, 104) trifft, ist also gewiß nicht berechtigt und damit erledigt sich auch die Bemerkung auf S. 363, wo Volkmann der phänomenologischen Richtung vorwirft, das Wesen der Postulate nicht erkannt zu haben. Ich glaube behaupten zu dürfen, daß die Schrift von Lange eine viel gründlichere Erledigung dieser Frage in sich birgt, als dies bei Volkmann der Fall ist, der auf die Frage, mit welchem Rechte wir die Postulate aufstellen, gar nicht eingeht. Denkt er sich aber dieselbe, wie aus manchen Stellen hervorzugehen scheint, durch die Erfahrung hinterher gerechtfertigt, so vermag ich wieder nicht den Gegensatz zur phänomenologischen Richtung aufzufinden.

Einigermaßen anders verhält es sich mit der Auffassung der Hypothesen. Volkmann selbst erklärt sie als metaphysische Dichtungen, die uns eine sinnliche Anschauung vorzaubern, wo wir keine direct durch unsere Sinne zu erhalten im Stande sind. In diesem Sinne sagt uns die Hypothese, daß das Licht eine Wellenbewegung in einem elastischen Medium ist, oder die, daß die Materie aus kleinsten untheilbaren Theilchen zusammengesetzt ist, etwas aus, was über die Grenzen unserer sinnlichen Wahrnehmung deshalb hinausreicht, weil unsere Sinne nicht fein genug sind, derartiges noch zu erkennen. Die Ansichten über den Werth solcher Hypothesen gehen allerdings auseinander; die einen schätzen sie als eine Hülfe für das Anschauungsvermögen, die Phantasie des Physikers, dem sie als Stütze bei seinen weiteren Speculationen dienen können; die anderen verwerfen sie als unexact. Ich kann mir nicht versagen, hier eine von Volkmann citirte Stelle aus Newton nochmals anzuführen: »Quicquid enim ex phaenomenis non deducitur, hypethesis vocanda est; et hypotheses seu metaphysicae, seu physicae, seu qualitatum occultarum, seu mechanicae in philosophia experimentali locum non habent.« Newton zeigt sich hier wie in der Aufstellung seines Gravitations-

gesetzes als Phänomenalist von reinstem Wasser. Und worauf beruhte der Fortschritt, den Maxwell, wohl jener Physiker, der nach Newton den nachhaltigsten Einfluß auf die Gestaltung der theoretischen Physik geübt hat, über die längst geläufig gewordenen, fast erstarrten Formen hinaus errungen hat? Mit Recht hebt Boltzmann[1] die „Klarheit hervor, womit Maxwell schon damals zwischen der Thatsache der periodischen Aenderung irgend eines transversal gerichteten Zustandes und der Hypothese einer schwingenden Bewegung unterschied" und die er als Beweis seiner Einsicht auf erkenntnißtheoretischem Gebiete hinstellt. „Wenn wir andererseits eine physikalische Hypothese wählen, so sehen wir die Erscheinungen wie durch eine gefärbte Brille und sind zu jener Blindheit gegen Thatsachen und Voreiligkeit in den Annahmen geneigt, welche eine auf einem einseitigen Standpunkt stehende Erklärung begünstigt", erklärt Maxwell in der Einleitung zu seiner ersten grundlegenden Abhandlung »On Faradays lines of force«.[2] Ueber die Wellentheorie des Lichtes selbst bemerkt er:[3] „Die zweite Analogie zwischen dem Lichte und den Schwingungen eines elastischen Mediums erstreckt sich viel weiter, aber obwohl ihre Wichtigkeit und Fruchtbarkeit nicht genug geschätzt werden kann, so müssen wir doch dessen eingedenk bleiben, daß sie nur auf einer formalen Aehnlichkeit zwischen den Gesetzen der Lichterscheinungen und denen der elastischen Schwingungen beruht. Wenn wir sie ihres physikalischen Gewandes entkleiden, so reducirt sie sich auf eine Theorie transversaler Zustandsänderungen und es bleibt ein System von Wahrheiten übrig, welches zwar den beobachteten Thatsachen nichts Hypothetisches hinzufügt, aber dafür wahrscheinlich sowohl an Anschaulichkeit als auch an Fruchtbarkeit in der Anwendung zurücksteht". Dieses „Wahrscheinlich" ist seit Maxwell immer geringer eingeschätzt worden; man hat sich daran gewöhnt, das Wesen einer Hypothese immer mehr und mehr nur in der Analogie zu erblicken und ist so zu einer wesentlich anderen Auffassung des Wesens einer Hypothese gelangt. In diesem Sinne erblickt Mach, wie er besonders in seinem Vortrage auf der Wiener Naturforscherversammlung „Ueber das Prinzip der Vergleichung in der Physik" 1894 auseinandergesetzt hat, das Wesen einer physikalischen Hypothese

[1] Ueber Faraday's Kraftlinien, Ostwald's Classiker, No. 69, S. 100 f.
[2] l. c. S. 4.
[3] l. c. S. 5.

oder Theorie in der Vergleichung und theilweisen Identificirung zweier Thatsachengebiete. Denselben Gedanken führt Stallo[1] als einen bereits ziemlich geläufigen aus, für den er eine Reihe von Belegstellen aus englischen Logikern citiren kann (Sir William Hamilton, Jevons, Bain). Auch Clifford hat in seinem Vortrage vor der britischen Naturforscherversammlung in Brighton 1872 derselben Ansicht Raum gegeben.[2] Andererseits muß freilich zugegeben werden, daß der Hypothese in altem Sinne in der Physik der Gegenwart noch ein breiter Raum gewährt wird und gerade in der letzten Zeit das Verbreitungsgebiet derselben noch gewachsen ist; man denke nur an die Ionentheorie. Hier handelt es sich um einen Gegensatz der Anschauungen, der sich nicht definitiv in dem einen oder dem anderen Sinne schlichten läßt; es ist zum Theil eine Sache persönlichen Geschmackes, ob man sich durch solche künstliche Hypothesen befriedigt oder gefördert glaubt. Jedenfalls darf man aber nicht vergessen, daß sie nicht zur strengen Wissenschaft selbst gehören und ihnen nur ein provisorischer, mehr persönlicher Werth zukommen kann. Von ersterer muß der Satz bestehen bleiben: »Hypotheses non fingo«. Hypothesen dieser Art gehören wie bei Newton in den Anhang.

Es liegt eben im Wesen der phänomenologischen Naturanschauung, sich in streng exacter Weise auf das Feststellbare zu beschränken und alles Hypotetische im Sinne Newton's von der eigentlichen Wissenschaft fernzuhalten. Mach erklärt es[3] als „höchste Philosophie des Naturforschers, eine unvollendete Weltanschauung zu ertragen, und einer scheinbar abgeschlossenen, aber unzureichenden vorzuziehen". Wenn aber ein Physiker es vorzieht, sich über den Rahmen des Feststellbaren hinaus Gedanken zu bilden, so wird man ihm das billigerweise nicht verwehren können, so lange er sich des hypothetischen privaten Charakters derselben bewußt bleibt. Dieselben können ja für ihn und wohl auch für andere einen heuristischen Werth haben. So haben ja unzweifelhaft die Vorstellungen der kinetischen Gastheorie — so

---

[1] Die Begriffe und Theorien der modernen Physik, Leipzig 1901, S. 98 ff. Vergl. auch meinen Aufsatz: Stallo als Erkenntnißkritiker. Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 1901.

[2] Vergl. die deutsche Uebersetzung von Schmidt und Silberstein: „Ueber die Ziele und Werkzeuge des wissenschaftlichen Denkens", München 1896.

[3] Principien der Mechanik, 4. Aufl., S. 494.

unzureichend sie vom kritischen Standpunkt aus betrachtet sind — zur Entdeckung mancher Thatsachen beigetragen.

Damit fällt denn der Gegensatz, der zwischen den „Postulaten, Hypothesen und Naturgesetzen" Volkmann's einerseits und den „Bildern" von Mach oder Hertz andererseits zu bestehen scheint. Die Hypothesen scheiden zunächst aus dem Gebiete der eigentlichen Wissenschaft im exacten Sinne aus, um eine mehr persönliche oder subjective (wie sich Volkmann ausdrückt) Bedeutung einzunehmen; der Unterschied zwischen Postulaten und Naturgesetzen wird aber aus einem wesentlichen zu einem graduellen fließenden. Jeder physikalische Satz ist sowohl Postulat wie Naturgesetz.

Man kann, wie ich bei einer früheren Gelegenheit bemerkt habe,[1] drei Arten physikalischer Arbeitsleistung von einander unterscheiden: die erste hat es mit der Wahl der Grundbegriffe und Grundgesetze zu thun, die zweite entwickelt die logisch-mathematischen Consequenzen derselben und die dritte vergleicht sie mit der Erfahrung. Die erstgenannte Leistung ist die originellste, sie kann mit der Thätigkeit eines Künstlers in Parallele gesetzt werden, da die Wahl der Grundelemente keine eindeutig bestimmte ist und durch die freischaffende Phantasie des Denkers zu Stande kommt, die zweite ist die gewöhnliche Arbeit des mathematischen, die dritte die des Experimentalphysikers. Natürlich ist diese Scheidung nur eine in Gedanken vollzogene, die Entwickelung der Physik vollzieht sich nicht etwa durch stufenweises Durchlaufen dieser Arbeitsarten; diese bilden vielmehr ein Nebeneinander und kein Nacheinander.

Auch ein anderer Vorwurf, den Volkmann gegen die „Abbildungstheorie" erhebt,[2] scheint mir ganz unbegründet. Er wirft ihr nämlich vor, daß sie „der Frage nach der Eindeutigkeit und Vieldeutigkeit nicht näher tritt", was mir gerade Hertz gegenüber sehr sonderbar vorkommt, der ja gerade die Möglichkeit mehrerer Lösungen (Bilder) ausdrücklich betont. Freilich, wie es in einem besonderen Falle mit der Frage der Vieldeutigkeit der Lösung aussieht, wird sich wohl so leicht nicht beantworten lassen, jeden-

---

[1] Ueber E. Mach's und H. Hertz' principielle Auffassung der Physik. Archiv f. system. Philos., V. Bd., Berlin 1899.

[2] Ueber die Fragen der Existenz, Eindeutigkeit und Vieldeutigkeit der Probleme und ihre mannigfaltige Bedeutung und Rolle für naturwissenschaftliche Auffassung und Erkenntniß. Diese Zeitschrift, 1902, S. 105 ff.

falls nicht so wie bei einem scharf formulirten mathematischen Problem. Auch der von Poincaré herrührende Beweis für eine jedesmal unendliche Zahl von Lösungen wird daran nichts ändern können. Auf keinen Fall vermag ich aber einzusehen, was diese Frage mit der Abbildungstheorie zu thun hätte. Daß es aber darauf ankomme, Hypothesen nur soweit zu specialisiren, als es für den betreffenden Zweck nothwendig ist, wird für den bedeutungslos, der Hypothesen im Sinne Volkmann's überhaupt verschmäht. Daß aber niemals alle Eigenschaften oder Relationen eines Körpersystems in Frage kommen, ist von den Anhängern der phänomenologischen Richtung stets betont worden.[1]

Zusammenfassend läßt sich also sagen, daß der Widerspruch und die Bedenken, die Volkmann gegen einige Punkte der phänomenologischen Auffassung erhebt, keine Schwächen derselben aufzudecken vermögen. Beide Ansichten lassen sich mit einander vereinen, wenn man nur die ersteren gewissen Einschränkungen unterwirft, nämlich den Hypothesen nur eine rein subjective Bedeutung beimißt (Anhang bei Newton!), sie aber aus dem Bereich der eigentlichen Wissenschaft ausschließt und zweitens nicht vergißt, daß der Gegensatz zwischen „Postulaten" (Axiomen) und „Naturgesetzen" ein bloß gradueller fließender ist und in Wirklichkeit jeder physikalische Satz sowohl Postulat (Axiom, Definition) wie Naturgesetz ist.

[1] Vergl. z. B. Stallo, l. c. S. 132.

Neue Bücher.

Geist und Körper, Seele und Leib von L. Busse. X und 488 S. Leipzig, Dürr'sche Buchhandlung 1903. Preis M. 8.50.

Nachdem in letzter Zeit der „naive Realismus“ eine so erhebliche Rolle in der Erörterung erkenntnißtheoretischer Fragen gespielt hat, muß es Wunder nehmen, daß bei dem ausgeprägten Symmetriebedürfniß der systematischen Philosophen der correlative naive Idealismus noch nicht die ihm zukommende Stelle sich erworben hat. Ich hoffe also einem tiefgefühlten Bedürfniß entgegenzukommen, wenn ich hiermit diesen Namen in die Wissenschaft einführe. Damit auch ein Begriff bei dem Worte sei, möchte ich mit naivem Idealismus die Ansicht von der Wissenschaft und insbesondere der Philosophie bezeichnen, nach welcher diese verpflichtet ist, auf alle vorhandenen und möglichen Fragen eine bestimmte und verbindliche Antwort zu geben, und die Entschuldigung ungenügender Kenntniß der Sache in keinem Falle Geltung hat. Dies gilt insbesondere von den allgemeinsten und daher schwierigsten Fragen, wie die nach der Endlichkeit oder Unendlichkeit der Welt, und dem Verhältniß von Seele und Leib. Die früher im Vordergrunde der Erörterungen befindlich gewesene Frage nach der Unsterblichkeit der Seele scheint dagegen eben eine gewisse Schonzeit erhalten zu haben.

Zu den Vertretern des naiven Idealismus in solchem Sinne gehört nun auch der Verfasser des vorliegenden, mit sichtlicher Liebe und Hingabe geschriebenen Buches. Er glaubt so fest an die Existenz absoluter Denkgesetze, daß er die entgegenstehende Meinung kurzweg als Irrthum bezeichnet, und bemüht sich demgemäß, diese zur Erzielung absolut giltiger Resultate zu benutzen, ohne sich durch den constanten bisherigen Mißerfolg aller auf solche Ziele gerichteten Unternehmungen abhalten zu lassen. Hierdurch wird denn auch der Werth seiner eingehenden und sorgfältigen Untersuchungen an nicht wenigen Stellen erheblich geschmälert.

Aber um eine recht werthvolle Arbeit handelt es sich immerhin. Insbesondere die Kritik der verschiedenen Auffassungen des Verhältnisses zwischen Geist und Leib ist überaus eingehend und mannigfaltig, auch an vielen Stellen scharfsinnig, namentlich wo es sich um die Aufzeigung von Schwierigkeiten und Unzulänglichkeiten handelt. In dieser Beziehung, und als Uebersicht eines Theiles der in Betracht kommenden Litteratur ist das Buch interessant und empfehlenswerth. Allerdings ist die Darstellung ein wenig einseitig dadurch geworden, daß der Verfasser einen großen Betrag laufender Polemik mit seinen vielen Gegnern in das Buch hineingebracht hat, so daß dauernde und vergängliche Bestandtheile bunt durcheinander gemischt erscheinen, und der Schwerpunkt

der Untersuchung gelegentlich stark auf die Seite gedrängt erscheint. Doch weiß er immer angemessene Formen zu wahren und vermeidet fast völlig jene Hilfsmittel der Gemüthserregung, durch welche sonst gerade die Philosophen nicht selten ihren Meinungsäußerungen besonderen Nachdruck zu ertheilen suchen.

Was die sachliche Stellung des Verfassers zu der Frage anlangt, so ist diese nicht leicht zu kennzeichnen. Er schließt zunächst die zu erobernde Festung mit seinen Truppen ein und beginnt damit, das Außenwerk des Materialismus zu demoliren, was er ziemlich schnell zu seiner Zufriedenheit ausführt. Dann beginnt die regelrechte Belagerung, die sich zunächst gegen die Lehre vom psychophysischen Parallelismus richtet. Hier wird ein Wall nach dem anderen genommen und ein Graben nach dem anderen ausgefüllt, bis schließlich seine Truppen auf den Trümmern des Parallelismus vor dem Centrum, der Wechselwirkungslehre, stehen. Aber auch hier ist der Kampf noch nicht zu Ende, denn erst wird noch eine letzte Schanze gestürmt, indem die energetische Auffassung der physischen Erscheinungen für unhaltbar erklärt wird. Was bleibt denn nun übrig? fragt sich hier der erstaunte Leser. Die Antwort ist, daß eben für die psychischen Erscheinungen die energetischen Gesetze nicht gelten sollen. Ich fürchte fast, der tapfere Belagerer hat im Eifer der Eroberung schließlich die ganze Festung in die Luft gesprengt! W. O.

Response in the Living and Non-Living by Jagadis Chunder Bose. 199 S. Longmans, Green & Co, London, New York und Bombay 1902.

Das vorliegende Buch des indischen Gelehrten mit dem Motto aus Rig Veda „The real is one, wise men call it variously“ muthet den europäischen Leser nicht nur durch den Namen des Verfassers fremdartig an. Auch die Gedankenführung der dargelegten experimentellen Untersuchungen ist ungewohnt und insofern in hohem Maaße lehrreich. Unter response versteht der Verfasser eine Gegenwirkung, und er bestrebt sich, zu zeigen, daß nicht nur die Organismen in bekannter Weise auf irgend eine Einwirkung eine meist entgegengesetzt gerichtete Gegenwirkung oder Reaction zeigen, sondern auch anorganische Gebilde aller Art, so daß es sich hier um ein allgemeines Naturgesetz handelt. So schließt das Buch nach der Darlegung einer Anzahl sehr bemerkenswerther Experimente mit den Worten: „Wir haben gesehen, daß aus den Reactionserscheinungen sich keine Nothwendigkeit für die Annahme einer Lebenskraft ergiebt. Es handelt sich im Gegentheil um physikochemische Erscheinungen, die sich der physikalischen Untersuchung eben so bestimmt darbieten, wie irgend andere im Gebiete der Anorganischen. Die Physiologen haben uns gelehrt, die Reactionscurven als die Geschichte der Wirkung der mannigfaltigen äußeren Einflüsse und Bedingungen auf die Erscheinungen des Lebens aufzufassen. Durch dieses Mittel können wir die stufenweise Verminderung der Reactionsfähigkeit durch Ermüdung, durch Extreme von Wärme und Kälte, ihre Steigerung durch Stimulantien, ihre Aufhebung durch Vergiftung er-

kennen. Die vorbeschriebenen Untersuchungen können uns möglicherweise einen Schritt weiter führen, indem sie uns zeigen, daß diese Dinge nicht durch eine willkürliche und unerkennbare Lebenskraft bestimmt werden, sondern durch die Bethätigung unveränderlicher Gesetze, welche gleichartig über die organische und anorganische Welt herrschen.«

Fragt man sich, ob diese Verhältnisse eine allgemeine energetische Auffassung gestatten, so wird man mit Ja antworten können. Alle Gebilde, mit denen wir derart experimentiren können, befinden sich wenigstens annähernd im Gleichgewichte, sei dies nun ein stabiles, wie bei den meisten anorganischen, oder ein stationäres, wie bei den organischen Gebilden. Ein Gleichgewicht ist aber dadurch gekennzeichnet, daß bei seiner zwangsweisen Verschiebung durch einen »Reiz« (im allgemeinsten Sinne) eine Reaction bethätigt wird, welche sich dem Zwange widersetzt oder der durch den Reiz bewirkten Veränderung entgegengerichtet ist. Auf diese wohlbekannte energetische Definition des stabilen und stationären Gleichgewichts werden denn auch im allgemeinen die beobachteten Reactionen im organischen wie anorganischen Gebiete zurückzuführen sein, über welche der Verfasser berichtet. Doch soll diese Bemerkung nicht besagen, daß damit alle beobachteten und mitgetheilten Thatsachen wissenschaftlich erledigt sind. Vielmehr laden sehr viele unter diesen Thatsachen auf das Lebhafteste zu weiterer Untersuchung ein.

W. O.

Erasmus Darwin's Temple of nature von L. Brandl. (Wiener Beiträge zur Englischen Philologie, XVI.) Wien und Leipzig, W. Braumüller 1902. Preis M. 4.50.

Der Ausflug in Aufgaben allgemeineren Interesses, als der fachphilologischen, den der Verfasser in der vorliegenden Studie versucht hat, würde als ein Zeichen des Bedürfnisses nach sachgemäßer Ausdehnung der Probleme alle Anerkennung verdienen, wenn er nur in entsprechend weiterem Geiste erfaßt und durchgeführt wäre. So aber läßt sich nicht absehen, wem eine Theilnahme an einem an sich sehr wackeren Manne abgewonnen werden soll, der es weder dazu gebracht hat, seine Zeit, noch auch seine Nachwelt in irgend erheblicher Weise zu beeinflussen.

Der Berichterstatter darf nicht beanspruchen, irgend ein fachliches Urtheil über das vorliegende Buch abzugeben. Vom Standpunkte eines für Anregung irgend welcher Art dankbaren Laien muß er gestehen, daß er nichts Fesselndes darin gefunden hat. W. O.

Gustav Theodor Fechner. Rede, zur Feier seines hundertjährigen Geburtstages gehalten von W. Wundt. 92 S. Leipzig, W. Engelmann 1901. Preis M. 2.–.

Wenn auch durch Zufall etwas verspätet, so soll doch nicht unterlassen werden, auch an dieser Stelle auf die ausgezeichnete Rede hinzuweisen, in welcher der College und in gewissem Sinne Nachfolger Fechner's dessen Art und Thätigkeit einem weiteren Kreise geschildert hat. Wer jene Rede anzuhören das Glück hatte, bedarf keiner Hervor-

hebung des ungewöhnlichen Eindruckes, den sie hervorgerufen hat. Aber auch in gedruckter Gestalt macht sie ihre Vorzüge geltend; die liebevolle und dabei vollkommen sachliche und tiefdringende Darstellung, die Lebendigkeit der Schilderung, die Tiefe und Weite der Betrachtung werden jeden fesseln, der das Büchlein zur Hand nimmt. Es ist eine so seltene Freude, einem Meister der Wissenschaft durch Vermittelung eines anderen, gleichwerthigen Meisters sich nahe gebracht zu sehen.
W. O.

Neue Theorie des Raumes und der Zeit. Die Grundbegriffe einer Metageometrie von M. Palágyi. XII und 48 S. W. Engelmann 1901. Preis M. —.80.

Der Verfasser verfolgt in diesem originalen und interessanten Schriftchen die Aufgabe, Zeit und Raum nicht als von einander unabhängige, sondern als psychologisch auf einander beziehbare Begriffe zu entwickeln. Es ist im Raume einer kurzen Anzeige nicht möglich, die Betrachtungs- und Schlußweisen, durch welche das Ziel angestrebt wird, darzulegen. Doch soll nicht unterlassen werden, auf diese Untersuchungen hinzuweisen, in denen unter allen Umständen beachtenswerthe Momente enthalten sind, selbst wenn man die Form, in der sie hier gegeben sind, als abänderungsbedürftig ansehen sollte. W. O.

Leib und Seele. Der Entwicklungsgedanke in der gegenwärtigen Philosophie. Zwei Reden von C. Stumpf. 72 S. Leipzig, J. A. Barth 1903. Preis M. 1.80.

Wenn auch die beiden Reden des Berliner Psychologen bereits vor längerer Zeit gehalten worden sind (1896 und 1899), so haben sie vermöge ihrer klaren und sachgemäßen Darlegung der behandelten Fragen auch gegenwärtig noch nichts von ihrem Interesse verloren. Dies gilt insbesondere von der ersten Rede, mit der seinerzeit der internationale Psychologencongreß in München eröffnet worden ist, und die alsbald einen sehr großen Eindruck gemacht hat. W. O.

Von der Natur der Dinge an sich von W. K. Clifford. Aus dem Englischen übersetzt und herausgegeben von H. Kleinpeter. Mit einer Einleitung des Herausgebers über Clifford's Leben und Wirken. 48 S. Leipzig, J. A. Barth 1903. Preis M. 1.20.

W. K. Clifford war ein Mathematiker, der sich im Zusammenhange mit den Aufgaben seiner Wissenschaft, und weiterhin auch unabhängig von ihnen philosophischen Studien gewidmet hat. Durch den Weg, welchen er in die Philosophie genommen hat, konnte er sich eine große Selbständigkeit und Originalität in der Auffassung der philosophischen Aufgaben wahren, und man kann dem Herausgeber dankbar sein, daß er weiteren Kreisen die Kenntnißnahme einer charakteristischen Arbeit dieses Denkers vermittelt hat. Um dem Leser eine Vorstellung davon zu geben, was er erwarten darf, sei das Schlußergebniß der Untersuchung ohne Commentar mitgetheilt: „Die Materie ist ein Gedankending, in

der Seelenstoff das vorgestellte Ding ist. Vernunft, Verstand und Wille sind Eigenschaften eines Complexes, der aus an sich weder vernünftigen, noch verständigen, noch bewußten Elementen besteht.«

Im übrigen ist die Ausgabe durch die beigegebene Lebensskizze Cliffords von Werth. Die Uebersetzung selbst kann nicht als völlig gelungen bezeichnet werden; insbesondere wirkt es störend, daß der Uebersetzer vielfach sich aus der Schwierigkeit, das rechte Wort zu finden, durch Beifügung des englischen Ausdruckes in Klammern geholfen hat. Dies wirkt im Text unangenehm und hätte, wenn nötig, in einen Anhang verwiesen werden können. W. O.

Culturprobleme der Gegenwart, herausgegeben von L. Berg. IV. Rasse und Milieu von H. Driesmans. – V. Nervosität und Cultur von W. Hellpach (Ernst Gystrow), Berlin, Johannes Räde 1902. Preis M. 4.—.

Der Berichterstatter hat in den beiden vorliegenden Bänden nichts gefunden, was ihn veranlassen könnte, ihre Kenntnißnahme den Lesern der »Annalen« zu empfehlen. W. O.

Wissenschaftliche Beilage zum fünfzehnten Jahresbericht der Philosophischen Gesellschaft an der Universität Wien. 77 S. Leipzig 1902, Commissionsverlag von J. A. Barth. Preis M. 2.–.

Der Jahresbericht enthält als einen Hauptbestandtheil die Wiedergabe einer Reihe von Vorträgen und Discussionen über die Krisis des Darwinismus, an denen sich Kassowitz, v. Wettstein, Hatschek, v. Ehrenfels, Breuer betheiligt haben, und die als weiteres Material zu der jüngst in diesen Annalen durch v. Hartmann behandelten Angelegenheit Interesse erwecken werden; v. Ehrenfels giebt dann einen Vortrag über die socialethische Bedeutung der Muße, welcher dahin gipfelt, daß die Erwerbung der Muße, d. h. der nach Verrichtung der zum Lebensunterhalte nöthigen Arbeit noch übrigbleibenden Arbeitskraft, als socialökonomisches Ziel aller Bethätigung anzusehen sei. So sympathisch dieser Gedanke beim ersten Anblick berührt, so scheint er doch die Aufgabe nicht ganz zu lösen; sonst wären ja die Zustände auf gewissen Inseln des stillen Oceans, wo die reiche Vegetation dem Menschen ohne Mühe alles zur Existenz erforderliche liefert, und ihm daher eine fast unbegrenzte Menge Muße übrig läßt, als höchstes Ideal menschlichen Lebens anzusehen.

Der letzte Abschnitt: Zur Erkenntnißtheorie der ästhetischen Kritik, enthält im Stile von Avenarius eine Anzahl zusammenfassender Thesen.

Wie man sieht, ist dieser Nachweis der Thätigkeit der Wiener philosophischen Gesellschaft nicht nur für die Mitglieder desselben von Interesse, sondern besitzt allgemeinen Werth. W. O.

Intelligenz und Anpassung.

Entwurf zu einer biologischen Darstellung der seelischen Vorgänge.[1]

Von

Dr. med. Oscar Kohnstamm

in Königstein i. Taunus.

§ 1. Erkenntnißtheoretische Einleitung.

Eine naturwissenschaftliche Untersuchung, die sich mit der Beziehung der seelischen Erscheinungen zu anderen Lebensvorgängen beschäftigt, hat zur unerläßlichen und nachgerade selbstverständlichen Voraussetzung, daß uns zunächst als Material zum Aufbau einer objectiven Welt durchaus nichts anderes gegeben ist, als Bewußtseinsinhalte, d. h. unmittelbare, aus Empfindungen und Gefühlen zusammengesetzte Erlebnisse. Alle unsere Leistungen, anfangend mit der primitivsten Orientirung im Raum und fortschreitend bis zur inhaltsreichsten wissenschaftlichen Erfahrung, bestehen darin, daß wir zwischen den Bewußtseinsinhalten, speciell den Vorstellungen, Beziehungen aufsuchen und feststellen, die von dem zufälligen und wechselnden Standpunkte der Subjecte unabhängig, also objectiv und real sind. Und zwar strebt die Naturwissenschaft danach, diejenigen mathematischen Functionen unserer Vorstellungen aufzudecken, deren Zusammenhänge durch möglichst einfache und möglichst umfassende Gesetze dargestellt werden können. Wir erkennen in diesem Streben das biologische Princip des geringsten Kraftaufwandes zur Erfüllung der größtmöglichen Leistung oder, wie Avenarius und Mach sich ausdrücken, das Gesetz der wissenschaftlichen Oekonomie. Es geht dies Gesetz darauf hinaus, in möglichst kurzen Sätzen und Begriffen möglichst vieles auszusagen, aus geringsten Anzeigen

[1] Nach einem Vortrag, der am 7. Februar 1903 vor der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft zu Frankfurt gehalten wurde.

möglichst vieles vorauszusagen und, wenn es nicht anders geht, Unbekanntes verschiedener Ordnung auf ein Unbekanntes allgemeiner Art zurückzuführen. — In diesem Sinne ist die von Robert Mayer inaugurirte und von Ostwald mit liebevoller Begeisterung verkündete energetische Weltanschauung eine hervorragende That wissenschaftlicher Oekonomie.

Wir haben uns gewöhnt, zum Aufbau der objectiven Welt mit Vorliebe außer den optischen Vorstellungen das Sinnesgebiet der Muskel- oder Bewegungsvorstellungen zu verwenden, die ich nach dem Vorgang englischer Autoren als kinästhetische Vorstellungen zusammenfasse.

An und für sich wäre ein Weltbild denkbar, das sich vorwiegend aus akustischen, Geruchs- und Geschmacksqualitäten zusammensetzte. Doch ist es offenbar vortheilhafter und ökonomischer gewesen, als das Reale κατ' ἐξοχὴν dasjenige aufzufassen, was dem Muskeldruck Widerstand entgegensetzt und im Allgemeinen von ihm nicht durchdrungen wird, sondern umgangen, umfaßt werden muß. Daher bilden die kinästhetischen Vorstellungen die wesentlichsten Bausteine der realen Welt. Unter diesen ist es wieder die Wellenbewegung, die sich als hervorragend brauchbar erwiesen hat, um bei Beschreibung der verschiedenartigsten Naturvorgänge als gemeinsamer Factor zu dienen. So erklärt man z. B. die blaue Spectralfarbe als einen Schwingungsvorgang von kurzer Wellenlänge und vergißt häufig dabei, daß die letztere kinästhetische Vorstellung gar nicht in höherem Grade „Ding an sich" ist, als die optische, sondern nur ein — unendlich werthvoller — begrifflicher Tauschwerth, etwa so wie der Wechsel im Güterverkehr. Die Netzhaut des Auges mit dem zugehörigen centralen Nervenapparat verwandelt einen Vorgang, von dem wir, solange wir ihn nicht sehen, nur eine kinästhetische Vorstellung besitzen, in einen Nervenproceß, der zu einer optischen Empfindung führt. Die kinästhetische Vorstellung ist in eine optische übergeführt. Was ist das anderes, als wenn ein künstlicher Sinnesapparat, der Hertz'sche Resonator, elektrische Schwingungen in sichtbare oder das Telephon elektro-magnetische Schwankungen in hörbare Schwingungen umsetzt! Aus diesen Schwingungen entstehen im Subject wieder Zustandsänderungen, d. h. Empfindungen, die zu jenen in eben solchem gesetzmäßigen Verhältniß stehen, wie es unter den physikalischen Modalitäten besteht. Wenn wir eine passive Bewegung unseres Kniegelenkes gleichzeitig unmittelbar fühlen und mit unserem Auge beobachten, so handelt es sich um

zwei principiell gleichartige Erscheinungsreihen, obgleich sich im zweiten Falle Lichtschwingungen dazwischen schieben und eine „äußere Wahrnehmung" vorliegt, während, wenn wir den ersten Fall zergliedern, eine „innere Beobachtung" vorzuliegen scheint. Wenn wir, dank den Leistungen der Physik, mit gutem Erfolg für unser Naturverständniß annehmen dürfen, daß eine Blauempfindung durch einen kurzwelligen Bewegungsvorgang veranlaßt wird, der unsere Netzhaut trifft, so berechtigen uns die Erwerbungen der medicinischen Wissenschaften ebenso, als einhergehend mit dieser Empfindung eine Erregung derjenigen Theile der Großhirnrinde anzunehmen, in welche die Sehstrahlung einmündet. Es ist also berechtigt, aus den unmittelbaren Erlebnissen des Bewußtseins unter Benutzung der wissenschaftlichen Erfahrung und Tradition ein Bild des sogenannten materiellen Geschehens zu entwickeln, einerlei, ob dasselbe außerhalb oder innerhalb unseres Körpers vor sich geht. Das unbezweifelte Princip, daß mit jedem seelischen Erlebniß ein körperliches Geschehen einher gehe, hat man — für meinen Geschmack zu volltönend — als die Lehre vom psycho-physischen Parallelismus bezeichnet, obgleich Fechner, der verdienstvolle Erfinder dieses Wortes, etwas Weiteres und Synthetischeres damit meinte: nämlich, daß mit jedem materiellen Geschehen ein Psychisches verbunden sei. —

Wir dürfen, die nothwendige Vorsicht vorausgesetzt, aus psychischen Erlebnissen auf Erregungsvorgänge im Nervensystem schließen, z. B. daß bei lautem Lesen ein Zusammenarbeiten der Seh- und Bewegungscentren der Großhirnrinde stattfinde. Wir dürfen aber auch umgekehrt erwarten, daß eine ursprünglich physiologisch-anatomisch erkannte Thatsachenreihe an Erkentnißwerth gewinnt, wenn wir uns ihre Intensivität so gesteigert denken, daß wir sie in unserem Bewußtsein unmittelbar miterleben können. Damit meine ich Folgendes: Wir beobachten z. B., daß die Einführung von Fleisch in das Maul eines Hundes durch Benutzung gewisser Reflexwege zur Absonderung von Magensaft führt. Dann wird die Beobachtung an Reichthum gewinnen, wenn wir uns an die Stelle des Hundes gesetzt und den Vorgang als von solcher Lebhaftigkeit denken, daß wir das Gefühl des Appetits in uns wahrnehmen. Ich nenne diese Methode oder besser diesen Kunstgriff die psychologische Transponirung, das oben beschriebene Gegentheil die physiologische Transponirung, durch die an Stelle eines psychischen Geschehens ein cerebrales gesetzt wird.—

Es ist mir nicht möglich, zwischen den unbewußten Erregungsvorgängen und denen, die sich mit Bewußtsein verbinden, einen anderen als einen gewissen Intensitätsunterschied zu finden, wie er auch zwischen den Farbenempfindungen bei einer Titrirung besteht, einmal, so lange der Farbenumschlag noch untermerklich, und dann wenn er übermerklich ist. Trotzdem stoßen wir in allen theoretischen und praktischen Disciplinen, in denen Bewußtseinsvorgänge eine Rolle spielen, auf eine Unklarheit, eine Zwiespältigkeit der Darstellung, die recht sehr der Kirchhoff'schen Tendenz widerspricht, welche ebenso für alle anderen Wissenschaften wie für die Mechanik gelten sollte: die in der Natur vor sich gehenden Vorgänge[1] vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben. In diesen Disciplinen gähnt uns jeden Augenblick die psycho-physische Kluft entgegen, in Gestalt jener sensationellen Streitereien, ob die Bienen nur Reflexmaschinen seien, oder ob sie auch Intelligenz besitzen, ob es eine Rückenmarkseele gebe, ob die Hirnstammganglien „Vorstellungen niederer Ordnung" produciren, welche Rolle die freie Willensbestimmung in der Criminalistik zu spielen habe u. a. m. Ich habe mir die Aufgabe gesetzt, die Möglichkeit einer einheitlichen Darstellung dieses Gebietes anzubahnen und glaube, daß man auf dem oben betretenen erkenntnißtheoretischen Wege zu diesem Ziele gelangen könnte.

Ich will aber diesen mir selbst und anderen ungewohnten Pfad nicht weiter gehen, sondern, der üblichen naturwissenschaftlichen Methode folgend, die psychischen Werthe gewissermaßen mathematisch eliminieren, aber so, daß sie jeden Augenblick ohne Schwierigkeit wieder eingesetzt werden können, so lange man sie braucht. — Für diesen schwierigen Versuch erbitte ich die Nachsicht meiner Leser, daß ich das nonum prematur in annum nicht abgewartet habe, sondern den Zwang zur druckfertigen Klarheit nicht länger entbehren mochte. Noch für ein anderes erbitte ich Nachsicht. Ich habe mich nicht gescheut, Dinge vorzubringen, die naturwissenschaftliche Fachgelehrte für unwissenschaftlich erklären werden, besonders aus dem so wichtigen Lebensgebiet des ästhetischen Empfindens. Doch traue ich diesem zu, daß es der Methode der physiologischen Transponirung reichlichen Erkenntnißgewinn zu eröffnen vermag, welcher der Amöbenphysiologie ewig verschlossen bleibt.

---

[1] Kirchhoff sagt statt Vorgänge Bewegungen.

§ 2. Erregungskette, Aequivalenzwerth, Remanenz.

Mit Ausnahme der descriptiven Anatomie beschäftigt sich die gesammte Biologie mit der Untersuchung, wie ein Organismus oder seine Theile auf äußere Anstöße reagiren. Sie sucht die Beziehungen zwischen Reiz und Reizbeantwortung zu ergründen. Die Reihe von Lebensvorgängen, die mit der Reizaufnahme durch die „receptorische"[1] Fläche des Organismus beginnt und mit der „effectorischen"[1] Reizbeantwortung endigt, nennen wir vitale Reaction oder Erregungskette. Die Reizbeantwortung, das effectorische oder, wenn ein Nervensystem mitwirkt, das innervatorische Endglied der Erregungskette ist nicht immer motorisch im eigenen Sinne. Es kann sich auch in Drüsenabsonderung, in Erzeugung elektrischer Potentialdifferenzen, im Leuchten des Johanniswurms bethätigen. Auch ist die innervatorische Arbeit nicht das einzige energetische Endglied der Erregungskette; es kommen, wie bald gezeigt werden soll, als weitere energetische Endglieder die Remanenzarbeit und Aequivalenzarbeit in Betracht. — Beer, Bethe, v. Uexküll nennen die durch Nervensysteme vermittelten Erregungsketten der Metazoen Antikinesen, unter denen sie die immer gleich bleibenden Reflexe von den modificirbaren Antiklisen abtrennen. Nun können wir an dem bestbekannten Object, dem Menschen, leicht constatiren, daß selbst die primitivsten und scheinbar ganz stereotypen Reflexe, wie der Patellarsehnenreflex, der nicht einmal durch Veränderung der Auslösungsstelle modificirt werden kann, also kein „objectives Localzeichen" besitzt (vergl. § 5, S. 45), wesentlicher Modificationen fähig ist. Es variirt nämlich, je nachdem psychische oder andersartige Erregungen das Nervensystem durchziehen, oder wenn die Erregbarkeit seines Centrums durch schnell wiederholte Auslösungen gesteigert ist. Man darf darnach annehmen, daß es nicht modificirbare Reflexe überhaupt nicht giebt, sondern nur einen gradweisen Unterschied der Modificirbarkeit und daß das Wort Antiklise überflüssig ist.

Wenn ein Reflex durch vorausgegangene Erregungsketten modificirt werden kann, so muß von diesen etwas zurückgeblieben sein, was eben das System derart veränderte, daß die folgende Erregungskette modificirt abläuft. Um diese Zustandsänderung zu Stande zu bringen, mußte die vorausgegangene Erregungskette eine

---

[1] Objectivirende Nomenclatur von Beer, Bethe, v. Uexküll. Centralbl. f. Physiologie. Bd. 13, 6, 1899.

Arbeit geleistet haben, die ich Remanenzarbeit nenne und auf der auch die Leistungen des Gedächtnisses beruhen. — Ferner ist es unbezweifelt, daß in denjenigen Erregungsketten, die zu Bewußtseinsphänomenen, z. B. zu Empfindungen führen, eine Gruppe von Gliedern anders, und zwar hochwerthiger gestaltet sein muß, als wenn das Bewußtseinsphänomen wegbleibt. So giebt es für jeden Menschen einen Grenzwerth der Speisemenge, die eben noch verdaut werden kann, ohne daß von dem Verdauungsact Kunde zum Bewußtsein kommt. Um den betreffenden Gliedern der Erregungskette denjenigen Werth zu geben, bei der Bewußtseinsphänomene von steigender Intensität auftreten, ist ebenfalls Arbeit erforderlich, die wir gleich näher als Aequivalenzarbeit kennen lernen werden. —

Wir finden also dreierlei Hauptgruppen von energetischen Endgliedern der Erregungsketten, die innervatorische Arbeit, die Remanenz- und die Aequivalenzarbeit. Nur solche Erregungsketten, in denen die beiden letzten Formen energetischer Endglieder ganz oder fast ganz verschwinden, sollte man als Reflex bezeichnen. Die übrigen Erregungsketten stellen sich als ein Baum von Erregungsgliedern dar, die von der Anfangsstelle aus wie die Strahlen einer Wellenkugel, oder besser, wie ein System von Zweigen und Aesten in das Nervensystem eindringen. —

Wir müssen uns nun eingehender mit dem Hauptproblem beschäftigen, ob diejenigen Erregungsketten, in deren Verlauf es zu Bewußtseinsphänomenen kommt, bestimmte Eigenschaften besitzen, welche das Auftreten der Bewußtseinsphänomene eindeutig bedingen. Wird diese Frage bejaht, so müßte aus einer vollständigen Beschreibung der Erregungskette, falls sie möglich ist, abgelesen werden können, ob und welches Bewußtseinsphänomen eingetreten ist. Es fragt sich mit anderen Worten, ob die Intensität der Empfindung oder des Bewußtseinselementes mit der Stärke des Reizes und der physiologischen Erregungswerte continuirlich wächst. —

Wir wissen, daß die Stärke einer Sinnesempfindung, die wir als Typus eines Bewußtseinselementes betrachten wollen, in gesetzmäßiger Abhängigkeit von der Reizintensität steht. Auf der Gesetzmäßigkeit dieser Beziehung beruht die Möglichkeit eines zuverlässigen Weltbildes, jeder naturwissenschaftlichen Beobachtung und Vergleichung, jeder Orientirung in dem System, zu dem unser Körper gehört. Für diese Beziehung müssen sich algebraische Ausdrücke finden lassen, die wenigstens für gewisse Intensitäts-

intervalle, für die einzelnen Qualitäten und Sinnesgebiete stricte Gültigkeit haben müssen. Thatsächlich ist in dem Weber-Fechner'schen Gesetz eine psycho-physische Maßformel gefunden, die für alle Sinnesgebiete in einer für unsere Betrachtung hinreichenden Annäherung zutrifft. Darnach verhalten sich die Stärken der Empfindungen ungefähr, wie die Logarithmen der Reizstärken. Wenn ein Lichtstrahl wahrgenommen wird, so pflanzt sich eine Nervenerregung längs der Sehnerven zum Gehirn fort, in dessen subcorticalen Ganglien sie sich auf zwei Wege vertheilt, einen tectalen Reflexweg zum vorderen Vierhügel, auf dem innervatorische Energie frei gemacht, aber beim Menschen kein Bewußtseinsphänomen veranlaßt wird, und einen zur Großhirnrinde des Hinterhauptlappens, in dem es bei genügender Stärke der Erregung zur Entstehung einer Lichtempfindung kommt. Wird nämlich eine Sehstrahlung innerhalb des Großhirns zerstört, so kommt es zur Blindheit derjenigen beiden Netzhauthälften, die der zerstörten Sehstrahlung gleichseitig sind. Der Reflexweg über den vorderen Vierhügel functionirt dabei weiter.[1]

Die zur Großhirnrinde führende Erregungskette muß also Glieder besitzen, die bei hinreichend großem Erregungswert zu bewußter Lichtempfindung Veranlassung geben. Nehmen wir nun an, der Erregungswert dieser Glieder sei feststellbar, und zwar im Energiemaß, so können wir von der Summe der Erregungswerte bezw. ihrem Integral aussagen, daß sie einerseits zur Reizstärke, andererseits zur Empfindungsstärke in ganz bestimmtem Verhältniß stehen müssen. Dann ist es aber auch möglich, jenen Integralwert derart umzuformen, daß eine von ihm abgeleitete mathematische Function der Empfindungsstärke direkt proportional ist und dabei die Dimension als Energiemenge behält. Diejenigen Glieder der Erregungskette, von deren Erregungswerth diese Function abgeleitet werden kann, die dem Bewußtseinselement direkt proportional ist, bilden den psycho-physischen Erregungscomplex oder das psycho-physische Aequivalent; die eben definirte mathematische Function ihrer Erregungswerte ist der psycho-physische Aequivalenzwerth oder die Aequivalenzarbeit. Nach der Definition sind die Aequivalenzwerthe den zugehörigen Intensitäten von Bewußtseinselementen direkt proportional und umgekehrt kann für ein in der Selbst-

[1] Hemianopische Pupillenreaction Wernicke's!

beobachtung auftretendes Bewußtseinselement in die zugehörige Erregungskette ein an Stärke proportionaler Aequivalenzwerth, z. B. einer Farbenempfindung, eingesetzt werden. Es ist weiterhin zweckmässig, den Nullpunkt der psychischen Intensität nicht dem Nullwerth des Aequivalentes, sondern einem gewissen positiven Aequivalenzwerth zuzuordnen. Dieser positive Aequivalenzwerth, dem eine Empfindungsstärke gleich Null entspricht, ist die psycho-physische Aequivalenzschwelle. Es giebt alsdann überschwellige und unterschwellige Aequivalenzwerthe. Dem weiten Reiche der letzteren sind die viel und mit Recht angefeindeten unbewußten und unterbewußten Vorstellungen zugehörig.

Ich sehe mit Ruhe dem unvermeidlichen Einwand entgegen, daß dies alles nur Worte sind. Es sollen auch nur Definitionen sein, aber solche, die es ermöglichen, das gesammte psychophysische Gebiet in den Bereich einer einheitlichen biologischen und vielleicht auch energetischen Darstellung einzubeziehen. Es wird durch eine solche eine Continuität in der Betrachtung hergestellt werden, deren Fehler wenigstens naturwissenschaftlich und philosophisch denkenden Köpfen sehr peinlich war. — Eine normale Peristaltik verläuft ohne Empfindung; bei einer gewissen pathologischen Steigerung entsteht ein sich allmählich bis zum Kolikschmerz steigendes unangenehmes Gefühl. Hier ist nach unserer Auffassung nichts qualitativ Neues in die Erregungskette eingetreten, sondern dem bisherigen Maß des Energiewandels wurde soviel zugefügt, daß der unterschwellige Aequivalenzwerth überschwellig wurde. Es ist für die energetische Betrachtung zunächst gleichgültig, ob man hier eine Inanspruchnahme von weiteren Bahnen, von Großhirnverbindungen (vergl. § 7) annimmt, oder ob man auch subcorticalen Erregungsketten die Möglichkeit überschwelliger Aequivalenzwerthe zuschreibt. Diese Alternative ist um so weniger dringlich, als wir berechtigt sind, von jedem Paar von Punkten des Nervensystems zu behaupten, daß sie unter Ueberwindung größerer oder geringerer Widerstände sich in Verbindung setzen können. Von dieser Regel scheinen einzig die peripher-motorischen Nerven ausgenommen zu sein, die nur absteigenden Erregungen zugänglich sind. Durch die Ersetzung der psychischen Intensitäten, durch die ihnen proportionalen physiologischen Aequivalenzwerthe scheint es also möglich

zu sein, die ersteren aus allen biologischen Betrachtungen, aus allen Untersuchungen der Erregungsketten, d. h. aus der gesammten Physiologie des Nervensystems zu eliminiren. Es muß im Gegensatz zu du Bois-Reymond behauptet werden, daß in der vollständigen Beschreibung einer Erregungskette auch enthalten sein muß, ob und wie große Aequivalenzwerthe in demselben figuriren. Dementsprechend halten wir es für gar nicht ausgeschlossen, wenn auch nicht für gerade wahrscheinlich, daß einmal ein physikalisches Reagens auf überschwellige Aequivalenzwerthe gefunden werden könnte, sei es nun in der Art des elektrischen Actionsstromes oder des Hertz'schen Resonators. Wir wollen gleich hier auf die wesentliche Tendenz unserer Betrachtungsweise, deren Nützlichkeit sich hoffentlich mit jedem weiteren Schritt einleuchtender zeigen wird, ausdrücklich hinweisen, daß zwischen Erregungsketten verschiedener Complication ohne und mit Bewußtseinsphänomenen keine qualitativen, sondern nur quantitative Unterschiede bestehen, daß ihnen Remanenz, Intelligenz, Association, vielleicht auch Aequivalenzwerthe allgemein, wenn auch in wechselndem Grade, zukommen.

Wie verhält sich nun das Bewußtseinsphänomen seinem Wesen nach zum Aequivalenzwerth? Aus dem Abhängigkeitsverhältniß beider folgt noch keine Wesensgleichheit, so wenig wie in einer Fiebercurve die Ordinate: Temperatur mit der Abscissenzeit wesensgleich ist. Meine provisorische, im Sinne der früheren Ausführungen erkenntnißtheoretische Formulirung ist allerdings die folgende: Wenn die zu einer Blauempfindung führenden Nervenerregungen oder Nervenschwingungen sich in die qualificirte oder specifische Empfindung umwandeln, so wandelt sich eine Vorstellung kinästhetischen Inhalts ohne Aequivalenzwerth in eine optische mit überschwelligem Aequivatenzwerth um unter Verbrauch der in der Aequivalenzarbeit enthaltenen Energiemenge. Doch kann ich nicht behaupten, daß mich die Formel ganz befriedige, und finde nur darin einige Beruhigung, daß diese Unklarheit auf den Gang unserer Betrachtung gar keinen Einfluß hat.

Kehren wir also zurück auf den Boden thatsächlicher Feststellungen! Zu den Functionen des Bewußtseins rechnet man fast allgemein das Gedächniß und pflegt daraus, daß ein Vorgang im Gedächtniß haftet, zu schließen, daß er bewußt wahrgenommen worden ist. Wenn ein Vorgang als im Gedächtniß haftend bezeichnet wird, so kann dies nicht anders definirt

werden, als daß künftige Wahrnehmungen oder bewußte Reaktionen oder daß künftige Erregungsketten mit überschwelligem Aequivalenzwerth durch vorausgegangene Erregungsketten, mit denen sie ein oder mehrere Glieder gemeinsam haben, modificirt werden. Um die hierzu erforderliche Zustandsänderung des Nervensystems zu vollbringen, hat die vorausgegangene Erregungskette Arbeit leisten müssen, die Remanenzarbeit. Remanenzarbeit wird aber auch in vielen, ja vielleicht in allen Erregungsketten geleistet, die ohne Bewußtseinsphänomene, also ohne oder nur mit unterschwelligen Aequivalenzwerthen verlaufen. Wenn der Ablauf einer Erregungskette dadurch erleichtert wird, daß eine gleichartige Erregungskette vorausgegangen ist, so bezeichnet man diesen Vorgang nach Exner als Bahnung. Um die Bahnung herzustellen, wird Remanenzarbeit geleistet. Bahnung kommt, wie oben bemerkt, schon bei dem Patellarsehnenreflex in Betracht. Wenn sich der Verdauungsmechanismus an eine ungewohnte Nahrung gewöhnt, wird in den entsprechenden Reflexwegen Remanenzarbeit geleistet, ebenso bei jeder anderen Gewöhnung an neue Lebensbedingungen. Weitere Beispiele für Remanenz ohne Gedächtniß bildet die sich jedesmal steigernde nervöse Erregbarkeit durch den römischen Scirocco, die Empfänglichkeit für Erkältungen u. a. m. Leistungen der Remanenz sind nicht einmal an das Vorhandensein eines Nervensystems gebunden, sie sind eine allgemeine Eigenschaft der lebenden Substanz, z. B. zeigt der durch Curarin entnervte Muskel eine bei wiederholter Reizung auftretende Steigerung seiner Erregbarkeit, die sogenannte Treppe. Auch in der unbelebten Natur lassen sich Anordnungen ersinnen, durch welche Remanenz nachgeahmt wird: „Nimmt man zwei gleiche Proben verdünnter Salpetersäure und löst in der einen etwas metallisches Kupfer auf, so wird die Probe dadurch die Fähigkeit erlangen, ein zweites Stück desselben Metalls viel schneller aufzulösen, als die andere, unverändert gebliebene. . . . Die „Gewöhnung" entsteht . . . hier durch die Bildung eines katalytischen Beschleunigers während der Reaction." (Ostwald.)[1] —

Am deutlichsten tritt die Unabhängigkeit der Remanenzarbeit von der Bewußtseinsthätigkeit, der Aequivalenzarbeit, zu Tage, wenn bei Bewegungseinübungen schwierige Gleichgewichtsprobleme zu bewältigen sind. Die Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes unter den besonderen Verhältnissen der zu erlernenden Motilitäts-

[1] Vorlesungen über Naturphilosophie. Leipzig 1902, S. 369.

leistung wird fast stets und ganz im Unbewußten eingeübt und eingeprägt. —

Ganz neuartige Nervenwege müssen eingeschlagen werden und werden thatsächlich ohne Bewußtsein eingeübt, wenn nach gewaltsamen Schädigungen die Bewegungsaufgaben nur durch frisch zu erwerbende functionelle Verknüpfungen erfolgen können, handle es sich nun um eine operative Sehnenüberpflanzung, bei der die Sehne eines gesunden Muskels an die Angriffsstelle eines gelähmten eingepflanzt wird, oder um Zerreissung centraler Nervenbahnen bei Schlaganfällen und dergl., oder schließlich um experimentelle Läsionen des Nervensystems von Thieren. Alle diese functionellen Restitutionen sind das Werk der Remanenzarbeit unbewußt fungirender Mechanismen. — Als Prototyp eines funktionellen Ersatzes, bei dem aber Remanenzarbeit nicht mitspielt, betrachte ich das von W. T. Porter entdeckte Phrenicusphänomen.[1]

Das im Kopfmark gelegene Athmungscentrum jeder Seite entsendet ungekreuzte Fasern zu dem ungefähr im fünften Cervicalsegment gelegenen Kern der Zwerchfellnerven (nerv. phrenicus). Nur im Niveau dieses Kernes besteht eine Verbindung zwischen der bulbo-spinalen Athmungsbahn und dem Phrenicuskern der anderen Seite. Diese Verbindung besteht aber wahrscheinlich nur aus wenigen Collateralen von so geringem Gesammtleitungsvermögen, daß nach halbseitiger Rückenmarksdurchschneidung oberhalb des Phrenicuskernes die Athmung auf der operirten Seite ganz oder fast ganz stillsteht, also eine hinreichende Innervation von der gekreuzten Seite her nicht eintritt. Wird nun der Zwerchfellnerv der bisher gesunden Seite ebenfalls durchschnitten, so beginnt sofort — ohne dazwischen tretende Athemnoth — eine normale Athmung auf der Seite der Rückenmarksdurchschneidung. Jene spärlichen Collateralen vermitteln also auf einmal eine vollkommene Innervation des vorher gelähmten Phrenicuskernes, sobald nämlich dem Neuron, zu dem sie gehören, die normale Function nicht mehr möglich ist. — Es giebt für diesen fundamentalen Fall keine andere Deutung als diese: Infolge der Durchschneidung des Phrenicusneurons kann sich auch das bulbospinale Neuron nicht mehr gehörig entladen und es tritt in Folge dessen ein erheblicher Theil seiner innervatorischen Energie auf

[1] The path. of respiratory impulse. Journ. of Physiology, XVII, 6, und Verf. Zur Anatomie etc. Physiologie des Phrenicuskerns. Fortschr. d. Medicin, XVI, 17.

einen Seitenweg über, der vorher wegen relativ großen Widerstandes vermieden worden war. Wäre der Widerstand noch größer, als er in diesem Falle ist, so könnte innervatorische Energie sich überhaupt nicht entladen, sondern sie würde zunächst zu Remanenzarbeit verbraucht werden, bis ein gewisser Grad von Leitungsfähigkeit an den Neuronübergängen die innervatorische Entladung gestattet.

Ich brauche wohl nicht näher auszuführen, daß der Ort der Remanenzarbeit nicht die Nervenfasern, sondern nur die Neuronübergänge darstellen können. Auf diese Weise wird die Möglichkeit der Bahnung, wie z. B. bei der Sehnenüberpflanzung ein motorischer Nervenkern mit relativen fremden centralen Bahnen in functionelle Beziehung tritt, dem energetischen Verständniß näher gebracht. Ueber die Art und Weise des Zustandekommens der neuen Beziehung wird noch ausführlich zu reden sein (§ 6). Hier aber hoffe ich gezeigt zu haben, daß es eine allgemeine Species: Remanenzarbeit giebt, für welche die Bewußtseinsqualität bezw. die überschwelligen Aequivalenzwerthe durchaus nicht unerläßliche Begleiter sind.[1]

Es soll aber nicht bestritten werden, daß bewußt gewesene Erlebnisse besser reproducirt werden, als nicht bewußt gewesene Erregungsglieder, so daß man schließen darf: Im Allgemeinen werden nur solche Erregungsketten im Bewußtsein reproducirt. welche mit hohen Aequivalenzwerthen verbunden waren oder hohe Werthe von Remanenzarbeit werden nur geleistet, wenn gleichzeitig hohe Aequivalenzwerthe producirt werden. Unrichtig ist aber die Ausschließlichkeit der Ostwaldschen Formulirung (a. a. O. S. 408): „daß nur solche Erlebnisse reproducirt werden, welche vorher einen Bestandtheil des Bewußtseins gebildet haben.“ Wie oft geschieht es, und um so öfter je „zerstreuter“ der Beobachter ist, daß Herr A. Frau B. gesehen hat, zunächst sich aber nicht erinnern kann, ob sie ein blaues oder rothes Kleid getragen hat. Das fällt Herrn A. erst bei längerem

[1] Ein sensuelles Seitenstück zu dem Porter'schen Phänomen wurde von Schrader beobachtet (Ueber die Stellung des Großhirns im Reflexmechanismus des Centralnervensystems der Wirbelthiere. Arch. f. experm. Pathol. u. Pharmakologie. Bd. 89, 1892). Die Vögel, bei denen totale Opticuskreuzung besteht, werden nach Exstirpation der linken Hirnhemisphäre auf dem rechten Auge total blind bei erhaltenem Pupillarreflex. Exstirpirt man nun auch das linke Auge, so wird das rechte Auge wieder vollkommen sehend. Es setzt sich also in functionelle Verbindung mit der gleichseitigen Hirnhemisphäre.

Nachdenken oder auf Suggestivfragen hin ein, wobei es denn zu einer sinnlich lebhaften Erinnerung kommen kann. Dies Beispiel führt uns zugleich auf ein wenig beachtetes, aber wichtiges Faktum: Es kann ein qualificirter, „specifischer“, z. B. ein Farbeneindruck stattfinden, ohne Bewußtsein, ohne überschwelligen Aequivalenzwerth. Hingegen producirt eine solche Erregungskette einen Remanenzwerth, vermöge dessen qualificirte, d. h. specifisch gefärbte Aequivalenzwerthe reproducirt werden können. Meistens sind allerdings die specifischen Färbungen der Erinnerungsbilder sehr schwach oder fehlen ganz. Die kinästhetische Qualität überwiegt bei weitem. Obgleich man jener Erregungskette einen unterschwelligen Aequivalenzwerth wird zuschreiben dürfen, giebt es also immerhin specifische Sinneseindrücke ohne specifische Empfindungen. Die Entstehung der specifischen Sinnesfärbung ist nicht identisch mit dem Proceß der Bewußtwerdung, der überschwelligen Aequivalenzarbeit.

Diese Thatsache scheint eher vereinbar mit der ursprünglichen Johannes Müller'schen Fassung der Lehre von den specifischen Sinnesenergieen, als mit derjenigen von Helmholtz, gegen die neuerdings auch E. Hering aufgetreten ist. Johannes Müller lehrte, fest auf bis heute gültige Thatsachen fußend, daß die Endapparate der Sinnesnerven sowohl inadäquate als adäquate Reize in Nervenschwingungen verwandelten, eine Lehre, deren einfachste und wahrscheinlichste Weiterführung – auch wohl im Sinne von Hering – ungefähr so lauten würde: Die Schwingungsform in jedem Sinnesnerven ist verschieden und steht in gewissen, gesetzmäßigen Beziehungen zu der für den Endapparat adäquaten physikalischen Schwingungsform. Das percipirende Nervenelement, beim Menschen die Sinnessphären der Großhirnrinde, verwandeln die verschiedenartigen Nervenschwingungsformen in die entsprechenden Aequivalenz- und Remanenzwerthe. So könnte ein Blaureiz in derselben Nervenbahn zum Großhirn gelangen, wie vorher ein Rothreiz und von denselben Rindenelementen zu Aequivalenz- und Remanenzwerthen von Blau umgeformt werden, in denen vorher ein Rothreiz entsprechend verarbeitet wurde. Wäre es möglich, die Sehstrahlung in die Hörsphäre zu transplantiren, so könnte es auch in dieser zu optischen Erregungen kommen.

Anders bei Helmholtz. Dieser nimmt an, daß in jedem Sinnesnerven dieselbe Schwingungsform fließt, von der nur die

Intensität, die Amplitude, variabel ist und daß eine Blaufaser mit einem Rindenelement verknüpft ist, das nur Blauempfindungen producirt, während andere Rindenelemente nur Rothempfindungen produciren und so fort. Diese Annahme verlangt eine strenge Isolirung der Leitung, für die keine anatomischen Anzeichen sprechen. Speciell habe ich in eigenen Untersuchungen die Neuronketten der Hautsinne für deren Endorgane die Specificität der Wärme-Kältenerven u. s. w. durch Goldscheider, Blix, v. Frey am sichersten erwiesen ist, so vielfach unterbrochen gefunden, daß ich mir eine feste Verbindung zwischen peripherischem Endorgan und Rindenelement nicht denken kann. An jeder Neuronunterbrechung findet das Gegentheil einer Isolirung, eine Zerspaltung der Leitungsbahnen, statt, so auch im äußeren Kniehöcker, der Endstätte der primären Opticusneurone.

Da weiterhin Wärme- und Kältereize, also auch die in Wärme- und Kältenerven ablaufenden Schwingungen die subcorticalen Reflexcentren zu verschiedenartigen Reflexen erregen, so müßte man auch in diesen Centren bestimmte Zellen von verschiedener specifischer Energie, aber ohne die Möglichkeit, Aequivalenzarbeit zu leisten, annehmen, wenn der Nervenschwingung selbst keine specifischen Eigenschaften zukämen. Auch das ist in hohem Grade unwahrscheinlich, zumal jeder Grund fehlt, der Nervenfaser neben der Variabilität der Amplitude nicht auch eine Variabilität der Schwingungszahl und Schwingungsform zukommen zu lassen. Allerdings kommt die Fähigkeit, überschwellige Aequivalenzarbeit zu leisten, gewissen Nervencentren bestimmt nicht zu, z. B. den Endstätten des Sehnerven im vorderen Vierhügel des Menschen, die nach Zerstörung der cerebralen Sehstrahlung den Eintritt hemianopischer Blindheit nicht verhindern können, oder dem Kleinhirn des Menschen, das viele Fasern der Temperatur- und Schmerzbahn, des tractus antero-lateralis ascendens aufnimmt, ohne bei noch so schwerer Erkrankung zu Ausfallserscheinungen dieser Sinne Veranlassung zu geben. Offenbar besorgen diese subcorticalen Organe nur innervatorische Arbeit: Reflexe auf die von den specifischen Reizen angeregten Erregungsketten.

Nachdem wir uns so ausführlich mit der Bahnung beschäftigt haben, hat auch der Zwillingsbegriff, die Hemmung, Anspruch auf eine Betrachtung vom energetischen Standpunkt. Ein Hund, dessen Dorsalmark durchschnitten ist, zeigt, vom Boden emporgehoben und frei in der Luft gehalten, alternirende gangartige

Bewegungen der Hinterbeine, die erlöschen, sobald man ihn in den Schwanz zwickt. Der letztere Reiz hat den ersteren Reflex gehemmt. Die um die Hemmungsfrage hochverdiente Goltz'sche Schule, aus der dieser Versuch hervorgegangen ist, erklärt den Vorgang so, daß von der Eintrittsstelle des hemmenden Reizes Hemmungsfasern zu dem Centrum des gehemmten Reflexes verliefen und dort eine Art von Interferenz zweier Erregungen veranlaßten. Weniger präjudicirend scheint mir die energetische Formulirung: Der energetische Werth der Glieder einer Erregungskette wird durch irgend eine anderweitige im Nervensysteme neu auftretende Erregungskette **im Allgemeinen** herabgesetzt. Ein Specialfall ist das Princip der sogenannten Enge des Bewußtseins, nach welchem nur eine sehr geringe Zahl von Vorstellungen gleichzeitig in den „Blickpunkt des Bewußtseins" tritt, und zum Gegenstand der Aufmerksamkeit wird, d.h. nur eine geringe Zahl von Erregungsgliedern gleichzeitig überschwellige Aequivalenzwerthe erhalten kann. Wenn seelische Erregung einen Schmerz lindert, so findet wahrscheinlich eine quantitative Herabsetzung des Erregungswerthes in dem schmerzenden sensiblen Endkern statt und ähnlich erklärt sich die Besserung organischer Krankheitserscheinungen, wie Husten und katarrhalische Secretion durch psychische Ablenkung, was ich oft an mir auf's deutlichste beobachte.[1] (Vergl. auch § 7, S. 58.)

Man sieht, es ist eine Hauptabsicht dieser Abhandlung, die Erregungskette mit überschwelligem Aequivalenzwerth als eine nur quantitative Steigerung anderer Erregungsketten, d. h. im Grunde als wesensgleich hinzustellen. Der wesentliche Charakter jener „bewußten" Erregungsketten ist kein besonderer, er enthält kein qualitativ neues Element. Die cerebralen Erregungsketten, die den Traum bedingen, besitzen nur unterschwellige Aequi-

---

[1] Vergl. meinen Vortrag: Der Reflexweg der Erkältung und der Temperaturreize überhaupt. Deutsche medic. Wochenschr. 1903, 16. Die Hemmungsreizung wurde von Weber entdeckt, der durch centrifugale Vagusreizung das Herz in diastolischen Stillstand versetzte. Hier wird also ein automatisch thätiges Nervencentrum durch einen ihm zufließenden Reiz stillgestellt. Trotzdem fügt sich dieser Fall unserer energetischen Formulirung ein, wenn wir mit J. Gad annehmen, daß bei der Hemmungsreizung einer Zelle die functionelle Thätigkeit derselben durch nutritiv-assimilatorische Thätigkeit, eine Erregung also durch eine andere ersetzt wird. – Die Energiemenge, die zur Bahnung und Hemmung also zu positiver und negativer Variirung der Erregbarkeit aufgewandt wird, gehört zu den innervatorischen Endgliedern der Erregungsketten. —

valenzwerthe. Wenn diese die Intensität überschwelliger erhalten, so wacht man eben auf und der Traum ist vorbei. Hingegen sind die Remanenzwerthe bei einer gewissen Lebhaftigkeit des Traumes stark genug, um eine Reproduction zu ermöglichen. Wenn man aus tiefem Schlaf aufgeweckt wird, so sind oft für einen Augenblick einzelne Traumgedanken noch zu erhaschen. Man kann sagen, daß durch die beim Aufwachen eintretende Intensitätssteigerung der Erregungskette unterschwellige Aequivalenzwerthe überschwelligen Werth bekommen bei minimalem Remanenzwerth. Ueberschwellige Aequivalenzwerthe bei minimalen Remanenzwerthen scheint den epileptischen Dämmerzuständen und wohl auch der Korssakoff'schen Psychose zuzukommen. Aequivalenz- und Remanenzwerthe verlaufen also nicht parallel. —

Unser Grundsatz, daß der wesentliche Charakter einer Erregungskette nicht geändert wird, ob die Aequivalenzwerthe nun zufällig überschwellig oder unterschwellig sind, führt zu wichtigen praktischen Anwendungen. Man pflegt bei der moralischen oder criminalistischen Beurtheilung von Erregungsketten (Handlungen) den Nachdruck auf die Frage zu legen, ob gewisse Glieder (Vorstellungen, Motive) zum Bewußtsein gekommen seien, um darnach zu entscheiden, ob die Handlung mit Bewußtsein, unter freier Willensbestimmung, zu Stande gekommen sei. In unserem Sinne aber kommt es nur darauf an, ob das Aequivalent des Motivs in der Erregungskette figurirt hat, nicht darauf, ob es überschwelligen Aequivalenzwerth gehabt hat. Je tiefer gewisse Motive, sittlicher oder unsittlicher Art, in einer Persönlichkeit wurzeln, um so weniger steigen sie im einzelnen Falle zum Bewußtsein auf. Je glatter, je reibungsloser der Verlauf von Erregungsketten ist, um so weniger kommt es zu bewußten, zu Willenshandlungen, von denen überhaupt der harmonische, anmutige Mensch am wenigsten producirt. — Der forensische Beurtheiler braucht nicht darauf zu sehen, ob das Bewußtsein einer strafbaren Handlung vorhanden war, sondern ob die Erregungsketten des Verbrechers normal oder krankhaft sind (Möbius). Den objectiven Thatbestand der Erregungskette, d. h. die Summe dessen, was zu einer Handlung geführt hat, nennt man Motivation; die Summe dessen, was aus mehr accidentellen Gründen zum Bewußtsein kam, macht den subjectiven Schein der Motivirung aus. Nun sind ja die Glieder der Erregungsketten nur in der Sprache des Bewußtseins zu beschreiben. Die psychologische

Darstellung der Erregungsketten, wie sie besonders in der modernen Litteratur beliebt ist, muß daher viele in Wirklichkeit unterschwellige Glieder als Bewußtseinsvorgänge darstellen. Diese Methode ist durchaus berechtigt, und ist eine Art der psychologischen Transponirung (§ 1). Nur muß sich der Leser einer Tolstoischen Schilderung von den inneren Erlebnissen eines Sterbenden gegenwärtig halten, daß im Bewußtsein des Helden sich solches abspielen würde, wenn die Aequivalenzwerthe überschwellig wären, was sie in Wirklichkeit nur in geringstem Umfange sind. — Intuition nennt man cerebrale Erregungsketten, die zu intellectuell hochwerthigen Leistungen führen, ohne daß überschwellige Aequivalenzwerthe außer dem ersten und letzten Glied in ihnen figurirten.

§ 3. Determinanten, Reizverwerthung.

Das Element eines Sinneseindruckes ruft im Gehirn eine Zustandsänderung, eine zunächst allerfeinste Structurveränderung hervor, zu deren Herstellung eine Energiemenge Z erforderlich sein soll. Von der Zustandsänderung bleibt nach Abklingen der Reize und des psychischen Nachbildes eine Veränderung zurück, die bewirkt, daß künftige Erregungsketten, die ein oder mehrere Glieder mit jener ersten gemeinsam haben, modificirt werden. Das ist die Remanenz, die zu ihrer Herstellung einen Theil R jener Energiemenge Z erforderte. Der Rest $Z - R$ hat höchstwahrscheinlich zur Aequivalenzarbeit A gedient, so daß $Z - R = A$ und $Z = R + A$ ist.[1] Die mit der Arbeitsleistung A einhergehende Structuränderung bleibt nicht bestehen, sondern wird rückgängig gemacht durch assimilatorische Arbeit, so daß folgende gleichartige Reize wieder an wesentlich gleichartigen Structuren angreifen können. Wenn zu verschiedenen Zeiten derselbe Reiz verschiedenartige Erregungsketten veranlaßt, so muß zwischen den beiden Zeitpunkten eine Zustandsänderung vor sich gegangen sein, die, wenn sie für längere Zeit besteht, nur als eine structurelle zu denken ist. Da die gröberen Nervenbahnen sich nicht ändern, so muß sich der Sitz dieser Wandlung an den Neuronübergängen befinden. Die Summe der Bedingungen, die dafür maßgebend sind, daß eine Erregungskette sich in einem bestimmten Falle

[1] Genau genommen steckt schon in jedem Aequivalenzwerth soviel Remanenzarbeit, wie die Dauer des Aequivalenzwerthes, als eines durch zeitliche Grenzen bestimmten Integrales bedingt.

in einer bestimmten Richtung und in bestimmtem Umfange, kurz in einer bestimmten Weise vollzieht, würde Reinke als die Dominante der betreffenden Erregungskette bezeichnen. Reinke hat das von mir sehr hoch angeschlagene Verdienst, diesen Begriff in die Biologie eingeführt zu haben.[1] Er hat aber sehr wenige Freunde dafür gefunden, weil er den Dominanten gleichzeitig einen teleologischen Sinn gab und dadurch verschiedenartige Probleme verschmolz, die einer differenzirten Behandlung bedürfen. Da in dem erbitterten Ansturm der Antiteleologen auch das an den Dominanten zweifellos Wertvolle verloren zu gehen droht, so bezeichne ich ohne jede teleologische Nebenbedeutung die Summe der für die Beantwortung eines bestimmten Reizes maßgeblicher Bedingungen als Determinante. Im Falle der nervösen Erregungskette besteht eine Determinante einmal aus den gröberen Leitungsbedingungen der Nervenfasern, die unter gesunden Verhältnissen lebenslängliche Dauer haben, wenn sie auch in den großen grauen Centren, Hirnrinde u. s. w., anfangs verschiedenartige Entwickelungsmöglichkeiten in sich tragen. Dann aber aus den Neuronübergängen, deren Erregbarkeit nach Maß und Art großen Schwankungen unterworfen ist. Ein Neuronübergang besteht aus der Endigung eines zuleitenden Neurons und den Ursprungszellen der ableitenden Neurone. Es kann hier nun kurz bemerkt werden, daß der Neuronbegriff in dem von uns gebrauchten Sinne und Umfang durch die neueren Angriffe auf die sog. Neuronlehre nicht im geringsten gelitten hat, sondern ebenso, wie er schon vor der Proclamirung einer Neuronlehre bestand, auch die geräuschvollen Widerlegungen derselben überleben wird. Die Remanenzarbeit thut nun nichts anderes, als daß sie die Erregbarkeitsverhältnisse der Neuronübergänge und dadurch die Determinanten verändert. Sie kann daher auch als Determinantenarbeit bezeichnet werden.

Determinanten können gleichnißweise auch gewissen Systemen der unbelebten Natur zugesprochen werden, solchen nämlich, die einen für die Art des in ihnen erfolgenden Energiewandels maßgeblichen Bau haben. Vor allem also die von Menschenhand geschaffenen Maschinen, deren Determinanten Maschinenbedingungen heißen. Als Beispiel nenne ich das Schienensystem eines

---

[1] Hamburger Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte 1901: „Ueber die in den Organismen wirksamen Kräfte." –

Eisenbahnbezirkes mit den in einem bestimmten Augenblick vorhandenen Weichenstellungen. Aber auch die optischen Eigenschaften eines Krystalles sind dessen Determinanten, die für den Gang der Lichtstrahlen maßgeblich sind. Dieser Fall ist besonders interessant, weil die neueste Physik begonnen hat, die optischen Eigenschaften der Krystalle, d. h. die wesentliche Structur derselben, kinetisch-energetisch zu beschreiben, so daß die Aussicht auf die Möglichkeit erweckt wird, daß von einem solchen einfachen Falle her einmal allgemein gültige Beziehungen zwischen den Determinanten und dem Energiewandel abgeleitet werden könnten. Wir kennen bereits Determinanten dynamischer Natur, wie die Kraftlinien der Magneten und den Electrotonus der Nerven und nichts wäre einfacher, als mit Ostwald alle Structuren als Ausdruck einer Formenergie anzusehen und damit aus dem Bereich der Anschaulichkeit zu verflüchtigen. Wir wollen diesen Schritt nicht thun, können dann aber nicht umhin, von den bloß dynamischen Determinanten die Structurdeterminanten abzutrennen. Diese letzteren kommen für uns fast ausschließlich in Betracht. Denn alle für längere Zeit gebildeten Determinanten müssen an eine Structur, wenn auch feinster, molecularer oder gar intramolecularer, d. h. chemischer Art gebunden sein: Unsere Determinanten sind daher stets Structurdeterminanten und bedeuten die Summe von structurellen, vielleicht später einmal energetisch zu beurtheilenden Bedingungen, die dafür maßgebend sind, daß der Energiewandel in jedem bestimmten Falle sich in einer bestimmten Richtung und in bestimmtem Umfang vollzieht. Die Determinanten des Weißmann'schen Keimplasmas fügen sich ohne Zwang in diese Definition. Determinantenarbeit ist die zu dauernden Structuränderungen an den Neuronübergängen aufgewandte Remanenzarbeit.

Alle Systeme, denen ein lebhafter Energiewandel zukommt, gehen entweder als Systeme zu Grunde oder sie gewinnen einen Gleichgewichtszustand, in dem sie sich längere oder kürzere Zeit erhalten können. Dann war das anfängliche Verhältniß der Energien derart, daß aus ihnen eine Gleichgewichtsbedingung hervorgehen konnte und mußte. Eine Gleichgewichtsbedingung besitzen u. a. die Planetensysteme, die mehrphasischen Systeme der physikalischen Chemie und schließlich die lebenden Organismen, sei es nun, daß sie aus einer oder aus vielen Zellen bestehen. Die Gleichgewichts-

bedingung chemischer Systeme lautet nach Le Chatelier:[1] „Jede Aenderung eines der Factoren des Gleichgewichtes erzeugt eine Umwandlung im System nach derjenigen Richtung hin, durch welche der betreffende Factor eine Aenderung in entgegengesetztem Sinne erfährt, als dem der ursprünglichen Aenderung.“ Dieses Princip gilt ohne Weiteres für leichtübersehbare Fälle im Organismus. Wird z. B. durch vermehrte Kochsalzzufuhr der procentische Salzgehalt des Blutes vermehrt, so wird nach Laudenheimer und H. Strauß binnen kurzer Zeit soviel Kochsalz ausgeschieden, daß der physiologische Procentsatz wieder hergestellt wird. Die nächste Folge der Uebersalzung ist vermehrtes Flüssigkeitsbedürfniß und Wasseraufnahme, so daß zunächst das chemische Gleichgewicht hergestellt wird. Dann macht sich die hydrodynamische Gleichgewichtsbedingung geltend und führt zu gesteigerter Diurese, bis schließlich Wasser- und Salzgehalt der alte ist. Um die Gleichgewichtsbedingung zu erfüllen, wird der ganze Apparat des Nervensystems mit über- oder unterschwelligen Aequivalenswerthen, mit intelligenten Handlungen, die Nierensecretion u. a. m. in Thätigkeit gesetzt. —

Die chemische Gleichgewichtsbedingung und alles, was aus ihr folgt, läßt sich direkt energetisch, d. h. aus den Hauptsätzen der mechanischen Wärmetheorie entwickeln. Die Gleichgewichtsbedingung ist aber ein unentbehrlicher heuristischer Behelf geworden, um in einfacher Weise complicirte Vorgänge abzuleiten und vorauszusagen. Ebenso dürfen wir auch von der Gleichgewichtsbedingung des Lebens annehmen, daß ihre energetische Ableitbarkeit principiell möglich ist und vielleicht einmal verwirklicht werden kann. Inzwischen dürfen wir uns schon ihrer bedienen, um Lebenserscheinungen unter einheitlichen Gesichtspunkten zusammenzufassen, vorauszusagen, verständlich zu machen und thun dabei nichts anderes, als wenn der Chemiker mit seiner Phasenlehre arbeitet. Die Gleichgewichtsbedingung des Lebens aber möchte ich folgendermaßen formuliren:

Eine lebende Einheit niederer oder höherer Ordnung strebt jeden sie treffenden Reiz derart zu verwerthen, daß dabei der Bestand derselben in optimaler Weise gewahrt wird. Oder: Jeder Reiz, der eine lebende Einheit niederer oder höherer Ordnung trifft, wird zur Ursache und

[1] Citirt nach W. Nernst, Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadro'schen Regel und der Thermodynamik. Stuttgart, F. Enke 1898. 2. Aufl., S. 611.

zum Gegenstand einer optimalen Reizverwerthung. Diese Gleichgewichtsbedingung der lebenden Substanz nenne ich das Princip der Reizverwerthung. So lange sie erfüllt bleibt, reagirt der Organismus als ein gesunder; wird sie nicht erfüllt, weil die Beanspruchung durch den Reiz gewissermaßen die Elasticitätsgrenze des Organismus übersteigt, so wird die Reaction dysteleologisch oder krankhaft.[1] Ich hoffe damit gezeigt zu haben, daß die teleologische Betrachtung der lebenden Natur in keiner Weise einen Widerspruch gegen den Geist der energetischen oder causalen Naturbetrachtung bedeutet und daß auch der freieste und mysterienfeindlichste Biologe ohne Scham sich zur combinirten causal-teleologischen Denkweise bekennen darf. Denn verschämt und halbbewußt hat jeder von ihr Gebrauch gemacht, der sich einmal gefragt hat: Welchen Zweck hat die Netzhaut des Auges und der Verlauf der Sehnerven zum Großhirn und zum Vierhügel? Wenn der Chemiker berechnet, wie viel von einer chemischen Verbindung gebildet werden kann, unter der Herrschaft der Gleichgewichtsbedingung von Goldberg und Waage, so fragt der Hirnphysiologe, welchen Weg muß der Sehnerv nehmen, um mit den Wurzeln des Augenmuskelnerven in Verbindung zu treten? Für manche Etappen des biologischen Problems ist die causale Methode ausreichend. Man wird aber stets auf einen Punkt stoßen, an dem die Reihe causal verknüpfter Thatsachen in die teleologische Bedingung des Lebens einmündet. So freut sich der Causalfanatiker, wenn er sieht, wie ein Leucocyt vermöge der Oberflächenspannung einen Fremdkörper umfließt und denkt nicht daran, daß er seine eigenthümliche Consistenz und Structur phylo- oder ontogenetisch in Hinsicht darauf erwirbt, seinen vitalen Functionen zu genügen. Die genaueste physikalische Analyse der elektrischen Entladung des Zitterrochens erklärt nicht die für das Thier so zweckmäßige Anordnung des ganzen Apparates. Alle die zahllosen und überraschenden Zweckmäßigkeiten bedürfen zu ihrer Erklärung des einstweilen nicht weiter ableitbaren Princips der Reizverwerthung. Wenn es die Aufgabe der Biologie ist, ihr Bereich unter möglichst einfache und möglichst weitgreifende Gesetzmäßigkeiten unterzuordnen, so tritt eben für sie zu der

---

[1] Vergl. die ausgezeichnete Arbeit von P. N. Cossmann, Elemente der empirischen Teleologie. Stuttgart 1899, ferner E. Pflüger's Princip der teleologischen Mechanik in: Die teleologische Mechanik der lebendigen Natur. 2. Auflage, 1877.

causal-energetischen Gesetzmäßigkeit der Mechanik die teleologische hinzu, als ein specifisch biologisches Forschungsprincip, das keinerlei Verzicht auf Erklärbarkeit überhaupt in sich schließt. Die Möglichkeit, daß die Biologie außer dem Ausgangspunkt der Mechanik noch einen besonderen nöthig haben könne, hat auch der große Physiker Hertz ausdrücklich anerkannt. —

Wer, wie wir, überzeugt ist, daß es kaum eine Lebenserscheinung giebt, die nicht außer der causalen auch der teleologischen Behandlungsweise bedürftig wäre, der wird es einigermaßen überflüssig finden, daß Driesch im Anschluß an seine verdienstvollen und wichtigen entwickelungsmechanischen Experimente fortgesetzt mit diesen besonders auffallenden und — ich möchte sagen — unheimlichen Beispielen seinen zoologischen Fachgenossen Gruseln macht. Gerade in Hinsicht der biologischen Teleologie giebt die Physiologie und Pathologie der höchsten Thiere und des Menschen, bei denen die Functionen auf getrennte Organe differenzirt sind, die beste Gelegenheit, das Ineinandergreifen der beiden Gesetzmäßigkeiten sehr weit und sehr intim zu verfolgen. Ich nenne hier die Abhängigkeit des Energieumsatzes im Muskel von seiner Beanspruchung, die schon im entnervten (curarisirten) Muskel sichtbar vorgebildet ist, am deutlichsten aber hervortritt, wenn der Herzmuskel vorübergehende oder pathologische Mehrbelastungen compensirt. — Mit einer anderen teleologisch interessanten Eigenschaft des curarisirten Muskels habe ich mich vor Jahren beschäftigt, mit den Aenderungen nämlich, welche die einzelne Muskelzuckung erleidet, wenn sie als Glied einer Zuckungsreihe einen gleichmäßig oscillirenden Tetanus herzustellen hat.[1] Und das Geistreichste und Tiefdringendste, was in causal-teleologischen Betrachtungen geleistet worden ist und jedem Biologen vertraut sein sollte, sind die Deductionen von Weigert und Ehrlich, die zu den Theorieen der Antitoxine und der Haemolysine geführt haben. Das Weigert'sche Princip der Uebercompensation oder der functionellen Hypertrophie kann so formulirt werden: Kommt in einem lebenden System ein Quantum lebender Substanz durch Verbrauch oder durch äußere Kräfte in Wegfall, so wird lebende Substanz im Ueberschuß neu gebildet. In der überschüssigen Neubildung besteht die optimale Reizverwerthung des im Substanzverlust gegebenen Reizes. —

---

[1] Experimentelle Untersuchungen zur Analyse der Tetanus. Archiv für Anatomie und Physiologie. Physiol. Abth. 1893, S. 147.

In der Art der Reizverwerthung sind zwei polare Verschiedenheiten zu erkennen, die positive und die negative. Im weitesten Sinne genommen, besteht jede Reizverwerthung in einer Aneignung oder in einer Abwehrung, sei es nun, daß der reagirende Organismus einzellig sei oder ein Metazoon. Nehmen wir die Methode der physiologischen Transponirung vor, indem wir eine einfache Reaction betrachten, die sich uns mit Bewußtsein verbindet, so finden wir, daß eine angenehm schmeckende Speise mit Wohlbehagen untergeschluckt, eine bittere mit Abscheu ausgespuckt wird. Die positive Reizverwerthung im ersteren Fall verbindet sich mit dem Aequivalent eines Lustgefühles, die negative im zweiten mit dem eines Unlustgefühles. Diese Aequivalenzwerte sind auf's Innigste mit dem Proceß der Reizverwerthung verbunden. Bei allen Reflexen, die wir an uns kennen, außer den allerniedersten, scheint die Methode der psychologischen Transponirung zu zeigen, daß der sogenannte Gefühlston durch bloße Intensitätssteigerung aus unbewußten Qualitäten des Reflexes hervorgeht. Es ist dieselbe Intensitätssteigerung, die jeder Vorstellung durch die Aufmerksamkeit zu theil werden kann. Wie dem auch sei, es spricht nichts dagegen, aber methodisch sehr vieles dafür, daß wir den unbewußten Reizverwerthungen ein unterschwelliges Gefühlsäquivalent zuschreiben. Wir bezeichnen die mit den Reizverwerthungen einhergehenden, der Gefühlstönung entsprechenden Aequivalenzwerthe als über- oder unterschwellige Verwerthungsäquivalente. Es ist zweckmäßig, die Verwerthungsäquivalente nicht als Glieder der teleologischen Kette zu betrachten, sondern als Endglieder, gewissermaßen als Nebenproducte der Reizverwerthung. Auch zeitlich erfolgt ja das Abwehrreflex — nach einem Stich in die Fußsohle z. B. – nicht nach dem Schmerzgefühl, sondern ungefähr gleichzeitig. Anatomisch sind die Nervenbahnen, die beim erwachsenen Menschen das Schmerzgefühl herbeiführen, eine Nebenschließung der Reflexbahn. Dem Gang unserer Darstellung voreilend, bemerken wir, daß im nächsten Zusammenhang mit dem Verwerthungsäquivalent die Ausdrucksbewegung steht, die durch diesen Zusammenhang geradezu definirt wird. Ausdrucksbewegungen sind diejenigen innervatorischen Endglieder von Bewegungsketten, die nicht der Reizverwerthung, der Aufgabe der Reaction dienen, sondern die als zwecklose, gewissermaßen seitliche, collaterale

energetische Endglieder aufzufassen sind. Dem widerspricht nicht, daß sie einerseits oft Bahnen benutzen, die sonst zu Reizverwerthungen gebraucht wurden — vergleiche den Augenschluß bei schrecklichen Erinnerungen — und daß sie andererseits wieder in den Dienst der Reizverwerthung treten, wie bei der Entstehung der Sprache, die wie alle Verständigungsmittel von Ausdrucksbewegungen abstammen. Ausdrucksbewegungen giebt es im Sinne meiner Definition bei Erregungsketten mit und ohne Bewußtsein, wobei ich auf den charakterischen Gesichtsausdruck der Dyspeptiker hinweise und auf zahllose andere normale und krankhafte Erscheinungen hinweisen könnte.[1] Und da sie in so ausgezeichneter Beziehung zu den Verwerthungsäquivalenten, die hier unterschwellig sind, stehen, so haben wir eine neue Rechtfertigung unserer Annahme von unterschwelligen Verwerthungsäquivalenten. — Es ist daher auch berechtigt, aus den Ausdrucksbewegungen auf die zugehörigen Verwerthungsäquivalente zu schließen, obgleich nur der (Gefühls-) Ton derselben, aber nicht der Stärkegrad, ob über- oder unterschwellig, abgelesen werden kann. — Sternberg hat einen Anencephalus beobachtet, welcher kurze Zeit seine Geburt überlebte und vom Gehirn nichts als die Oblongata besaß, aber auf bittere und süße Geschmacksreize mit adäquatem Gesichtsausdruck reagirte. In solchem Fall wird man unterschwellige Verwerthungsäquivalente annehmen müssen, wie auch bei vielen Reflexen des Normalen, die subcortical ablaufen. Die zu den Ausdrucksbewegungen führenden collateralen Aeste der Erregungsketten haben wir uns als nicht in die Causalität des Hauptstammes der Erregungskette eintretend gedacht. Da ebenso die Verwerthungsäquivalente zweckmäßigerweise als collaterale energetische Endglieder der Erregungskette behandelt werden, entgeht man am besten der Versuchung psychische Momente in die Causalität der physiologischen Geschehens einzuschieben, wie dies alltäglich und leider auch in der neuro-physiologischen Wissenschaft der Fall ist. So liest man in einer in mancher Hinsicht tüchtigen Experimentalarbeit der neuesten Zeit: „Ja, es erhebt sich die Frage, in wie weit Thiere, überhaupt ihr Verhalten im Raume, auf Grund von Vorstellungen reguliren, d. h. ob sie überhaupt Schwindel in unserem Sinne kennen.“ Was sollte wohl aus uns werden, wenn wir unser Verhalten im Raume durch unsere Vorstellungen regeln

[1] Weiteres darüber im § 8.

ließen und dies nicht von dem reizverwerthenden Reflexmechanismus auf's beste besorgt würde! Der Schwindel entspricht dem Verwerthungsäquivalent in einer Erregungskette, deren innervatorische Endglieder Schwankung der Augenmuskelspannung (Nystagmus) und bei aufrechter Körperhaltung Schwanken des Körpers bewirken. Die Scheinbewegung ist die Folge des Nystagmus. Der auslösende Reiz dieser Erregungskette gehört zu denen, welche die Elasticitätsgrenze des Reizverwerthungsmechanismus übersteigen und die Reizverwerthung in Folge dessen dysteleologisch machen.

Jedes vorangehende Glied einer Erregungskette ist für das folgende nicht nur ein Reiz, sondern auch ein Gegenstand der Reizverwerthung, so daß die endgültige Reizbeantwortung aus einer großen Zahl von Reizverwerthungen hervorgeht. Bei einer Körperbewegung z. B. bezeichnet die Körperhaltung in jedem Zeitdifferential die innervatorische Aufgabe für den nächsten Augenblick. Und wenn wir lernen, auf einem langen Balken zu balanciren, so übersteigen die negativen Verwerthungsäquivalente sehr deutlich die Schwelle. Zu positiven, lustvollen Verwerthungsäquivalenten gehören in solchem Falle Ausdrucksbewegungen, die von Bewegungsfreude und von Grazie zeugen. Wir sehen auch hier schon, daß die gesammte Bewegungsform sich in zwei Componenten trennen läßt, in die Zielbewegung, die der Reizverwerthung, dem praktischen Moment, dient und in die Ausdrucksbewegung, das ästhetische Moment.

Die Art der Reizverwerthung hängt von den jeweilig in Benutzung tretenden Determinanten ab. Im Leib des Protozoen sind eine Menge verschiedenartiger Determinanten vereinigt, die sich im Metazoon auf Organsysteme und auf Nervenbahnen vertheilen. Mit der Differenzirung der reizbaren Substanz zum Nervensystem geht eine Differenzirung der Determinantensysteme Hand in Hand. –

Die nervösen Determinanten sind theils primäre, d. h. die durch sie bestimmten Structuren und Thätigkeiten sind nichts als zeitliche Functionen der Determinanten des befruchteten Eies, ein Gedanke, wie er ähnlich von His[1] für die Pfadfindung (Orientirung) der entstehenden Nervenbahnen entwickelt wurde. Die primären Determinanten sind entweder angeboren, oder sie treten zu

[1] Das Princip der organbildenden Keimbezirke. Archiv f. Anat. u. Physiol. Anat. Abtheil. 1901, 6.

bestimmten Zeiten der postembryonalen Entwickelung auf, ohne von der Hinzukunft mehr accidenteller functioneller Beanspruchungen wesentlich abhängig zu sein. Man sieht, die Grenze der postembryonal auftretenden primären Determinanten ist nicht ganz scharf. So hängt im Allgemeinen das Gehenlernen des menschlichen Kindes von dem Moment der Fertigstellung des centralen Apparates, der Pyramidenbahn etc., ab, so daß das Gängelband zum mindesten überflüssig ist und doch dürfte die Uebung den Proceß, etwas beschleunigen. Daher sind die viel sich selbst überlassenen Kinder des Proletariats oft selbstständiger und „weiter vor", als sorgfältig gepflegte Kinder, bei denen man mit Recht alles dem spontanen Wachsthum des Determinanten überläßt, die in der That während der ganzen Entwickelungszeit bei einem Minimum von provocirender Beanspruchung am besten zu gedeihen scheinen. Das neugeborene Hühnchen bringt alle Determinanten, die es zur praktischen Orientirung im Raume und im Dasein überhaupt braucht, mit auf die Welt. Auch die Gemse ist wenige Stunden nach der Geburt im Besitze aller Fertigkeiten, deren sie benöthigt,[1] und deren Analoga wir *so* viel später oder gar nicht erwerben. Die auf Grund primärer Determinanten ausgeübten Leistungen werden um so mehr *dem* Instincte zugerechnet, je weniger Determinantenarbeit postembryonaler Erregungsketten erfordert wird, um sie zur Ausbildung zu bringen. Eine halbwegs scharfe Grenze aber zwischen primären Determinanten oder Instincten und secundären Determinanten oder erlernten Fertigkeiten der „bewußten Intelligenz" ist nicht zu ziehen. Die Determinanten sind um so mehr secundär oder erworben, je mehr durch Ueben und Lernen Determinantenarbeit an ihnen geleistet worden ist. — Ein gewisses Maß von functionellen Reizen ist auch für den Aufbau primärer Determinanten unerläßlich. Hält man von einem neugeborenen Thiere durch Vernähen der Augenlider die optischen Reize fern, so kommt es in Folge des Ausfalles der Determinantenarbeit zu einer Entwickelungshemmung, einer Agenesie der occipitalen Sehrinde. (Berger.) In der hierdurch bewiesenen formativen Wirkung der optischen Reize kommt zum sichtbaren Ausdruck, daß nicht nur das innervatorische Endglied der Erregungskette, sondern auch die Remanenz- oder Determinanten-

[1] Citirt nach C. F. Jickeli, Die Unvollkommenheit des Stoffwechsels als Veranlassung für Vermehrung, Wachstum, Differenzirung, Rückbildung und Tod der Lebewesen im Kampf ums Dasein. Berlin 1902.

arbeit dem Gesetz der optimalen Reizverwerthung gehorcht und daß die Determinantenbildung Aufbau functioneller Structur ist. (Vergl. § 6.) –

Eine natürlichere Scheidung des Determinanten in primäre und secundäre ergiebt sich dann, wenn man zu den ersteren alle diejenigen rechnet, die beim gesunden Individuum sich mit Nothwendigkeit entwickeln, sei es nun im intra- oder extrauterinen Dasein, sei es unter Bedarf oder Nichtgebrauch von functionellen Reizen. Auf der Existenz solcher primärer Determinanten beruht es, daß unsere Orientirung in Raum und Zeit, unsere geometrische Erkenntniß, kurz unsere ganze Naturauffassung eindeutig und in Kant's Sinne a priori durch unsere Organisation bestimmt ist, einerlei, ob dieselbe schon im Moment der Geburt, wie beim Hühnchen oder erst später unter Benutzung functioneller Reize vollendet wird. Und wir erkennen die geringe Wirklichkeit der Antithese: Nativismus oder Empirismus. (Vergl. § 6.)

Es ist energetisch nicht richtig, in den Determinanten potentielle Energie aufgespeichert anzunehmen und in ihnen latente Erreger zu sehen, welcher Ausdruck kürzlich in einer geistvollen Abhandlung von Strümpell[1] angewandt wurde. Sie sind vielmehr in einer Hinsicht den Spuren der phonographischen Walze zu vergleichen, die, ohne Energie zu verbrauchen, die Wiederholung derjenigen Schwingungsfolge immer wieder ermöglichen, durch die sie einst erzeugt wurden. Und doch besteht ein schwerwiegender Unterschied zwischen beiden. Der Phonograph giebt eine sklavische Abbildung des „Reizes“. Die Determinante hingegen, soweit sie durch Reize modificirt oder neu gebildet ist, bedeutet einen Niederschlag der Reizverwerthung, d. h. dessen, was der Reiz für den betreffenden Organismus bedeutet, der Verhaltungsweise des Organismus zu dem Reiz. Die Determinante ist das Ergebniß der Verarbeitung des Reizes im Interesse des Subjects. Sie ist nicht das Symbol des einzelnen Objects, sondern des Begriffs, den sich das Subject von dem Object naturnothwendig bilden muß. Doch müssen wir diesem Standpunkt, der mir das Problem der Begriffsbildung und der Generalisation in einem ganz neuen Lichte gezeigt hat, noch etwas näher treten. –

---

[1] Ueber die Störungen der Bewegung bei fast vollständiger Anästhesie eines Armes etc. Deutsche Zeitschr. f. Nervenheilkunde. Bd. XXIII.

§ 4. Generalisation, Begriffsbildung, kinästhetische Determinanten.

Die primären Determinanten veranlassen eine gleichartige, eine generelle Reaction auf alle Reize, die in ihrer Beziehung zum Subject zu derselben Gattung gehören und daher den Interessen des Subjects gegenüber dieselbe Werthigkeit besitzen. Eiweißstoffe verschiedenster Zusammensetzung rufen gleichartige Magensecretion hervor. Das liegt in dem Charakter der Reaction als Reizverwerthung. Es ist nicht ganz so selbstverständlich, wie es aussieht, daß ein Stich, ein excessiver Warm- oder Kältereiz, dieselbe Abwehrbewegung deshalb hervorruft, weil alle drei den Organismus in ähnlicher Weise gefährden. Wie verschiedenartig wirken hingegen diese Agentien z. B. auf eine Wachsplatte!

Ebenso wie die primären wirken die secundären Determinanten, die durch sogenannte Erfahrung erworben werden. Nur kann man hier direkt beobachten, wie der einzelne Reiz oder eine kleine Anzahl von Reizen zur Neubildung von Determinanten führt, die, wie jene primären, genereller Natur sind. Ein Hund flieht nicht nur vor der individuellen Peitsche, von der er einmal zu leiden hatte, sondern vor jedem gleichsinnigen Instrument. Die Maus flieht nicht nur vor der großen weißen Katze, die sie zum ersten Mal erschreckt hat, sondern auch vor einer kleinen schwarzen. Das menschliche Kind erkennt den Apfel, den es einmal gekostet hat, auch wenn er von recht verschiedener Sorte ist, im Bilderbuch wieder und möchte hineinbeißen. Die durch einen Reiz bewirkten Remanenzwerthe oder Determinanten *sind* eben nicht photo- oder phonographische Abbilder des individuellen Reizes, sondern sie sind Producte der Reizverwerthung und veranlassen in Folge dessen eine dem Sinne des Gegenstandes entsprechende Reaction. Natürlich hat diese Generalisation ihre Grenzen bei zu großer Verschiedenheit der Objecte und bei minderwertig reagirenden Subjecten.

Es ist kein weiter Schritt, wenn wir anstatt der Erregungsketten mit vorwiegend innervatorischen Endgliedern solche betrachten, deren Energetik hauptsächlich in Aequivalenz- und Determinantenarbeit ausmündet. Ein Kind braucht nur sehr wenige Baumtypen oder nur einen gesehen zu haben, um auch die eigenartigste Palme als Baum zu erkennen, d. h. um unter Benutzung der vorher gebildeten Determinante den Aequivalenzwerth zur

Baumvorstellung zu produciren und durch Determinantenarbeit den Aufbau der Baumdeterminante zu vollenden. So führt auch die Sinneswahrnehmung, bei der, soweit sie optisch-kinästhetisch ist, die innervatorischen Endglieder (auf die Augenmuskeln vergl. § 5) nie ganz fehlen, ebenso wie die motorischen Reactionen zu generellen Determinanten, die nicht einen passiven Abdruck, sondern eine active Verwerthung des Reizes bedeuten. Bei der Determinantenarbeit sowie bei der innervatorischen Arbeit wird also der Reiz generalisirt oder psychologisch ausgedrückt: Die Wahrnehmung ist gleichzeitig Begriffsbildung oder die Begriffsbildung ist ein primäres Product des Wahrnehmungsprocesses. Dasselbe Product, das in Determinanten niedergelegt wird, erscheint auch als Aequivalenzwerth der jeweiligen bewußten Wahrnehmung, d. h. auch der Aequivalenzwerth ist ein Product der Reizverwerthung. Es folgt eben so sehr aus dem Vorausgegangenen, wie es unmittelbar einleuchtet, daß die Qualität der Reizverwerthung von dem individuellen und jeweiligen Zustand des Determinantensystems abhängt, d. h. von dem qualitativen Reactionsvermögen des Organismus, das man in gewissen Fällen als Intelligenz bezeichnet, und von der wechselnden Schwierigkeit der Aufgabe. Ebenso einleuchtend aber ist, daß das objective Criterium der Begriffsbildung allen Reactionen schon der niedersten Thiere zukommt, ohne daß es erlaubt wäre, auf Bewußtseinsvorgänge zu schließen, wenn nur irgend eine Reaction einmal einen besonders intelligenten Eindruck macht. In diesem Sinne ist die Competenz der sogenannten „vergleichenden Thier-Psychologie" zu revidiren.

Wenn wir erkennen, appercipiren, urtheilen, daß der eine Apfel morsch ist, der andere aber einen guten Geschmack hat, so haben wir eine Erregungskette mit oder ohne das innervatorische Endglied des Aufessens, aus welcher die wichtige Rolle des positiven oder negativen Verwertungsäquivalentes in der Urtheilsbildung und Apperception deutlich hervorgeht. Die Art des Verwerthungsäquivalentes ist das werthende Kennzeichen dieser Reizverwerthungsprocesse. Auch Rickert und von Kries haben die hohe Bedeutung des Gefühls in der Urtheilsbildung erkannt, das von dem letzteren Forscher[1] als Geltungsgefühl bezeichnet worden ist. Apperception und Urtheilsbildung pflegt

[1] von Kries, Ueber die materiellen Grundlagen der Bewußtseinserscheinungen. Freiburg i. B. 1898.

man als die vollkommensten Blüthen des Seelenlebens zu rühmen, ohne zu erkennen, daß sie in der großen biologischen Familie der Reizverwerthungen so nahe verwandte, aber unscheinbare Geschwister haben. Sie sind ja nichts anderes als die Generalisation oder Begriffsbildung, in der schon jedesmal eine Erkenntniß der Beziehung des Objects zum Subject der Reizverwerthung implicite darin steckt.

Die formale Logik und die Psychologie haben von jeher ein Cardinalproblem darin gesehen, wie aus den einzelnen Wahrnehmungen und Vorstellungen der Begriff abgeleitet, d. h. „unter einer Reihe verwandter Vorstellungen das Identische und Gemeinsame besonders betont"[1] wird. Wir haben dem gegenüber genugsam betont, daß die Begriffsbildung ein primärer biologischer Act ist. Wir sehen ihn in der primitiven Form der generalisirenden Reizverwerthung schon im Leibe der Protisten verwirklicht. In der Sehrinde des Menschen entspricht ihm ein hoch differenzirtes Substrat, aber auch hier läßt er sich gerade so wenig an eine anatomische Einheit binden. Wir werden gleich sehen, daß schon die in solchem „Sinnescentrum" vor sich gehende Erfassung einer einfachsten Form, wie einer Kugel, ein hochcomplicirter Vorgang ist, der sich aus sensiblen — kinästhetischen und optischen — und aus motorischen Elementen zusammensetzt. Es wird dabei ein Complex von wesentlich kinästhetischen Eindrücken, kurz ein kinästhetischer Eindruck gebildet, der weiterhin als Gegenstand der Reizverwerthung zu der bereits bestehenden Kugeldeterminante in Beziehung tritt. Das beste Bild für diesen Vorgang gewinnen wir aus der akustischen Sphäre. Wenn hier ein physikalischer Ton mit der Vorstellung des Tones verglichen wird, so entsteht ein Verwerthungsäquivalent von Harmonie oder Disharmonie, gerade so, wie wenn die beiden Töne schon vor oder im peripherischen Sinnesapparat Gelegenheit haben, sich zu vereinigen. Wenn zwei akustische Wellensysteme sich treffen, so bilden sie durch Interferenz ein neues, das je nach seiner Form positiv oder negativ, als harmonisch oder als disharmonisch verwerthet wird. Ebenso kann und muß man sich wahrscheinlich die Gegeneinanderwirkung zweier akustischer Determinanten von Tonvorstellungen denken und ebenso die Gegeneinanderwirkung des frischen kin-

[1] Aus dem ausgezeichneten Werk von M. Friedmann, Ueber den Wahn. Wiesbaden 1894, S. 50.

ästhetischen Eindrucks der Kugel mit der kinästhetischen Determinante derselben. Mit anatomischen Bildern, wie der Munk'schen Zelldepôts oder der Associationsfasern kommt man hier viel weniger aus, als wenn man mathematische Bewegungsgesetze nach Art der akustischen Wellenkurven auf einander wirkend denkt. Findet in dem Falle der Kugel eine positive Reizverwerthung statt, d. h. harmonirt der Kugeleindruck mit der Kugeldeterminante, so wird das Object als Kugel anerkannt durch das Verwerthungsäquivalent des Geltungsgefühls entweder theoretisch — oder um eine Erregungskette mit innervatorischem Endglied in's Auge zu fassen — sie wird von der erfahrenen Hand des Kegelspielers als Kegelkugel verwendet.

Harmoniegefühl und Geltungsgefühl sind also wichtige Erscheinungsformen der zu den Verwerthungsäquivalenten gehörigen Gefühle. Den apperceptiven Proceß, wie wir ihn eben geschildert haben, bezeichnet von Kries (a. a. O.) treffend als Conformirung. Von seinem anatomischen Ort läßt sich nur sagen, daß er beim Menschen einerseits mit den corticalen Endigungen der Sehstrahlung beginnt, andererseits aber mit den Endigungen der corticopetalen Trigeminusbahn (aus den Augenmuskeln) in der Körperfühlsphäre. Wenn auf associativem Weg, etwa durch die Frage nach der Form der Erde, die Kugeldeterminante gereizt wird, so entstehen außer dem psycho-physischen Aequivalenzwerth der Kugel auch actuelle Innervationscomplexe der Augenmuskeln, welche denen bei der Wahrnehmung der Kugel mathematisch ähnlich sind. Auch faradische Reizung dieser Determinanteregion, sei es an der Centralwindung, sei es an der Sehrinde macht combinirte Seitwärtswendung des Blickes. Als Product der generalisirenden Reizverwertung ist die kinästhetische Kugeldeterminante dieselbe für große und kleine, für blaue und weiße Kugeln, sie ist dieselbe, ob sie mit den Augenmuskeln oder mit den Muskeln der Hand realisirt wird. Daher können in ihrer Realisirung die verschiedenen Muskelkomplexe für einander eintreten, beim Blinden sowohl wie beim kinästhetischen Künstler, dem „Griffelkünstler“[1] und Bildhauer. (Vergl. § 5.) —

Merkwürdigerweise bezeichnen die Psychologen und die Kliniker mit dem Worte „Vorstellung“ zwei ganz verschiedene Dinge, nämlich die actuellen psychischen Phänomene, die Präsen-

---

[1] Ein Ausdruck Max Klinger's aus seiner Schrift: Malerei und Zeichnung. Leipzig 1903.

tien von Helmholtz und die anatomische Disposition, durch welche die Art der Vorstellungen bedingt wird, d. h. unsere Determinanten oder die Präsentabilien von Helmholtz. Man sollte durch einen Rindenherd nicht „optische Vorstellungen zerstören" lassen, wie man häufig liest, sondern optische Determinanten. Die Determinanten sind materielle, als solche zerstörbare Dinge, während die Aequivalenzwerte der Vorstellungen energetischer Natur sind. Ein Hund, dem durch Operation an der Centralwindung die Determinanten für die Vorderpfote entfernt sind, verhält sich nach Hitzig so, als ob für dieses Glied das Sehvermögen nicht existire. Er setzt blindlings den Fuß über den Tischrand ins Leere.

Es ist kein unvereinbarer Gegensatz, die Determinante gleichzeitig als eine Structur und als Repräsentant eines Bewegungsgesetzes vorzustellen. Auch die Abbildung einer Melodie auf der phonographischen Walze vereinigt beides. Wir sind oft in Versuchung, anstatt kinästhetischer Determinante kinästhetische Melodie zu sagen. –

Die Eigenschaft der Determinanten, daß sie Repräsentanten von Reizverwertungstypen, von Verhaltungsweisen sind, sei es nun, daß die Endglieder der durch sie bestimmten Erregungskette innervatorische oder Äquivalenzwerte seien, veranlaßt zu einer kurzen p ä d a g o g i s c h e n Abschweifung und Nutzanwendung. Die Aufgabe der Erziehung, ist optimale Verhaltungsweisen des Verstehenden oder Reagirenden zu lehren und einzuprägen. Reizverwerthungsmechanismen mit innervatorischen Endgliedern sind Fertigkeiten; sind die wesentlichen Endglieder der Kette Aequivalenzwerthe, so gehört sie in das Gebiet des Begriffs- und Auffassungsvermögens. Die physiologische Bestimmung des menschlichen Gehirns ist, Reizverwerthungsmechanismen in sich aufzunehmen, aber nicht die passive Rolle der phonographischen Walze zu spielen. Die letztere unphysiologische Verwendung des Gehirns hat statt bei der reinen Gedächtnißarbeit, Auswendiglernen von Gedichten und Aehnlichem. Es ist mir sehr zweifelhaft, ob die Gedächtnißfunction durch Uebung gekräftigt wird, wie man oft behaupten hört. Mir erscheint sie als ein Attentat auf die Hirnrinde und ich habe nach eigener Erfahrung und nach der Aussage ungewöhnlich urtheilsfähiger Pädagogen den Eindruck, daß sie das Auffassungsvermögen und die Determinantenbethätigung direkt schädigt. Ich glaube ferner, daß der seit den Tagen der mykenischen Kunst und länger kaum dagewesene Tiefstand des

ausübenden und aufnehmenden Kunstsinnes im 19. Jahrhundert zum Theil auf die genannte Schädigung zurückzuführen ist. Die specifische Leistungsfähigkeit des Determinantenapparates wird eben durch das Uebermaß einer perversen und den Mangel einer adäquaten Inanspruchnahme herabgesetzt.

§ 5. Raumanschauung, Localzeichen, Association.

Bei der räumlichen Erfassung eines nahen Körpers, etwa einer Kugel, ist das Spiel der äußeren Augenmuskulatur bestrebt, gewisse Hauptpunkte des Körpers nacheinander zum Schnittpunkt beider Augenachsen zu machen, so daß ihre Bilder gleichzeitig auf die beiderseitigen Punkte des deutlichsten Sehens, die Centralgruben, Foveae centrales, fallen. Bildet sich so der Punkt *a* der Kugel in den Foveae ab, so fallen die Bilder der Punkte *b*, *c*, *d* . . . auf die periphere Netzhaut. Die Gleichgewichtsbedingung der Augenbewegung verlangt, daß auf hinreichend starke Lichtreize die Fovea eingestellt werden muß. Daher veranlassen jene peripheren Reize bei einer hinreichenden Stärke, die durch physikalische Intensität oder durch Einstellungsinnervation (entsprechend der Aufmerksamkeit vergl. § 7) hergestellt wird, eine Störung jener Gleichgewichtsbedingung, die durch negative Reizverwerthung unter negativem Verwerthungsäquivalent restituirt wird. Der Erfolg dieses Reflexes ist die Einstellung der Fovea auf den reizenden Punkt. Gleichzeitig bewirkt der periphere Netzhautreiz den über- oder unterschwelligen Aequivalenzwerth einer undeutlichen Lichtempfindung, die ebenfalls unter negativer Reizverwerthung abgelehnt und nach Einstellung der Fovea durch ein deutliches Bild ersetzt wird. Später werden wir sehen, wie sich aus ähnlichen Theilactionen jedes Lernen und jedes Denken zusammensetzt. Durch eine Kette derartiger Reflexe werden nacheinander alle Hauptpunkte der Kugel auf die Fovea gebracht. Der durch Reizung der Fovea erzeugte optische Eindruck ist stets der Indicator, daß die Gleichgewichtsbedingung erfüllt ist. Jede einzelne Muskelaction wird ständig durch centripetale (receptorische) Innervation regulirt. In jedem Zeitdifferential findet eine solche Regulirung statt, die nichts ist als eine Reizverwerthung, und zwar eine Erregungskette mit innervatorischem Endglied. Außerdem aber leisten die receptorischen Schenkel der Erregungsketten Remanenz- oder Determinantenarbeit, vermöge deren von jeder Muskelaction eine Determinante zurückbleibt. Die Summe oder besser das Integral

der bei der Erfassung der Kugelform abgelaufenen receptorischen und motorischen Innervationen nenne ich den Innervationscomplex dieses Actes; die Summe der von den receptorischen Schenkeln der Erregungsketten dabei gebildeten Determinanten ist ein Determinantensystem oder kurz die kinästhetische Determinante der Kugel. Sie enthält gleichsam eine Analyse des scheinbar rein optischen Eindruckes, der durch die Abbildung der Kugel auf der Netzhaut hervorgerufen wird und eine optische Determinante in der Hirnrinde hinterläßt. Die ganze Verwerthungsfähigkeit der optischen Determinante beruht aber auf der kinästhetischen Verarbeitung. Wenn ein ferner Gegenstand, ein Baum z. B., unter kleinem Gesichtswinkel erscheint, so kann sich die actuelle Arbeit der Augenmuskeln an der Feststellung der Raumwerthe dieses zunächst rein optischen Bildes nicht betheiligen. Vielmehr erfolgt die Verwerthung dieses optischen Eindruckes mit Hülfe der kinästhetischen Determinante des Baumes, die durch frühere Nahebilder von Bäumen bewirkt worden sind. Das Fernbild eines wenig ausgedehnten Körpers wird also ebenso mit Hülfe des kinästhetischen Sinnes gedeutet, wie das Nahebild. Ein prinzipiell schwerwiegender Unterschied zwischen Fern- und Nahebild, wie ihn Adolf Hildebrand, der ästhetische Denker und große Künstler, in seinem „Problem der Form in der bildenden Kunst“ construirt, kann also nicht anerkannt werden. Es ist wesentlich die kinästhetische Determinante, die ein Object derart repräsentirt, daß mit ihrer Hülfe andere gleichartige Objecte erkannt und motorisch verwerthet werden können. Im Falle des Erkennens hat die durch die Determinante in ihrem Verlauf bestimmte Erregungskette zum energetischen Endglied den Aequivalenzwerth, der dem Object entspricht und wohl immer von Innervation der Augenmuskeln begleitet ist. In der kinästhetischen Determinante einer Kuh ist u. a. enthalten das Verhältnis der Länge zur Breite in den verschiedenen Querebenen des Körpers und der Rhythmus ihrer Bewegung. Es steckt also in ihr gewissermaßen die allgemeine mathematische Formel, das Bildungsgesetz der Kuh, kurz der Begriff, welcher der Einzelwahrnehmung ihre Deutung, ihren Realitätswerth verleiht. Wir finden uns hier wieder in Uebereinstimmung mit einer der wichtigsten Grundlehren Kant's. Vermöge ihres allgemeinen Werthes faßt aber die Determinante auch Kühe verschiedenster Größen, Farbe etc. in sich. Die Determinante giebt, als unmittelbares Product des

Wahrnehmungsprozesses, nicht das Einzelobject wieder, sondern schon bei einer sehr beschränkten Anzahl von Einzelerfahrungen den Verwerthungswerth, das Gesetz des Objectes. Adolf Hildebrand hat dies sehr scharfsinnig erkannt. Er nennt unsere Determinante den Daseinswerth, den Einzeleindruck aber den Wirkungswerth des Objects. Es gehört zu den gesetzgebenden Eigenschaften der Determinante, daß sie nicht nur vermöge der Augenmuskeln, durch deren Thätigkeit sie entstanden ist, sondern auch durch jede andere Muskelgruppe, speziell der Hand, innervatorisch realisirt werden kann. Es giebt keine gedächtnißmäßige Reproduction der Determinante ohne Thätigkeit der Augenmuskeln. Die Bewegungen der Hand, durch dieselbe Determinante bestimmt, realisiren dasselbe Gesetz. – Auf der Realisirbarkeit der aus einem Muskelgebiet stammenden Determinante durch andere Muskelcomplexe beruht das Zeichnen und die Bildhauerei. Wir wissen ferner, daß die Determinante nicht ein photographisches Abbild des Objectes ist, sondern die Verwerthungsreaction des Subjects darstellt oder das subjectiv erfaßte Wesen des Objects. Solche individuelle Auffassung oder Verwerthung des Gegenstandes verkörpert sich dann in der Zeichnung. Je intensiver die Verwerthungsarbeit war, deren Niederschlag wir in der Determinante erkennen, um so mehr trifft die Determinante, also auch die Zeichnung, den Kern des Dinges, um so charakteristischer ist sie, und gleichzeitig um so mehr entfernt sie sich von photographischer Aehnlichkeit; um so stärker ist aber andererseits die künstlerische oder, was hier dasselbe heißt, die symbolische Kraft der Determinante und der Zeichnung (vergl. § 8). Der künstlerische Werth der Determinante wächst mit der Intensität der individuellen Verwerthungsarbeit, deren Niederschlag sie ist. Daher die oft überraschende Wirkung einer einfachsten, von Meisterhand stammenden Contour, welche das Object gewissermaßen auf seine einfachste Formel bringt. Auf die Mehrbeanspruchung von Verwerthungsarbeit beziehe ich es auch, wenn eine Landschaft bei Betrachtung mit geneigtem Kopf an ästhetischem Werth gewinnt. Denn an die Intelligenz der unbewußten Augenmuskelbewegung und ihrer Innervationscomplexe werden alsdann ganz ungewohnte Anforderungen gestellt, die im verdunkelten Raum nicht erfüllt werden können. In diesem erscheinen bei geneigtem Kopf verticale Linien schief. (Aubert'sches Phänomen.)[1]

[1] Sachs und Meller, Ueber die opt. Orientirung bei Neigung des Kopfes gegen die Schulter. v. Graefe's Archiv, Bd. 52.

Man bedenke, wie viel „unbewußte Schlüsse", wie viel Mathematik schwierigster Art in solchen, aber auch in viel einfacheren Fällen zu leisten ist, damit eine richtige Orientirung und Raumconstruction zu Stande kommt. Das Denken, wie alle anderen „intelligenten Prozesse", ist eben seinem Effekt und seinem Mechanismus nach in hohem Maße unabhängig von der Bewußtheit oder der Ueberschwelligkeit des Aequivalenzwerthes, worüber später näher zu reden ist. Hier berufe ich mich nur auf das aus verwandten Betrachtungen hervorgehende klassische Zeugnis von Helmholtz.[1] „Wir werden, wie man sieht, durch diese Untersuchungen zu einem Gebiet von psychischen Thätigkeiten geführt, von denen bisher in wissenschaftlichen Untersuchungen wenig die Rede gewesen ist, weil es schwer hält, überhaupt von ihnen in Worten zu reden. Am Meisten sind sie noch in ästhetischen Untersuchungen berücksichtigt worden, wo sie als „Anschaulichkeit", „unbewußte Vernunftmäßigkeit", „sinnliche Verständlichkeit", und in ähnlichen halbdunklen Bezeichnungen eine große Rolle spielen. Es steht ihnen das sehr falsche Vorurtheil entgegen, daß sie unklar, unbestimmt, nur halb bewußt vor sich gingen, daß sie als eine Art rein mechanischer Operationen dem bewußten und durch die Sprache ausdrückbaren Denken untergeordnet seien. Ich glaube nicht, daß in der Art der Thätigkeit selbst ein Unterschied zwischen den ersteren und den letzteren nachgewiesen werden kann. Die ungeheure Ueberlegenheit des bis zur Anwendung der Sprache gereiften Erkennens erklärt sich hinlänglich schon dadurch, daß die Sprache einerseits es möglich macht, die Erfahrungen von Millionen von Individuen und Tausenden von Generationen zu sammeln, fest aufzubewahren und durch fortgesetzte Prüfung allmählich immer sicherer und allgemeiner zu machen. Andererseits beruht auch die Möglichkeit überlegten gemeinsamen Handelns des Menschen und damit der größte Theil ihrer Macht auf der Sprache." —

Da auch die bei feststehendem Augapfel zu Stande kommende, scheinbar rein optische Wahrnehmung räumlich ausgedehnt ist, so müssen den einzelnen Netzhautpunkten Raumwerthe, sogenannte Localzeichen, zukommen. Jedes Localzeichen entspricht einem muskulären Werth und ist — in unserer Sprache ausgedrückt —

[1] v. Helmholtz, Die neueren Fortschritte in der Theorie des Sehens. Vorträge und Reden. 1. Bd. Braunschweig 1884.

eine kinästhetische Determinante. Das Localzeichen einer Netzhautstelle *a* entspricht dem receptorischen Antheil desjenigen Innervationscomplexes, welcher veranlaßt, daß durch eine entsprechende Drehung des Augapfels die Fovea in diejenige relative Lage zum feststehenden Kopf geräth, in welcher vorher die Stelle *a* sich befand. Die Localzeichen können als primäre Determinanten bezeichnet werden, da sie entweder, wie beim Hühnchen, angeboren sind, oder später mit Nothwendigkeit in einem bestimmten Sinne erworben werden. Die Selbstständigkeit der kinästhetischen gegenüber den optischen Eindrücken geht am besten aus S. Exner's [1] Schilderung eines Patienten der Nothnagel'schen Klinik hervor:

„Es handelt sich um einen Mann, der nur 40 Jahre alt, etwa 5 Wochen, ehe ich ihn sah, plötzlich, wie er sich ausdrückt, blind geworden war. In das Spital gebracht, zeigte er sich von herabgesetzter Intelligenz. Er mußte sich z. B. lange besinnen, in welchem Monat wir sind u. dergl. mehr. Er hatte Sehstörungen, welche, beide Augen betreffend, von Nothnagel als corticale diagnosticirt wurden. Die Untersuchung ergab, daß, wenn man im verdunkelten Zimmer vor ihm eine Kerzenflämme bewegte, er sie zunächst anscheinend nicht bemerkte, wenn sie sich im oberen Theil des Sehfeldes befand. Sowie man aber den horizontalen Meridian seines Sehfeldes passirte, veränderte sich plötzlich der Ausdruck seines Gesichtes, als hätte er etwas bemerkt. (Er erinnerte dabei ganz exquisit an durch Rindenexstirpation hemiamblyopisch gemachte Hunde, denen ein Stück Fleisch über die Medianebene des Sehfeldes geführt wird.) Dieser Ausdruck war ein freudiger, da er in solchen Fällen eine Besserung seines Uebels zu erkennen glaubte. Daher kam es auch, daß er dann mit einem gewissen Eifer die Localität, an der sich die Flamme befand, bestimmte. Die Art aber, wie er sich dabei benahm, war eine sehr auffallende.

Da er vollkommen normalen Augenspiegelbefund bot, so mußte man erwarten, daß er, wie ein normaler Mensch, mit dem Blicke das gesehene Object sofort erfassen werde. Denn auch ein sehr lichtschwaches oder verwaschen aussehendes Object, wenn es einmal bemerkt ist, wird vom normalen Menschen ebenso rasch fixirt, wie ein gewöhnliches. Unser Kranker aber tastete gleichsam mit dem Blicke umher, bis er es endlich fand, wobei

[1] S. Exner, Entwurf zu einer physiologischen Erklärung der psychischen Erscheinungen. Leipzig u. Wien, Franz Deuticke, 1894, S. 255.

er anscheinend instinctiv auch die Hand zu Hülfe nahm, um sich durch diese von der Richtigkeit seiner Augenlocalisation zu überzeugen. Also um es zusammenzufassen: Der Eintritt der Flamme in die untere Hälfte des Sehfeldes machte ihm einen lebhaften Eindruck. Die Angabe aber, wo sich dieselbe befindet, war erst nach längeren tastenden Blickbewegungen möglich. Anders stand es mit dem oberen Theile des Sehfeldes. Man hätte bei flüchtiger Untersuchung glauben können, daß er hier gar nicht sehe. In der That war eine Angabe über die Lage der Flamme hier nicht zu erhalten, oder wenn man sie erhielt, war sie so falsch oder unsicher, daß dabei jeder, oder doch sicher fast jeder Localeindruck auszuschließen war. Deckt man aber die Flamme mit der Hand zu, so gab er richtig an, daß irgendwo etwas „dunkler geworden“ sei, deckt man sie wieder ab, so erkannte er eine Aufhellung seines Sehfeldes. Dieses war unvollkommen unzweideutig. –

Dieser Mann hatte also für den oberen Theil seines Sehfeldes das retinale Localisationsvermögen vollkommen verloren, für den unteren Theil war es bedeutend geschädigt. Ich möchte vermuthen, daß ähnliches bei manchen corticalen Sehstörungen vorkommt.“ – Nach dieser Schilderung einer, ich möchte sagen, oculären Ataxie, berichtet Exner über einen Fall, in dem umgekehrt von dem überhaupt noch functionirenden aber hochgradig sehschwachen Theil des Gesichtsfeldes „ganz kleine Bewegungen des Perimeterschlittens als solche wahrgenommen wurden, ohne daß Patient im Stande gewesen wäre, darüber auszusagen, was er eigentlich sich bewegen sehe.“ In einem weiteren Falle von hemianopischem Ausfall sämmtlicher Farbenqualitäten bei erhaltenem Helligkeits- und Raumsinn[1] muß auf eine Störung der corticalen Aequivalenzarbeit, im ersten Fall von Exner auf Störung der kinästhetischen, im zweiten Falle der optischen Determinanten geschlossen werden. —

Der erste Fall Exner's von zweifelloser Großhirnerkrankung demonstrirt, daß an der kinästhetischen Verwerthung der optischen Eindrücke die Hirnrinde betheiligt ist. Auch ist es auf Reizung der kinästhetischen Determinanten zu beziehen, daß von der Occipitalrinde und der motorischen Region aus durch faradische Reizung combinirte Blickwendung ausgelöst werden kann, die offenbar dem motorischen Schenkel des Foveaeinstellungsreflexes

[1] J. Samuelsohn, Centralbl. f. d. medic. Wissensch. 1881, cit. nach Exner a. a. O.

entspricht.[1] Da aber die Taube ohne Großhirn keine Störung der Augenbewegungen zeigt, von den Wirbelthierklassen, in denen die Bedeutung des Großhirns mehr zurücktritt, ganz zu schweigen, so muß der Foveaeinstellungsreflex auch im Hirnstamme vorgebildet sein und hier ist seine Anatomie leichter zu übersehen. –

Wie schon früher ausgeführt wurde (§ 2), theilen sich beim Menschen die centralen Bahnen der specifischen Sinnesapparate in einen reflexauslösenden Ast für Erregungsketten mit vorwiegend innervatorischen Endgliedern und in einen cerebralen, der außerdem auch zur Erregung von Aequivalenz- und Remanenzwerthen dient. Bei niederen Wirbelthieren scheinen die letzteren Functionen auch im Hirnstamm zu Stande zu kommen. Die Großhirnbahn des Sehapparates setzt diejenigen Sehnervenfasern fort, die im Corpus geniculatum externum endigen. Die in das Dach des vorderen Vierhügels einmündenden, die sogenannten tectalen Elemente der Sehnerven bewirken beim Menschen wesentlich den Pupillarreflex, stehen also zu dem benachbarten Oculomotoriuskern in naher Verknüpfung. Diese Beziehung macht es möglich, daß bei entgroßhirnten Tauben die optische Orientirung im Raume fast ungestört vor sich geht. Es müssen also auch im Subcorticale kinästhetische Determinanten gebildet werden und vorhanden sein. Ich schreibe überhaupt aus anatomischen Gründen den subcorticalen Verbindungen eine besonders große Bedeutung für die Localisation zu. Die Nervenkette zur Sehrinde ist im Corpus geniculatum unterbrochen. Es kann angesichts der anatomischen Art dieser Unterbrechung nicht wohl eine Faser der corticalen Sehstrahlung geben, die auschließlich mit einem Netzhautelement verbunden ist. Hingegen kann von jeder tectalen Endigung der Sehnerven angenommen werden, daß sie in scharfer umschriebener topischer Beziehung zu den einzelnen Netzhautelementen steht. Die einzelne tectale Endigung tritt nun höchstwahrscheinlich mit kinästhetischen Determinanten des Trigeminusgebiets, das die receptorische Faser des Augenmuskelapparates aufnimmt, in associative Verknüpfung. Dieser Vorgang muß in onto- oder phylogenetischer Vergangenheit folgendermaßen vor sich gegangen sein: Die stammesgeschichtlich und ontogenetisch ältere tectale Sehnervendigung macht bei ihrer Erregung Foveaeinstellungsreflexe, die kinästhetische Determinanten im Trigeminusgebiet hinterlassen.

---

[1] Auf Zerstörung von Augenmuskeldeterminanten beruhen wohl auch die von Hitzig beobachteten Sehstörungen nach Läsion der Centralwindungen.

Der localisirte optische Eindruck *a* führt also regelmäßig zur Bildung der Determinante *b* und dies geschieht nach dem Associationsgesetz auch noch dann, wenn eine Reflexbewegung sich nicht mehr dazwischen schiebt. Die Anfangsstelle des fraglichen kinästhetischen Determinanten muß der sensible Endkern des Trigeminus sein. Diese Trigeminusdeterminanten würden also bei jedesmaliger Opticusreizung erregt werden und ein Zeichen ihrer Erregung zum corticalen Trigeminusfeld in der Körperfühlsphäre schicken, wo auch die optisch-kinästhetische Determinante des Cortex beginnt oder endigt. Auf diesem Felde spielt sich dann die corticale Verarbeitung des Eindrucks ab, während die Determinanten der Localzeichen auch subcortical vertreten sind. —

Durch diese Hypothese wird eine Verbindung zwischen der tectalen Sehnervenendigung, dem Lobus opticus niederer Wirbelthierklassen, und der Gegend des sensiblen Trigeminuskernes postulirt, eine Verbindung, die, falls sie wesentlich aus einem Neuron besteht, demonstrirbar sein müßte. Sie ist es in der That. Das zum Theil aus der fontänenartigen Haubenkreuzung Meynert's hervorgehende prädorsale Längsbündel steigt nicht ganz ins Rückenmark hinunter, sondern wahrscheinlich nur mit denjenigen Fasern, die aus dem von mir aufgefundenen Nucleus tecti spinalis intratrigeminalis[1] stammen. Der übrige Theil zieht aus dem Opticusantheil des vorderen Vierhügels gekreuzt in die Oblongata als faisceau tecto-bulbaire prédorsal von Pavlow und könnte die geforderte absteigende Verbindung der Sehnervenendigung mit dem zum Auge gleichseitigen Trigeminusgebiet herstellen. Der für uns in Betracht kommende Weg vom Trigeminusgebiet zum Sehhügel und zur Hirnrinde geht wahrscheinlich zum Theil über das Kleinhirn als Trigeminusportion der Kleinhirnseitenstrangbahn. Die Frage, was es eigentlich ist, das in den Bahnen des Muskelsinnes geleitet wird, ist mindestens so schwierig, wie das analoge Problem bei den höheren Sinnen. Die kinästhetischen Determinanten sind stets schon Product der Reizverwerthung und in dem einfachen Falle der „Kugeldeterminante" kann man sich geradezu vorstellen, daß sie eine Art von Rhythmus repräsentirt, dessen Fortleitung verhältniß-

[1] Ueber die Coordinationskerne des Hirnstammes und die absteigenden Spiralbahnen. Monatsschrift für Psychiatrie u. Neurologie 1900. Vergl. auch: Die absteigende Tecto-Spinalbahn, der Nucleus intratrigeminalis tecti und die Localzeichen der Retina. Neurolog. Centralblatt 1903.

mäßig einfach gedacht werden kann. Der rein optische Eindruck zusammen mit dem Determinantenrhythmus der Kugel ergiebt als corticales Product den Aequivalenzwerth des Kugelbildes. —

Wir haben in der vorausgegangenen Theorie des Localzeichens ohne Weiteres das Associationsgesetz auf subcorticale Vorgänge angewandt. Es ist dieses einer der wenigen gesetzmäßigen Zusammenhänge, deren Entdeckung wir wesentlich der psychologischen Selbstbeobachtung verdanken. Wir übertragen es mittelst der Methode der physiologischen Transponirung auf das physiologisch-anatomische Gebiet. Wer die Leistungen künstlich großhirnlos gemachter Tiere oder niederer Vertebraten bedenkt, wird um so weniger die an sich schon wahrscheinlichste Annahme bestreiten, daß Associationen nicht an die sogenannten Associationsfasern des Großhirns gebunden sind, sondern eine allgemeine Eigenschaft der reizempfänglichen und reizverwerthenden thierischen Substanz sind. Speciell werden uns noch die Betrachtungen über Kleinhirnfunction lehren, wie wenig wir ohne diese Annahme auskommen können. Wir drücken das Associationsgesetz so aus: Wenn zwei Erregungen in hinreichendem simultanem oder successivem Zusammenhang aufgetreten sind, so ruft eine von ihnen, die in genügender Stärke einzeln auftritt, die andere wieder hervor. Wir können uns den Vorgang mehr als bloß bildlich, wie ich glaube, näher bringen, wenn wir unserer Vorstellung eine etwas akustische Färbung geben. Wenn die Erregung *a* von der Erregung *b* begleitet wird, so ist dem Remanenzwerth von *a* ein für *b* characteristischer Ton beigemischt, so daß bei der Realisirung von *a* auch *b* durch eine Art von Resonanz anklingt. Die materielle Verbindung des Determinanten *a* und *b* kann durch moleculare Anordnungen des indifferencirten Protoplasmas, des scheinbar homogenen Neuropils oder auch durch echte Neuronketten gegeben sein. — Gut zu der eben angeregten Vorstellung, aber schlecht zu dem üblichen Associationsfaserschema paßt folgende Beobachtung, die gewiß nicht neu, aber von größter Bedeutung für die gesammte Psychologie und Aesthetik ist. Ich sah kürzlich ein Theaterstück, das auf einen fast gleichmäßig trüben Ton gestimmt ist, ein meisterhaftes, wenn auch gewiß nicht nachahmenswerthes Werk, dessen düsteres Grau sich niemals lichtet, „das Nachtasyl“ von Maxim Gorki. Die Stimmung, in die ich gerieth, brachte mir alle unangenehmen Gedanken, die ich irgend auf Lager hatte, zum Be-

wußtsein, ohne daß ein directer associativer Zusammenhang zu bemerken gewesen wäre.

Der nachempfundene Rhythmus des Kunstwerks zieht die Vorstellungen desselben Rhythmus heran, welcher Vorgang nur mit dem des Mittönens zu vergleichen ist. — Die über- und unterschwelligen Verwerthungsäquivalente bilden die hauptsächliche Verankerung der Remanenzwerthe. —

Der associative Vorgang besteht also in folgendem: Der Aequivalenzwerth der Vorstellung *b* bilde das Anfangsglied einer Erregungskette, den Gegenstand einer Reizverwerthung. Die associirte Vorstellung *c* ist das Product der Reizverwerthung. Der Gang der Reizverwerthung, d. h. hier der Association, würde aber bestimmt durch das Verwerthungsäquivalent (Gefühlston), das in *b* als Oberton enthalten ist, von jener Erregungskette her, durch die *b* aus *a* entstanden ist. Das Verwerthungsäquivalent $a \rightarrow b$ bestimmt das Verwerthungsäquivalent $b \rightarrow c$ und damit den Verlauf dieser Association. Wir sehen, wie durchtränkt mit Gefühlsmomenten der sogenannte Vorstellungsmechanismus ist und können uns um so eher denken, wieso eine gefühlsstarke Vorstellung ein auf das betreffende Verwerthungsäquivalent gestimmtes Wahnsystem erzeugen kann, wenn die psychopathischen Bedingungen zur Paranoia vorhanden sind. —

Der Leitungsweg der Trigeminusdeterminanten berührt, wie oben gesagt, das Kleinhirn und tritt dadurch auch in Beziehung zum Deiters'schen Kern, welcher ein Hauptcentrum der conjugirten Augenbewegungen ist, indem er im dorsalen Längsbündel Fasern zu den beiderseitigen Augenmuskelkernen schickt. Uebrigens finden sich, dem sensiblen Trigeminuskern dicht angelagert, auch Zellen der Nucleus reticularis, deren Achsencylinder sich ebenso zu den Augenmuskelkernen verhalten. So schließt sich ein weiterer Reflexbogen, der subcorticale Opticuserregungen auf dem Weg über den sensiblen Trigeminuskern auf die Augenmuskelkerne einwirken läßt.

In viel innigerer Weise als mit dem Trigeminuskern ist das Kleinhirn und der Deiters'sche Kern mit den Vorhofsnerven verbunden, wodurch das statische Sinnesorgan des inneren Ohres seine beherrschende Wirkung auf die Bewegungen der Augenmuskeln und speciell des Kopfes gewinnt. Die Gleichgewichtsbedingung des vestibularen Reflexapparates hat eine dem Foveaeinstellungsreflex sehr ähnliche und einfache Form: Wird der

nicht unterstützte Kopf plötzlich aus seiner Normallage zum Rumpf und zur Richtung der Gravitation verdrängt, so entsteht dadurch eine Erregung des Vestibularapparates mit der Tendenz, die Normallage des Kopfes und die ursprüngliche Richtung der Augenachsen im Raume wieder herzustellen. Das hauptsächliche Ausführungsorgan dieser Gleichgewichtsbedingung ist der Deiters'sche Kern mit seinen Achsencylindern zu den Kernen der Augen- und Nackenmuskeln. In diese großen Reizverwerthungsgesetze schiebt sich eine endlose Reihe kleiner Regulationen ein, die für den Augenmuskelapparat vom sensiblen Trigeminus ausgelöst werden. Wenn eine Raumform anstatt von den Augenmuskeln von dem ganzen Kopf bei relativ stillstehenden Augäpfeln umtastet wird, so tritt an die Stelle der kinästhetischen Trigeminusdeterminante eine Vestibularisdeterminante, deren anatomischer Sitz wesentlich der dem Kleinhirn angehörige (cerebellare) Endapparat des Vestibularis ist. So wird die gegenseitige Vertretbarkeit der — verschiedenen Nervenbezirken angehörigen — Determinanten derselben Objecte auch anatomisch plausibel. In diesem Sinne ist es weiterhin von größter Bedeutung, daß die meisten Fasern des sogenannten Muskelsinnes ebenfalls ins Kleinhirn gehen, ebenso wie viele Fasern der anderen Hautsinne für Schmerz, Temperatur etc.[1] Ueberschwellige Aequivalenzwerthe vermag das Kleinhirn beim normalen Menschen, außer vielleicht dem des Schwindelgefühls, nicht

[1] Vergl. meine Abhandlung: Zur anatomischen Grundlegung der Kleinhirnphysiologie. Pflüger's Archiv 1902, Bd. 89. Inzwischen habe ich noch eine weitere Fasergruppe ins Kleinhirn verfolgen können. Nach Zerstörung der Hinterstrangkerne einer Seite zeigt die Marchimethode, daß viele Fasern der medialen Schleife in die große Olive der Gegenseite eintreten, deren meiste Axone bekanntlich wieder in die contralaterale Kleinhirnhälfte ziehen. Dadurch lernen wir eine neue gleichseitige Verbindung des Kleinhirn mit dem Hinterstrang kennen, der als Bahn des Muskelsinnes auch die Olive als dieser Function dienend kennzeichnet. In ebensolchem Lichte erscheint die mediale Schleife, die auch die Axone eines Vestibularisendkernes, des medialen Acusticuskernes aufnimmt, und sie mit sich zum ventralen Thalamuskern und von hier zur Centralwindung führt. Eine zweite corticopetale Verbindung des Vestibularis bildet der Bindearm, der ebenfalls im ventralen Thalamuskern endigt. Dadurch erscheint die mediale Schleife als ein Hauptleiter der kinästhetischen Determinanten und der Localzeichen zum Großhirn. Eine absteigende Verbindung zwischen Grosshirn und Kleinhirn vermitteln die corticopontinen Systeme, die von mir (a. a. O.) als Einstellungsbahnen (§ 7) angesprochen wurden und in Function treten sollen, wenn z. B. bei klinischer Untersuchung des Localisationsvermögens die kinästhetischen Determinanten von der Hirnrinde her gereizt werden.

zu produciren. Sonst müßten schwere Erkrankungen des Organes von bewußt sensiblen Ausfallserscheinungen begleitet sein. Ebenso wie die tectale Opticusendigung erzeugt es nur Remanenzwerthe und innervatorische Endglieder von Erregungsketten. Kinästhetische, optische, vestibulare Orientirung dienen nach gleichen Prinzipien der gleichen Aufgabe.

Außerdem dient das Kleinhirn mittelst des Bindearmes als Durchgangsstation von Fasern besonders des Muskelsinns zum Großhirn. Es sind also nach Läsionen des Organs bei Thieren innervatorische Störungen des „Muskelsinns" zu erwarten, wie sie in neueren Arbeiten thatsächlich nachgewiesen wurden. Doch führt der Ausdruck Muskelsinn zu falschen Vorstellungen, so lange nicht Ueberschwelligkeit der entsprechenden Aequivalenzwerthe in analogen Fällen beim Menschen beobachtet ist. Ich z. B. möchte die Bezeichnung atactische oder qualitative Störungen" der Sensomobilität" vorziehen, der sich allerdings weniger von den Ergebnissen früherer Autoren unterscheiden würde.

Die Localzeichen der Haut haben die gleiche Entwickelungsgeschichte, wie die der Retina. In phylogenetischer und ontogenetischer Vergangenheit veranlaßt ein heftiger Hautreiz am Unterschenkel eine Abwehrbewegung mit Händen und Füßen. So bildet sich im Anschluß an die Endigungen des peripherischen sensiblen Neurons eine kinästhetische Determinante, die in Zukunft durch Reizung jenes Neurons associativ miterregt wird, auch wenn keine Reflexbewegung erfolgt. Der Erregungszustand der Determinanten wird dann gleichzeitig mit dem primären Reiz großhirnwärts zur Centralwindung geleitet, wo die weitere associative Verarbeitung mit Bildung überschwelliger Aequivalenzwerthe erfolgt. —

Die Anfangsstelle dieser kinästhetischen Determinante müßte zunächst in dem Grau der Eintrittshöhe der gereizten hinteren Wurzel oder wenig darüber vermutet werden, wo die meisten „Reflexcollateralen" eintreten. Sie kann aber auch in den Hinterstrangskernen liegen, in denen ebenfalls isolirte Elemente der hinteren Wurzeln endigen. Jedenfalls kommt als ihr Leiter im Rückenmark in erster Linie der Hinterstrang in Betracht, sei es nun, daß es sich um directe Elemente der hinteren Wurzeln handelt, sei es um secundäre (endogene) Neurone, die im Rückenmarksgrau entspringen. Auf den Hinterstrang, als den Leiter der localisatorischen Componente der Hautempfindung weisen die

Untersuchungen O. Förster's hin, nach welchen Störungen des Localisationsvermögens solchen des Muskelsinns parallel gehen. Sonst käme nur noch die Kleinhirnseitenstrangbahn vielleicht für die subcorticale Sensomobilität in Betracht. Denn der Gowers'sche Strang (Tract. anterolateralis ascendens) dient der Leitung specifischer Sinnesqualitäten (Temperatur und Schmerz) und in individuell wechselndem Maße der Berührungscomponente der localisirten Hautempfindung.[1] Durch die inneren Bogenfasern der Oblongata mündet der Hinterstrang in die mediale Schleife ein, die in der Anmerkung S. 467 schon näher behandelt ist. Gegen die eigentlich nächstliegende Annahme, daß die Anfangsstelle der Localzeichen-Determinante in dem Grau des Wurzeleintrittsniveaus liegt, spricht die Angabe in Schlesinger's Monographie der Syringomyelie, der bei dieser Krankheit bis jetzt segmentäre Localisationsstörungen vermißt hat. —

Es giebt Zellen des Rückenmarksgraues, cellules à cylindreaxe complexe nach Ramón y Cajal, und auch ich habe ähnliche Elemente erschlossen, die gleichzeitig mittelst des absteigenden Asts ihres Axons als Coordinationszellen, mittelst des im gekreuzten Vorderseitenstrang oder Hinterstrang aufsteigenden als sensible Zellen functioniren.[2] Solche Elemente könnten dazu dienen, die Localzeichen-Determinante zugleich reflectorisch und sensorisch wirksam zu machen. Diejenige Besonderheit der Reflexmodification, die mit der Auslösungsstelle variirt, habe ich seinerzeit objective Localzeichen genannt.[3] —

Zu ganz verwandten Ergebnissen hinsichtlich der Betheiligung der musculären Componente an unseren psycho-physischen Lebensäußerungen ist in den letzten Jahren Storch ebenso unabhängig von mir, wie ich von ihm, gekommen. Ich glaube, daß seine Arbeiten eine Fundgrube der Erkenntniß für solche sein werden, die es mit mir für des Naturforschers nicht unwürdig halten, wenn er sich eine umfassende Theorie desjenigen Wissensgebietes erarbeitet, der er seine wissenschaftliche Lebensarbeit widmet. Für unglücklich halte ich den von Storch beibehaltenen Dualismus,

[1] Verf., Zur anatomischen Grundlegung etc. (a .a. O.) und Der Reflexweg der Erkältungs- und der Temperaturreize überhaupt. D. med. Wochenschr. 1903, 16.

[2] Ueber die gekreuzt aufsteigende Bahn und ihre Beziehung zum Gowers'schen Strang. Neurol. Cbl., Bd. 19, 1900. Vergl. auch Coordinationskerne des Hirnstammes etc. a. a. O.

[3] Zur anatomischen Grundlegung der Kleinhirnphysiologie etc. a. a. O.

der sich in der Gegenüberstellung seiner Eido- und Ergopsyche gegen das körperliche Geschehen kundgiebt. Ich habe in dieser Schrift darzuthun gesucht, daß sich dieser Dualismus sehr wohl aufheben läßt, einmal erkenntnißtheoretisch und dann durch die Einführung der psycho-physischen Aequivalenzwerthe, die, obgleich sie ein sogenanntes materielles Geschehen darstellen, ohne weiteres in die psychische Seite der Fechner'schen Formeln eintreten können.[1] –

Den sinnfälligsten Hinweis auf die den Ortssinn beherrschende Bedeutung der Muskelgefühle sehe ich in der Art, wie viscerale Empfindungen localisirt werden. Die einzelnen anatomischen Leitungselemente der sensiblen Visceralfasern versorgen ungeheuer große Flächen, wie ich aus dem Vergleich des kleinen Solitärbündels, das sämmtliche sensible Wurzelfasern des Vago-Glossopharyngeus aufnimmt, mit der kolossalen sensiblen Wurzel des Trigeminus erschlossen habe. Ich schätze das Verhältniß der anatomischen Empfindungskreise, d. h. der von einem Leitungselement versorgten Haut-(Schleimhaut-)flächen beider Nerven, des Vagus und Trigeminus auf mindestens 1000:1. Die sensiblen Visceralfasern sind viel weniger auf localisirte Empfindungen und streng localisirte Reflexe, als auf gewisse generelle Reflexe eingerichtet. Eine sensible Vagusreizung kann in Folge dessen Husten erregen, einerlei ob sie in den Sexualorganen, in der Leber, in der Speiseröhre, im äußeren Gehörgang oder im Kehlkopf angreift. Die Ursache jener hustenerregenden Reize wird aber in die Gegend der wichtigsten Hustenmuskeln, speciell in den Rachen verlegt. Jede viscerale Empfindung setzt sich aus einem nicht localisirten Gemeingefühl und aus einer Muskelempfindung zusammen. Sogar die Schmerz- und besonders die Temperaturqualität ist schwach ausgebildet oder fehlt ganz (Lennander).[2] Wenn ein Blinddarm- oder Magenschmerz genauer localisirt wird, dann hat der Patient durch bewußte oder unbewußte Uebung herausgefunden, welche Muskeln der vorderen, dem Getast leicht zugänglichen Bauchwand er contrahiren muß, um die schmerz-

---

[1] Vergl. außer anderen Arbeiten dieses Autors Storch, Versuch einer psycho-physiologischen Darstellung der Sinneswahrnehmungen unter Berücksichtigung ihrer musculären Componente. Monatsschrift f. Psychiatrie u. Neurologie, Bd. XI, 1902.

[2] Schmerz- und Temperaturempfindlichkeit der Bauchorgane. Mittheilungen aus dem Grenzgeb. d. Medicin und Chirurgie, Bd. X.

hafte Stelle vor Druck zu schützen. Die Schwankungen des alltäglichen Gemeingefühls, das in letzter Linie von den Functionsweisen der Eingeweide bestimmt ist, wird auf Brustkorb oder Bauch bezogen, je nachdem die Athmung erleichtert oder erschwert, die vordere Bauchwand mehr oder weniger gespannt ist. Eine Gemüthserregung, die auf denselben Ton gestimmt ist, wie eine angenehme oder unangenehme Visceralerregung, führt durch Association auch zu ähnlichen Variationen der visceralen Thätigkeiten und in Folge dessen zu ähnlichen Gefühlen wie jene. So wird eine Gemüthserregung verstärkt, präcisirt, localisirt durch körperliche Innervationen. Aber ein über- oder unterschwelliger Aequivalenzwerth liegt ihr an sich auch schon zu Grunde, was die Theorie von Lange bestreitet. Das schließt auch Sherrington aus den Ausdrucksbewegungen des isolirten Kopfes. — In der That könnte eine schärfer localisirte Visceralempfindung zu keiner nützlichen Reizverwerthung führen. Nur in dysteleologischen Fällen, in Krankheiten, treten distincte Localisationen auf, die aber nicht durch Reizverwerthung sondern durch dysteleologische Erregungsketten bestimmt sind. Bei krankhafter Reizung der Visceralorgane greift nämlich der Erregungszustand der sensiblen Visceralnerven auf den in seiner Nähe einmündenden Hautnerven über und versetzt dessen Endigung in Ueberempfindlichkeit, die sich zu spontanem Schmerz steigern kann. Das sind die von Roß und Head entdeckten reflectirten Visceralschmerzen. Ihre Localisation ist aber oft sehr irreführend. Denn da sie durch rein mechanische, nicht teleologische Principien bewirkt wird, so entstehen Kopfschmerzen z. B. dann, wenn sensible Herzfasern des Vagus auf den benachbarten Trigeminus irradiiren. — Hier genügt zur Orientirung nicht der „instinctive gesunde Menschenverstand“, sondern es bedarf zur Einordnung der Sensationen in eine objective Realität wissenschaftlicher Anstrengung.

§ 6. Selective Reizverwerthung und functionelle Anpassung, Uebung, Denken, Lernen.

Wir denken uns, wie wiederholt ausgeführt, jeden Reizverwerthungsproceß mit einem über- oder unterschwelligen Verwerthungsäquivalent ausgestattet, mag es sich nun um eine Gesammtreaction handeln oder um den elementaren Theil einer Erregungskette, z. B. eine Associationsreihe, der schon an sich als

eine Reizverwerthung behandelt werden muß. Soweit die Erregungskette in Remanenzwerthen fixirt wird, sind in dieser auch die Verwerthungsäquivalente repräsentirt. Ja, wie oben dargelegt wurde, bedingen gerade sie, d. h. die Gefühlstöne, die wichtigsten Verankerungen im associativen Mechanismus. Wenn wir wieder den Remanenzwerth oder die Determinante einer phonographischen Spur vergleichen, so bildet das Verwerthungsäquivalent einen charakteristischen Oberton, eine Klangfarbe. So kommt es, daß gefühlsstarke Eindrücke stark determinirende Determinanten hinterlassen, deren determinirende Kraft bei neuropathischen Personen zu Zwangs- und Wahnvorstellungen führt. Sind die Gefühlstöne in hohen Remanenzwerthen fixirt, so pflegen die zugehörigen Ausdrucksbewegungen ebenfalls starke Determinanten zu bilden. Bei pathologischem Vorherrschen dieser letzteren kann es zu Zwangsbewegungen und Maladie des Tics kommen, die gleichsam eine Paranoia der innervatorischen Erregungsketten ist.

Wenn wir eine Fertigkeit erlernen, so bilden wir eine neue Determinante, die bestimmend ist für den Ablauf einer innervatorischen Erregungskette. Wenn wir einen geometrischen Lehrsatz erlernen, so bilden wir Determinanten zur Erfassung kinästhetischer Beziehungen. So entsteht auf Grund unserer Kenntniß die Anerkennung (Aequivalent eines Harmonie- oder Geltungsgefühls) der Congruenz zweier Dreiecke, sobald wir uns von der Gleichheit der entsprechenden Elemente überzeugt haben. — Erlernen von Bewegungs- oder Denkgesetzen ist ein gleichartiges Geschehen, nur daß es sich im ersten Falle um Erregungsketten mit innervatorischen Endgliedern handelt, die im zweiten mehr zurücktreten. — Ich will lernen, einen langen Balken unter Balance abzulaufen. Indem ich mir dieses Ziel setze, entsteht der Aequivalenzwerth einer der Bewegungsaufgabe entsprechenden Vorstellung. Wir bezeichnen diesen Aequivalenzwerth kurz als die Bewegungsaufgabe. Beim ersten Schritt bekomme ich ein Uebergewicht nach links. Der Aequivalenzwerth einer entsprechenden Bewegungsempfindung entsteht und wird, weil er mit der Bewegungsaufgabe disharmoniert, negativ reizverwerthet. Wir denken uns den Vorgang in das Licht des Bewußtseins gerückt, d. h. wir wenden die Methode der psychologischen Transponirung an. Dem Disharmoniren mit der Bewegungsaufgabe entspricht dann das Verwerthungsäquivalent einer Unlustempfindung. Das Ergebnis der negativen Reizverwerthung ist eine entgegengesetzt gerichtete

Innervation. Die falsche Bewegungsrichtung wird rückgängig gemacht, vielleicht übercompensirt. Dann wird der zu starke Impuls nach rechts wieder Gegenstand einer negativen Reizverwerthung. Harmonirt der alsdann ausgelöste Impuls mit der Bewegungsaufgabe, so wird die durch positives Verwerthungsäquivalent anerkannte Innervationsform verstärkt und weiter angewandt. Die Reizverwerthung übt also eine richtige Selection aus, indem sie die unzweckmäßigen Modalitäten auslöscht, die zweckmäßigen betont.

Anscheinend braucht ein Innervationscomplex gar nicht motorisch realisiert zu werden, sondern kann auch schon an sich als über- oder unterschwelliger Aequivalenzwerth einer „Innervationsempfindung" zum Gegenstand der Reizverwerthung werden.

Auf diese Weise entsteht ein anerkannter Innervationscomplex, der als Determinante dieser Bewegungsform, als Bewegungsgesetz, fixirt wird. So erscheint die Determinante als Ergebnis functioneller Anpassung. Das auslesende Moment ist die biologische Grundfunction der Reizverwerthung. Die Varianten zur Auslese werden von den centripetalen Erregungen des kinästhetischen Sinnes geliefert, deren Bedeutung für die Regulirung der Bewegung durch Ch. Bell[1] entdeckt und durch Panizza, Longet, in v. Leyden's Theorie der tabischen Ataxie, durch Goldscheider's Untersuchungen über dem Muskelsinn in ihrem weiten Umfang erkannt wurde. Daß die Regulation auf Grund dieser centripetalen Erregungen nicht schlechtweg mechanisch, sondern durch die biologische und selective Action der Reizverwerthung erfolgt, glaube ich der Theorie hinzufügen zu müssen. —

So entstehen die Determinanten aller Bewegungstypen vom Gang des Kindes bis zu dem verwegensten Kunststück der Parterregymnastik. Durch die selective Reizverwerthung werden alle Varianten ausgemerzt, die nicht leistungsfähig sind und die mechanisch einfachsten Lösungen der Bewegungsprobleme werden gleichsam experimentell dargestellt. Die Bewegungsgesetze der Mechanik werden praktisch, d. h. innervatorisch realisirt. Wir wissen, wie die Ameisen das Axiom, daß die gerade Linie die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten ist, zur Darstellung bringen. Ihr erster Weg hinterläßt eine durch Nestgeruch

[1] Auf das Verdienst von Ch. Bell u. Longet bin ich durch v. Strümpell's Arbeit (a. a. O.) aufmerksam geworden. —

gekennzeichnete Spur zufälliger Form; bei der Wiederholung des Weges werden durch experimentirendes Abschneiden der Ecken und Umwege immer kürzere Wege gefunden. Die Abkürzung des Weges, die Verbesserung der Methodik gewissermaßen, hat zur nothwendigen und einzig möglichen Grenze die gerade Linie. Ebenso arbeiten die Bewegungscentren des Menschen, ebenso auch, wie wir anticipiren, unser Denkorgan. Dann erscheint uns das letztere als „Reflexmaschine" Bethe'scher Construction oder mit Waßmann die Ameise als der intelligente Entdecker mathematischer Gesetze, — gerade wie wir die Dinge ansehen wollen. Wir selbst sehen in allem nur ein Problem, eine — vorläufige — Grenze des Naturerkennens, den inneren Mechanismus der Reizverwerthung. Die Ausarbeitung der Bewegungsmechanik beim Menschen, ihre Innervationscomplexe und ihre Fixirung in Determinanten spielt sich zum großen Theil im Kleinhirn ab, solange nicht in Folge Ausfall des Organs andere Subcorticalien die Function übernommen haben. Der massenhafte Zufluß an sensiblen Bahnen, die Structur der Rinde ist eine ausreichendes Substrat für die Complication der Leistung. Es giebt andere unbewußte Functionen, die nicht minderen Intelligenzwerth haben, vor allem die Leistungen der Augenmuskelcentren bei der Raumconstruction. Keine adäquate Aufgabe ist zu hoch für die selective Reizverwerthung normaler Organe. Die prinzipielle Entbehrlichkeit des Großhirns zur selectiven Reizverwerthung wird sehr schön durch einen Versuch beleuchtet, den Goltz[1] von seinem großhirnlosen Hund berichtet: „Es wurde aus zwei schmalen Brettern eine Art von schmalem Engpaß hergerichtet, der an der Mauer des Zimmers blind endigte. In diesen Engpass, in welchem der Hund sich nicht umzudrehen vermochte, wurde er hineingelassen. Er schritt ihn bis zu Ende ab und richtete sich vergeblich an der Wand, auf die er stieß, empor. Diese ohnmächtigen Versuche wurden viele Minuten lang fortgesetzt. Endlich aber fing er an, rückwärts zu gehen, so daß er nach vollen zwanzig Minuten ohne Unterstützung durch Krebsgang aus dem Engpaß herauskam ...... Als überlegte Handlung möchte ich das endliche Herauskommen des Hundes nicht gelten lassen. Dazu war es zu wenig planmäßig und nahm zu viel Zeit in Anspruch." Wir kennen zwischen überlegter Handlung und unbewußter Reizverwerthung wesentlich nur einen quantitativen Unterschied, der sich hier in einer Zeitdifferenz aus-

[1] Pflüger's Archiv, Bd. 51, S. 586.

drückt. Die durch selective Reizverwerthung erzeugte objective Intelligenz kommt nicht nur motorischen, sondern auch secretorischen Leistungen zu Gute. Hierauf beruhen die von Pawlow studirten Erscheinungen von Anpassung der Secretionsform an die Art der Ingesta, die bei der Gewöhnung an Nahrungsformen für Individuen und Rassen eine Rolle spielen. Die Wirkung des Ausfalles der centripetalen Bahnen müßte eine Art digestiver Ataxie sein, deren Symptome man noch nicht herausgeschält hat. –

Es ist im § 2 gezeigt worden, daß nach gewaltsamer Verlegung nervöser Bahnen neue Bahnen eingeschlagen und eingeübt werden und daß zu diesem Zwecke Remanenzarbeit verbraucht werden muß. Die Remanenzarbeit dient, wie wir jetzt mit besserem Verständniß sehen, der Bildung neuer Determinanten und der Mechanismus dieses Vorganges kann kein anderer sein, als derjenige der selectiven Reizverwerthung. Die vitale Bedingung der Reizverwerthung macht, daß in den Phänomenen von Porter und Schrader (Anm. S. 436) die innervatorische Strömung denjenigen Weg einschlägt, der durch die Interessen des Individuums erfordert wird. Die weniger leistungsfähigen Varianten werden schneller oder langsamer ausgemerzt, je nach der Intensität des Reizverwertungsprozesses. –

Die im individuellen Leben neugebildeten Determinanten sind ein Product der functionellen Anpassung. Die neuerworbene Molecularanordnung an den Neuronübergängen, in deren Herstellung die Determinantenarbeit wesentlich besteht, ist eine functionelle Structur, im Sinne von Roux.[1] Sie wird erworben durch die selective Reizverwerthung, die eine Abart des Kampfes der Theile im Organismus ist. Betrachten wir einen klassischen Fall von functioneller Anpassung. Der Oberschenkelhals sei gebrochen und es erwächst die Aufgabe, daß sich aus dem Knochenkallus eine neue functionelle Structur der Spongiosa herausdifferenzire. Die Reizverwerthungsbedingung dieses Vorganges ist, daß längs der Linien der statischen Beanspruchung, der sogenannten Trajectorien, ein Maximum von Knochensubstanz erhalten bleibe und sich ansetze. Der mechanische Reiz der Beanspruchung harmonirt mit der Reizverwerthungsbedingung und bildet dadurch einen Reiz zum Substanzansatz, das Fehlen der Beanspruchung disharmonirt und wirkt dem Substanzansatz entgegen. Zunächst

[1] W. Roux, Der züchtende Kampf der Theile im Organismus. Gesammelte Abhandlungen, Bd. I. Leipzig 1895.

veranlaßt wahrscheinlich der specifische Reiz einen verstärkten Stoffverbrauch, dem nach dem Weigert'schen Gesetz (§ 3) ein vermehrter, übercompensirender Ansatz folgt. Das Endergebniß des Vorgangs ist die Bildung einer statischen Structur, in welcher ein mathematisches Problem durch selective Reizverwerthung gelöst vor unseren Augen erscheint. Die statische Structur verhält sich also ganz ebenso, wie die Bewegungsdeterminanten und, was wir gleich sehen werden, wie die Denkdeterminanten. Alle drei sind eindeutig bestimmte Ergebnisse der functionellen Anpassung, nothwendige Verarbeitungsweisen der natürlichen Bedingungen durch die vitale Reizverwerthung. Die selbstverständliche Anwendung des Weigert'schen Gesetzes auf die nervösen Determinanten sagt aus, daß dieselben durch Uebung gestärkt werden und einer functionellen Hypertrophie unterliegen. Diese kann auch dysteleologische Bahnen einschlagen und zu Wahnvorstellungen führen. Noch eine andere Eigenschaft kommt allen functionellen Structuren, darunter auch den nervösen Determinanten zu, das Beharrungsvermögen oder die Trägheit der Entwickelungsrichtung. Die progressiven (und regressiven) Entwickelungstendenzen spielen ihre Rolle ja besonders in der phylogenetischen Anpassung. Da aber die nervösen Determinanten diejenigen functionellen Structuren sind, die in einem individuellen Leben am reichlichsten neugebildet werden, so sind sie ein wichtiges Object zum Studium dieser biologischen Function. Das Kind, das am Abend noch sich vergeblich bemüht, der Mutter ein Wort nachzusprechen, plappert es am nächsten Morgen unaufhörlich vor sich hin.[1] Die Determinante ist über Nacht gewachsen. Es ist ein guter pädagogischer Grundsatz, schwierigere Gegenstände erst gewissermaßen auszusäen und das natürliche Wachstum des Verständnisses möglichst nur zu unterstützen. Ich selbst pflege systematisch, wissenschaftliche und ästhetische Schwerverdaulichkeiten gewissermaßen ad acta zu legen. Wenn ich dem Problem oder dem Kunstwerke nach längerer Zeit wieder gegenübertrete, überraschen sie mich häufig durch ihre Verständlichkeit und die Stärke des Eindruckes. Die Determinanten sind gewachsen oder gereift. –

Es giebt in meiner Nähe einen Berg, der mir häufig folgenden Schabernack spielt. Von einem Scheideweg an seinem Fuße

---

[1] J. Gad, Erziehung und Abrichtung.

gehen drei Wege in der ungefähren Richtung des breiten Gipfels. Diesen zu erreichen, ist die Bewegungsaufgabe. Ich schlage zuerst den Weg *A* ein, der sich bald im Gestrüpp verliert. Diese Wahrnehmung wird Gegenstand negativer Reizverwerthung. Ich kehre zurück zum Ausgangspunkt und schlage den Weg *B* ein. Auf diesem verbietet mir ein Steinbruch das Weitergehen. Es bleibt nun der Weg *C*, der nur eine Strecke weit einen befriedigenden Fortgang gestattet, bis er wieder auf einen Scheideweg führt, an dem sich dasselbe Spiel wiederholt, bis ich schließlich das Ziel erreiche, die Bewegungsaufgabe löse. Wenn ich den Weg hinreichend eingeübt haben werde, so wird sich eine entsprechende Determinante bilden. Das ist ein anderes Beispiel für die Bildung von Bewegungsdeterminanten. Wenn ich aber denselben Weg in Gedanken oder auf der Karte suche, so denke ich nach und löse das Problem dieser Bergbesteigung theoretisch. Was wir jetzt vor uns haben, ist ein Beispiel experimentellen Denkens, wie Mach und Exner sich ausdrücken. Es ist nichts anderes, als der Typus jedes systematischen Denkens, das zum ersten Mal als sokratische Methode der Menschheit zum Bewußtsein gekommen ist. Es führt, consequent durchgeführt, bei Vorhandensein der nothwendigen thatsächlichen Voraussetzungen zu der einfachst möglichen Lösung jeden Problems, sei es nun, daß nur ein Einzelner allein oder Generationen sich an dem Gedankengang betheiligen. In den Naturwissenschaften ist die einfachste mögliche Lösung eines Problems zugleich eine allgemeine Lösung, d. h. ein Naturgesetz des betreffenden Gebietes. Es soll z. B. die Frage zur Entscheidung stehen, in welchem Rückenmarkstrang die Schmerzreize geleitet werden. Betrachten wir psychologisch, wie wir zur Beantwortung gelangen. Der Neurologe braucht sich nur diese Denkaufgabe zu stellen, dann fällt ihm auch schon ein, daß bei gewissen Läsionen der grauen Substanz die Schmerzleitung unterbrochen ist. Die Vorstellung jener Substanz harmonirt mit der Denkaufgabe, sie wird betont. Der nächste Gedanke ist, daß die Schmerzleitung in der grauen Substanz erfolgt. Dieser Gedanke muß gleichzeitig die sinnliche Vorstellung von Längsfasern der grauen Substanz mit sich führen. Diese Vorstellung bildet eine Disharmonie (negative Reizverwerthung und ebensolches Verwerthungsäquivalent), denn es giebt keine Längsfasern der grauen Substanz. Dann kann die Schmerzfaser die graue Substanz nur durchziehen nach dem Vorderseitenstrang derselben

oder der anderen Seite. Es folgt die Association, daß bei Durchschneidung einer Rückenmarksseite die Schmerzleitung auf derselben oder der anderen Seite unterbrochen sein muß. Wir stellen dies Experiment an, d. h. die Erinnerung stellt sich ein, daß in Fällen von Halbseitenläsion eine gekreuzte Schmerzlähmung entsteht. Diesem Gedanken steht nichts im Wege, er wird zum Gegenstand positiver Reizverwerthung. Er harmonirt mit der Denkaufgabe. Das Problem ist gelöst, das Gesetz der Schmerzleitung im Rückenmark ist gefunden. Der Neurologe braucht nur das Wort Schmerzleitung zu hören und die Determinante dieses Gesetzes klingt an. – Der Physiker mag sich die Geschichte der Theorie der electrolytischen Leitung in derselben Weise vergegenwärtigen. An Stelle der associirten Vorstellung kann auch ein Sinneneindruck treten. Ein unverstandener Lichtschein wird in Folge eines folgenden Donners richtig verwerthet, verstanden. Wir brauchen keine weiteren Beispiele. Von dem Aequivalent der Denkaufgabe strahlen radienförmig die associativen Erregungsketten aus, die zu näheren oder weiteren Endgliedern führen, welche zum Gegenstand negativer oder positiver Reizverwerthung werden. In dem Moment der positiven Reizverwerthung beginnt eine neue Ausstrahlung, bis schließlich eine positive Reizverwerthung erfolgt, die sich mit der Denkaufgabe in maximaler Harmonie befindet. Die endgültige Reizverwerthung ist meist eine solche, durch welche die Denkaufgabe mit dem Aequivalent einer schon gesicherten Ausgangsvorstellung in Harmonie gebracht wird. Die Ausgangsvorstellung und die Denkaufgabe gleichen den Pfeilern eines Thorgewölbes, auf welche die Bausteine im bestimmten Verhältniß aufgesetzt werden müssen, damit schließlich der Schlußstein des Gewölbes harmonisch das Ganze vollendet. –

Das Denken ist wie die Bewegungsübung Neubildung von Determinanten oder wenigstens Erweiterung von Determinanten durch neue Glieder. Die Denkdeterminanten unterscheiden sich nicht wesentlich von den Bewegungsdeterminanten und sind wie diese functionelle Structuren, Producte der functionellen Anpassung. Eine aus möglichst vollkommener functioneller Anpassung hervorgegangene Denkdeterminante ist ein Gesetz, das die Thatsachen in der zu einem gewissen Zeitpunkt denkbar vollkommensten Weise begrifflich verwerthet. Da es nur e i n e möglichst vollkommene Anpassung giebt, so giebt es zu jeder Zeit nur eine Möglichkeit einer nothwendigen und vollkommensten Natur-

auffassung. So entspringt im Sinne Kant's die Gesetzlichkeit der Natur aus den Gesetzen unseres Geistes. –

Ebenso wie die Naturgesetze verhalten sich um so mehr die Axiome und Lehrsätze der Geometrie, deren im höchsten Grade generelle Natur die Führung des Evidenznachweises so sehr erleichtert. Es ist schon im § 3 ausgeführt worden, daß es principiell keinen Unterschied macht, ob wir sie als primäre oder als secundäre Determinanten auffassen, ob mit anderen Worten die functionelle Anpassung, die sie schafft, in das Leben des Individuums oder der Gattung fällt. Die Hauptsache ist, daß sie nothwendige und eindeutig bestimmte Producte der functionellen Anpassung sind. Helmholtz[1] erkennt zwar die Idealität des dreidimensionalen Raumes an und giebt zu, „daß wir uns schon wegen unserer körperlichen Organisation in der absoluten Unmöglichkeit, uns eine Anschauungsweise einer vierten Dimension vorzustellen, befinden". Hingegen glaubt er, sich im Gegensatz zu Kant zu befinden, indem er den empirischen Ursprung der geometrischen Erkenntnisse behauptet und zeigt, wie man „aus den bekannten Gesetzen unserer sinnlichen Wahrnehmungen die Reihe der sinnlichen Eindrücke herleiten kann, welche eine sphärische oder pseudosphärische Welt uns geben würde, wenn sie existirte. Auch dabei treffen wir nirgends auf eine Unfolgerichtigkeit oder Unmöglichkeit, ebenso wenig wie in der rechnenden Behandlung der Maßverhältnisse. Wir können uns den Anblick einer pseudosphärischen Welt ebenso gut nach allen Richtungen hin ausmalen, wie wir ihren Begriff entwickeln können. Wir können deshalb auch nicht zugeben, daß die Axiome unserer Geometrie in der gegebenen Form unseres Anschauungsvermögens begründet wären, oder mit einer solchen irgendwie zusammenhingen." Nun leben wir aber in einer euklidischen Welt und nicht in dem pseudosphärischen Raume. Und so entspringen unsere geometrischen Erkenntnisse, so wie sie sind, mit derselben Nothwendigkeit als Producte functioneller Anpassung, wie unsere übrige Organisation. Sie sind daher im Sinne Kant's synthetische Urtheile a priori. Die functionelle Anpassung ist, wenn einmal die Reizverwerthungsbedingung energetisch verstanden sein wird, ein restlos erkennbarer Naturvorgang. Sie, oder was dasselbe heißt, die selective Reizverwerthung, macht, daß unser Organismus in seinen Reactionen den Typus, das Ge-

[1] Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome. Vorträge und Reden, 2. Bd. Braunschweig 1884.

setz dieser Reactionen, realisirt. Solche Reactionstypen oder Gesetze sind, wie wir sahen, die in der Spongiosastructur zum Ausdruck gelangende Statik und die in der Aequilibrirung des bewegten Körpers verwirklichte Dynamik. Wenn die Reactionstypen, anstatt unmittelbar innervatorisch realisirt zu werden, in Determinanten niedergelegt sind, so bedeutet das, daß die Gesetze selbst im Gehirn producirt werden, um aus sich später gesetzmäßige Bewegungen oder logisch gebildete Aequivalenzwerthe entstehen zu lassen. Daher rührt es, daß unser Verstand die Fähigkeit besitzt, eine der Vollkommenheit als Grenze zustehende „Abbildung des Naturgeschehens" zu erreichen. Die vollkommene Abbildung des Naturgeschehens ist nichts anderes, als die optimale Reizverwerthung in der Determinantenarbeit. Alles Neubilden und Wachsen von Determinanten ist synthetische Geistesarbeit. Richten wir die Einstellungsinnervation (Aufmerksamkeit) auf eine Componente, eine partielle Reizverwerthung, die zur Bildung der Determinante mitgewirkt hat, oder hätte mitwirken können, so nehmen wir eine Analyse nach Art des Kräfteparallelogrammes vor. Es kann nicht zweierlei optimale Reizverwerthungen, zweierlei „vollkommene Abbildungen" derselben Bewegungs- oder Denkaufgabe geben, die sich widersprechen. Eine von beiden würde immer die weniger leistungsfähige sein und ausgemerzt werden im Kampf der Theile des Organismus. Deshalb kann niemals ein Componentenpaar gedacht werden, das die Resultante nicht wieder ergiebt, womit der Zerlegung in Componenten dieselben Schranken der Nothwendigkeit und Eindeutigkeit gesetzt sind, wie der Synthese. Die Analysirbarkeit der Factoren der Reizverwerthung ist ebenso unbegrenzt, wie die Combinirbarkeit der Determinanten. Hierauf beruht die unendliche Entwickelungsfähigkeit der Mathematik. Ein den Menschen eigener Vorzug ist es, daß das Individuum in der selectiven Reizverwerthung der Determinantenarbeit nicht auf sich und die träge Leistung der Vererbung erworbener Eigenschaften angewiesen ist, sondern sich mittelst Sprache und Tradition auf die Mitarbeit der ganzen Menschheit, der Vorfahren und der Zeitgenossen, stützen kann. —

§ 7. Einstellungsbahnen, Aufmerksamkeit, anatomische Vertheilung der Bewußtseinsmöglichkeit.

Der Grad der Bewußtheit sinkt continuirlich von einem Maximum beim angestrengten Denken zur vollkommenen Un-

bewußtheit der Zwischenglieder bei der sogenannten Intuition (§ 2). Der Mechanismus bleibt aber offenbar derselbe, ob die Aequivalenzwerthe überschwellig oder unterschwellig sind. Ja, die Verarbeitung der Denkaufgaben geht sogar im Schlafe weiter, wobei sich eine ganz unbewußte selective Reizverwerthung mit dem oben geschilderten (§ 6) Wachsthum der Determinanten verbindet. — Ein wesentlicher Unterschied besteht in der Wirkungsweise der Bewegungs- und der Denkdeterminanten. Bei den ersteren sind die Ergebnisse der Reizverwerthung innervatorische Endglieder, bei den letzteren überschwellige oder unterschwellige Aequivalenzwerthe. Diese entstehen, indem die in ihnen zu actuellem Ausdruck gelangende Determinante durch den Gang der Erregungskette gereizt wird, mit anderen Worten durch Association. Die Determinanten sind wesentlich als sensorische (sensible) Stationen zu betrachten, sie sind ja das materielle Substrat der Vorstellungen und ihrer Verbindung. Sie werden nicht nur durch Sinneseindrücke, sondern auch, wie wir bei dem Associationsproceß sehen, von der centralen Fläche her gereizt. Sensible Centren empfangen also auch Innervationen, die nicht im eigentlichen Sinne des Wortes sensibel sind, ja die mehr als centrifugal, denn als centripetal bezeichnet werden müssen. Es besteht absolut kein Grund, dies Verhalten auf die Großhirnrinde einzuschränken. Vielmehr ist es für eine vorurteilslose Betrachtung selbstverständlich, daß auch subcorticale sensible Centren, durch „centrifugale“ Bahnen innervirt, eingestellt werden. Ich nenne solche Bahnen, als deren Typus ich die corticofugalen Brückenbahnen ansehe, Einstellungsbahnen.

Ja, es wird durch viele Thatsachen,[1] besonders durch den Nachweis centrifugaler Actionsströme in den peripherisch-sensiblen Nerven (Gotch und Horsley u. A.), sehr wahrscheinlich, daß diese Einstellungsinnervationen bis in die sensiblen Endapparate vordringen.[2] Besonders halte ich die kinästhetischen Determinanten der subcorticalen Apparate für Empfänger von Einstellungsinnervationen, die z. B. bei den sogenannten motorischen Reactionen der physiologischen Psychologie eine wichtige Rolle spielen. Außer bei den peripherischen Endneuronen ist es oft eine

[1] Verf., Die centrifugale Leitung im sensiblen Endneuron. Deutsche Zeitschrift f. Nervenheilkunde 1902.

[2] Um etwas ähnliches handelt es sich ja schließlich auch bei den reflectirten Visceralschmerzen, von denen in § 5 gesprochen wurde.

bloße Sache des Standpunktes, ob man eine Bahn als sensibel, als centripetal oder centrifugal bezeichnen will. Die Sehstrahlung der Sehrinde wird wohl jeder noch als centripetal bezeichnen, aber die sie fortsetzenden Neuronen zur Körperfühlsphäre kann man als zuleitende Bahn zu dieser, d. h. als sensibel, oder als ableitende Bahn von der Sehrinde, als centrifugal, ansehen und wenn sie — beim Lesen — zu einer Articulation führt, auch als motorisch. Alle sensiblen Bahnen, außer den Endneuronen, können ohne weiteres auch als Einstellungsbahnen gelten. Eine andere Frage ist es, wie weit sie entgegen ihrer Degenerationsrichtung zu leiten vermögen, was nur für das sensible Endneuron, hier aber für jede sensible Leitung zum Spinalganglion selbstverständlich ist. Ich halte es für sehr wahrscheinlich, daß nicht nur alle nervösen Fasern, für welche dies erwiesen ist, sondern auch alle sensiblen Neurone doppelsinniger Leitung fähig sind, ja vielleicht alle Neurone mit Ausnahme der motorischen Endneurone, die eine am Nerven gesetzte Erregung centralwärts nicht über die Zelle hinaus fortpflanzen, sondern in dieser vernichten.[1] —

Die Einstellungsinnervationen dienen dazu, die Erregbarkeit sensibler Stationen zu reguliren, sie besorgen eine nervöse Accomodation derselben; wenn wir jemand auf ein zu erwartendes Geräusch, auf eine schreckliche Nachricht vorbereiten, so setzen wir die Erregbarkeit des Aufnahmeapparates herab; meistens aber wird sie erhöht, um den Gliedern der Erregungskette einen vermehrten Energiewerth zu geben. Hierum handelt es sich bei dem Phänomen der Aufmerksamkeit. Wenn ich auf einen schwachen Reiz aufpasse, so ist es durchaus nicht gesagt, daß nur in corticalen Stationen die Erregbarkeit erhöht wird, wahrscheinlich wird auch die Erregbarkeit in subcorticalen Ganglien, vielleicht in der Netzhaut selbst erhöht. Ein experimenteller Hinweis darauf wäre gegeben, wenn auf Rindenreizung ebenso im Sehnerven, wie es für die hinteren Wurzeln erwiesen ist, Actionsströme aufträten. Centrifugal leitende (d. h. degenerirende) Fasern wären dazu im Sehnerven ebenso wenig erforderlich, wie im sensiblen Endneuron (l. c.). Auf dieselbe Weise müssen auch subcorticale Determinanten gereizt werden können. D. h. sie werden veranlaßt, die durch

[1] Ich habe a. a. O. wiederholt darauf hingewiesen, daß hier ein experimentell-histologisch brauchbarer Schlüssel für die Energetik des Nervensystems verborgen liegt. Vergl. z. B. Die centripetale Leitung etc. (a. a. O.)

sie bestimmte Erregung zu producieren und zum Großhirn fortzuleiten. Da jeder Punkt des Nervensystems auf einfachere oder verwickeltere Weise mit dem Großhirn in Verbindung steht (§ 2), so ist es principiell möglich, die Erregung jedes Centrums mit einer corticalen Erregung zu verbinden. Darauf beruht es, daß die seelische Beeinflussung und die psychische Therapie fast gar keine absoluten Grenzen hat und daß die Frage, ob ein gewisses Geschehen, irgend eine krankhafte Beschwerde „psychisch bedingt“ sei, so häufig gegenstandslos und unangebracht ist. Wenn bei einem Magengeschwürkranken durch eine gemüthliche Erregung die Salzsäureproduction und damit die Magenschmerzen gesteigert und das Leiden selbst verschlimmert wird, so ist gar nicht abzusehen, wie viel Heilwirkung allein schon aus seelischer Beruhigung für ihn fließen kann. Wenn durch psychische Ablenkung die katarrhalische Absonderung und der Schwellungszustand der Nasenschleimhaut vorübergehend herabgesetzt wird,[1] so braucht es nicht unglaublich zu erscheinen, daß durch bloßen Aerger umgekehrt eine Schwellung der Schleimhaut des Gallenganges entsteht, die zu Gallenverhaltung und Gelbsucht führen kann. Auch ist es möglich, daß die Typhusbacillen besser Boden fassen, wenn schwere Gemütserregungen und ein daraus hervorgegangener asthenischer Zustand des ganzen Nervensystems — wie man das in älteren Erzählungen häufig liest — einem Nervenfieber vorausgegangen sind. Alle diese Dinge, auch die Stigmatisierung Hysterischer, verlieren besonders dann das Wunderbare, wenn man die centrifugale Leitung im sensiblen Endneuron acceptirt und dadurch die corticale Beeinflussung der Haut- und Schleimhautflächen verständlicher findet. —

Wir haben gesehen, daß bei der Neu- und Weiterbildung der Denkdeterminanten, beim „Nachdenken“ also, die Endglieder der partiellen Erregungsketten, die zum Gegenstand der partiellen Reizverwerthung werden, nicht (motorisch) innervatorischer Natur sind, sondern Aequivalenzwerthe darstellen, die ihrerseits durch Realisirung von Determinanten, d. h. durch das Auftauchen associirter Vorstellungen entstehen. Das Endresultat der ganzen Erregungskette ist außer Aequivalenzwerthen Determinantenarbeit, d. h. Neu- und Weiterbildung von Determinanten. Das Zurücktreten der innervatorischen Endglieder hinter der Aequivalenz-

[1] Vergl. § 1.

und Determinantenarbeit gehört zu den charakteristischen Functionen der Großhirnrinde im Gegensatz zu den subcorticalen Apparaten. —

Wir müssen streng unterscheiden zwischen den Kriterien der mit Bewußtsein einhergehenden Erregungsketten und den Kriterien der Großhirnthätigkeit, die, wie wir oft gesehen haben, nur zum kleinsten Theil mit Bewußtsein verbunden ist. — Bei der Inventarisirung des Großhirnthätigkeit muß immer im Auge behalten werden, daß bei niederen Thieren, bei denen die Bedeutung des Großhirns zurücktritt und bei höheren Thieren, einschließlich des Menschen, denen durch Operation oder Krankheit größere oder kleinere Theile des Großhirns verloren gingen, der Restbestand des Centralnervensystems viele Functionen erhält und übernimmt, die sonst fast ausschließlich den jetzt in Verlust gegangenen Theilen zukamen. Durch Neubildung von Determinanten wird der Gehirnrest den nothwendigsten Reizverwerthungsbedingungen auch weiterhin gerecht, wenn überhaupt ein lebendiger Gleichgewichtszustand aufrecht zu erhalten ist. Für die Großhirnthätigkeit ist also die theilweise mit Bildung von überschwelligen Aequivalenzwerthen einhergehende Determinantenarbeit charakteristisch. Auch die Subcorticalien leisten in der Bewegungseinübung Determinantenarbeit, doch handelt es sich bei ihnen vorwiegend um primäre Determinanten, d. h. um solche, die sich bei jedem normalen Individuum mit Nothwendigkeit bilden und auf innervatorische Endglieder angelegt sind. Erregungsvorgänge, in deren Folge Erkenntnisse und Erfahrungen als Regeln festgelegt werden, gehören also wesentlich dem Großhirn an. Dem Menschen ist für die Bildung der Denkdeterminanten ein mächtiges Hülfsmittel erwachsen in der Sprache, Tradition und Schrift. Sie ermöglicht es, die Determinanten aufs Feinste zu differenciren und so verarbeitet aufzubewahren. An der selectiven Reizverwerthung, welche die höheren Determinanten producirt, betheiligt sich in Folge des Mittheilungsvermögens die gleichzeitig lebende und die Menschheit der Vergangenheit. Die zum mindesten träge Action der Vererbung erworbener Determinanten wird durch die schriftliche Tradition beflügelt. Dadurch entsteht eine Solidarität der Arbeit, wie im Staate der Ameisen und Bienen, welche offenbar eine ähnliche Aufgabe in irgend einer anderen Weise mit anderer Hirnorganisation erfüllen. Beim Menschen gehen alle Erregungsvorgänge höherer Art, die mit der Sprache zusammenhängen, im Großhirn vor sich. Daher ist auch der Verblödungszustand bei

der progressiven Paralyse und anderen Schwachsinnszuständen, die oft auf umschriebenen cerebralen Herden beruhen, eine Krankheitserscheinung des Großhirns. —

Dem Großhirn eigenthümlich oder vielmehr an das Vorhandensein desselben gebunden sind ferner solche Erregungsketten, die ohne die Veranlassung eines unmittelbar einwirkenden Sinnesreizes anheben und mit der Einstellungsinnervation einer sensiblen Station endigen. Das sind diejenigen Vorgänge, die wir durch physiologische Transponirung aus dem Zustand der Aufmerksamkeit erschließen und aus der willkürlichen Lenkung des Gedankenganges auf irgend eine „Frage", einen Gegenstand, eine Vorstellung. Solche willkürliche Lenkung der Aufmerksamkeit ist stets ein Zeichen dafür, daß der Gedankengang eine gewisse Schwierigkeit bietet, daß er nicht leicht vor sich geht. Man bezeichnet diese Art intellectueller Thätigkeit, die man äußerlich an der Ausdrucksbewegung der „gefurchten Forscherstirn" erkennen kann, vorzugsweise als Nachdenken, obgleich sie gewiß nicht die höchsten Blüthen des Geistes producirt. Diese entstehen vielmehr „schlank und frei, wie aus dem Nichts entsprungen", aus der Selbstthätigkeit der Determinantenarbeit. — Ein wichtiger Hinweis auf die Function des Organes liegt weiter darin, daß die secundären Neurone der Seh- und Hörnerven in die Großhirnrinde einstrahlen. Das kann nur den Sinn haben, daß die betreffenden Sinneseindrücke daselbst weitere Verarbeitung finden. Aber auch Geruch, Geschmack und Tastsinn haben ausgedehnte corticale Vertretungen. Und so dürfen wir schließen, da alle vitalen Einrichtungen ihren Zweck haben, daß die in der corticalen Sinnessphäre ausgelösten Aequivalenzwerthe in dem Grau der Hirnrinde mit einander in associative Beziehung treten. Diese Function dürfte vorzugsweise denjenigen Rindenregionen zukommen, deren Thätigkeit am wenigsten durch die Aufnahme der Sinnesstrahlungen in Anspruch genommen ist. Für eine gewisse Sonderstellung der so definirbaren Associationscentren von Flechsig sprechen auch Besonderheiten der Entwickelung, nämlich die späte Markreifung ihrer Fasermassen. — Die motorische Ausstrahlung der Hirnrinde, die Pyramidenbahn, bewirkt die motorische Realisirung der nach der Centralwindung convergirenden kinästhetischen Rindendeterminanten oder nach dem herrschenden Sprachgebrauch: die Uebertragung der „stereognostischen" und Bewegungsvorstellungen auf die direct motorischen Kerne. Man kann die

Pyramidenbahn also, wenn man will, auch als sensible Bahn bezeichnen. Doch spricht sich ihre nahe Beziehung zu der Energetik motorischer Innervationen in der „motorischen" Form der Ursprungszellen aus, die wahrscheinlich allen sogenannten secundärmotorischen Kernen dieser Art, den „Coordinationskernen"[1] zukommt. –

Die Thatsache der Hemianopsie nach Zerstörung einer Sehstrahlung beweist die innige Beziehung des Großhirns zur Bildung der optischen Aequivalenzwerthe. Doch muß es immerhin auffallen, daß bei doppelseitigen Kernen und doppelseitiger Hemianopsie die Stelle des deutlichsten Sehens meistens sehend bleibt, daß also hier andere Rindentheile oder gar der tectale Endapparat (§ 2) vicariirend eintreten können. – Goltz' Hund ohne Großhirn[2] war bei erhaltener optischer und acustischer Reflexerregbarkeit blind und taub. Doch waren bei ihm auch Seh- und Vierhügel schwer in Mitleidenschaft gezogen.[3] –

Die psychiatrische Erfahrung lehrt, daß die zu dem höheren Gemüthsleben gehörige Aequivalenzarbeit zweifellos im Großhirn vor sich geht. Die „gemütliche Verblödung" ist eine corticale Krankheitserscheinung, die besonders rein in der sogenannten Katatonie beobachtet wird. Die Zellen der Hirnrinde zeigen in dieser Krankheit typische Veränderungen. –

Das Gemüthsleben setzt sich nach unserer Auffassung aus Verwerthungsäquivalenten zusammen, welche die Erregungsketten und die partiellen Erregungsketten begleiten, sei es nun, daß es sich um Erregungsketten mit oder ohne innervatorische Endglieder handelt. Ganz parallel mit den Verwerthungsäquivalenten gehen die Ausdrucksbewegungen, welche denn auch als Indicator des Gemüthslebens gelten können – cum grano salis, denn auch unterschwellige Verwerthungsäquivalente führen zu thatsächlichen Ausdrucksbewegungen. Das sei vorausgeschickt zum rechten Verständnis der Charakteristik des Großhirns, welche wir Schrader (l. c.) verdanken: „Alle Dinge der Außenwelt sind für die Tauben ohne Großhirn raumerfüllende Körper, nach denen sie die Bewegungen einrichtet. Alle Reize werden prompt mit Bewegungserscheinungen beantwortet, welche der Intensität derselben an-

---

[1] Verf. a. a. O.

[2] Pflüger's Archiv, Bd. 51.

[3] Vergl. Holmes' Beschreibung dieses Gehirns.

gepaßt sind. Das normale Thier leistet mehr. Es verleiht den Gegenständen der Außenwelt eine sehr verschiedene Bedeutung. Es unterscheidet Freund und Feind. Diese Unterscheidung wird für uns erkennbar durch charakteristische Ausdrucksbewegungen, welche wir auf Furcht und Zuneigung beziehen müssen und welche uns zwingen, beim normalen Thier ähnliche Vorstellungscomplexe anzunehmen, wie sie uns bewußt werden. Das normale Thier hat Bewußtsein, „Persönlichkeit", für welche die Außenwelt nach subjectiven Beziehungen geordnet ist. Das Thier ohne Großhirn ist unpersönlich. Ihm fehlt das Bewußtsein." Auch diese auf schönen und feinen Beobachtungen aufgebaute Formulirung ist nur cum grano salis anzunehmen. Goltz' Hund ohne Großhirn zeigt zwar keinen Ausdruck der Freude, wenn er gestreichelt wird, aber er „wird unruhig, wenn er hungrig ist, heult und knurrt, wenn ihn etwas drückt. Er beruhigt sich und schläft, wenn er überreichlich gefüttert und gut gelagert ist". Sogar der menschliche Anencephalus,[1] dessen höchster Hirntheil die Oblongata ist, reagirt durch charakteristische Ausdrucksbewegungen auf bittere Geschmacksreize. –

Ausdrucksbewegungen sind also ohne Großhirn möglich und auch ohne Sehhügel, der sicheren klinischen Thatsachen zu Folge einen großen Einfluß auf die Mimik hat. Berechtigter ist es schon, zu sagen, daß sie stets für die Gegenwart von entsprechenden Bewußtseinsvorgängen sprächen, aber auch das hat keine absolute Gültigkeit. Schon der Säugling lächelt im Schlaf und der gesunde Erwachsene behält einen traurigen oder freudigen Gesichtsausdruck, der seiner allgemeinen Stimmungslage entspricht, wenn er auch momentan durch eine Beschäftigung völlig abgelenkt und sich keiner Gemütsbewegungen bewußt ist. Man darf daher mit allem Recht unterschwellige Aequivalenzwerthe von Gefühlstönen supponiren. Wenn ohne Betheiligung des Großhirns Bewußtseinsvorgänge vorkommen, so kann es sich beim Menschen nur um Lust- und Unlustempfindungen handeln, um Schmerz, Wollust, Schwindel, Befriedigung des Appetits u. dgl. Solange das Centralorgan intact ist, läßt sich die Betheiligung des Großhirns nicht ausschließen. Ein durch Querschnittserkrankung abgetrenntes Rückenmark aber besitzt keine Möglichkeit, sich mit dem Organ

[1] Sternberg (Berlin), Zeitschr. f. Psychologie u. Physiologie der Sinnesorgane 1901. Sternberg (Wien), Karlsbader Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte 1902.

der Ich-Gefühle und des Mittheilungsvermögens, der Hirnrinde nämlich, in Verbindung zu setzen. Solange also nicht ein physikalisches Kriterium überschwelliger Aequivalenzwerthe (§ 2) entdeckt sein wird, sind wir nicht in der Lage, zu wissen, ob Ausdrucksbewegungen immer Gefühlstönen entsprechen. Wohl aber scheint mir die Formulirung berechtigt und zweckmäßig: Ausdrucksbewegungen sind ein Anzeichen über- oder unterschwelliger Verwerthungsäquivalente. —

Diese sind in Folge ihres intimen Zusammenhangs mit dem Reizverwerthungsvorgang gewiß die allgemeinsten und primitivsten Formen psycho-physischen Geschehens und da sie in die Energetik des eigentlichen Reizverwerthungsvorganges gar nicht eintreten, so darf man sie unschädlicher Weise allen Metazoen, vielleicht auch den Protozoen und Pflanzen zuschreiben. Doch ist das eine Frage der Metaphysik und der Aesthetik, nicht der Naturwissenschaft. Bei niederen Wirbelthieren, die einer wesentlichen Großhirnfunction ermangeln, finden in den Subcorticalien vielleicht außer den Verwerthungsäquivalenten auch andere Formen psychophysischer Bewegung statt, doch sollten sie als unbeweisbar und als entbehrlich niemals in biologischen Beschreibungen figuriren. Denn die Vorgänge, aus denen wir auf Intelligenz schließen, sind — das ist der rote Faden unseres Gedankenganges — unabhängig von psychischen Factoren. Wir kennen nur Reizverwerthungen von geringerer oder größerer Complication. Und wenn ihre Leistungen ungewöhnlich und imposant sind, so sind wir geneigt von bewußter Intelligenz zu sprechen, wie Pflüger aus auffallenden Reizverwerthungen des enthaupteten Frosches auf eine Rückenmarkseele schloß. —

Ein unterschwelliger Aequivalenzwerth wird dadurch zu einem überschwelligen, daß seine (energetische) Intensität gesteigert wird. Diese Steigerung kommt entweder von einer Verstärkung des äußeren Reizes oder daher, daß die gesammte Intensität der Erregungskette gesteigert wird, weil bei der vorherigen innervatorischen Intensität äußere Widerstände nicht überwunden werden konnten. So bemerkt man beim Gehen eines Weges, dessen Steilheit langsam wuchs, nachdem man vorher ans Gehen gar nicht gedacht hat, auf einmal, „daß man nicht vorwärts kommt". Dieser Eindruck, mit einer Reihe von Muskel- und Organsensationen untermischt, veranlaßt eine Intensitätssteigerung der Erregungskette, die nun zu überschwelligen Aequivalenzwerthen führt. Das vorher un-

bewußte Gehen wird nun willkürlich, eine sogenannte Willenshandlung. Auch die sonst stets unbewußt und subcortical verlaufende Athmung findet, in Folge der Intensitätssteigerung, eine Nebenschließung zum Großhirn. Die Bewegungsaufgabe wurde beim Gehen erst bewußt, als der Erregungskette sich gesteigerte Widerstände entgegenstellten. Nicht anders ist es mit den Denkaufgaben. Erst wenn der Vollzug der Reizverwerthungen erschwert wird, gewinnen die Aequivalente der Ausgangs- und Zielvorstellung solche überschwellige Intensität. Mit der Intensitätssteigerung der Erregungskette werden auch die Ausdrucksinnervationen stärker und erzeugen Spannungssensationen, die den Bewußtseinszustand des willkürlichen Denkens die charakteristische Färbung geben. Die Ueberschwelligkeit der Aequivalenzwerthe spricht aber nicht sowohl für eine höhere Werthigkeit der objectiven Leistung, als für eine verhältnißmäßige Insufficienz des nervösen Mechanismus. Für den Herzkranken ist jedes Treppensteigen eine Willenshandlung. Benvenuto Cellini hat mit dem schnell und leicht arbeitenden Reactionsapparat des Natur- und Renaissancemenschen seinen Gegner schon erdolcht, ehe ihm etwas zum Bewußtsein kommt.[1] Der ABC-Schütze bearbeitet mit höchster Willensanspannung seine elementare Rechenaufgabe, die er wenig später „rein mechanisch" löst. Je größer der Aufwand an Bewußtsein ist, um so schwerfälliger arbeitet der Apparat. Die Grazie in der Bewegung und das Talent im Denken beansprucht am wenigsten überschwellige Aequivalenzarbeit. Für die Feststellung des — hinsichtlich des wesentlichen Charakters der Erregungsketten unmaßgeblichen — Grades der Bewußtheit und Willkürlichkeit giebt es eben keinerlei objective und nicht einmal sichere subjective Kriterien. Die Wissenschaft muß es sich daher abgewöhnen, auf diese unwesentlichen Merkmale die Hauptaufmerksamkeit zu richten. Wie sich die Moralistik und die Criminalistik mit der so gegebenen Situation abfindet, ist keine Frage der reinen Wissenschaft, sondern der sociologischen Technik.

§ 8. Die Ausdrucksbewegungen und die ästhetischen Lebensäußerungen.

Wir haben unter den Endgliedern der Erregungsketten solche unterschieden, welche die Reizverwerthungsbedingung, d. h. die

[1] Vergl. seine Biographie in Goethe's Uebersetzung.

Bewegungsaufgabe oder die Denkaufgabe erfüllen, und solche, die gewissermaßen rein energetische Nebenproducte sind, die Verwerthungsäquivalente und die Ausdrucksbewegungen. Die von den beiden letzteren hinterlassenen Remanenzwerthe bilden eine innig verschmolzene Einheit, welche die Ausdrucksdeterminante heißen soll, im Gegensatz zur Verwerthungsdeterminante, dem Remanenzwerth der teleologischen Endglieder. Man sieht, wir fassen den Begriff der Ausdrucksbewegung etwas weiter wie gewöhnlich. Es gehört dazu die veränderte Thätigkeit der Visceralorgane, wie sie die Gemüthsbewegungen begleitet, Beschleunigung der Athmung, der Herzthätigkeit, der Darmbewegung, Aenderung der Gefäßweite, Zittern und anderes mehr, soweit eben diese Functionen nicht unmittelbaren Zwecken entsprechen. So ist z. B. die durch schnelles Laufen bedingte Schnellathmigkeit (Tachypnoe) keine Ausdrucksbewegung, sondern eine unter Umständen dysteleologische Zielbewegung.

Hingegen ist auch das „Verstummen vor Schreck" als eine Ausdrucksbewegung aufzufassen. Aus der Definition geht schon hervor, daß Ausdrucksbewegungen eigentlich Kraftverschwendungen sind. Ihre übergroße Stärke und Dauer bildet ein Hauptsymptom der Hysterie.[1] Zu derselben Klasse von Innervationen, aus denen die Ausdrucksbewegungen hervor gehen, gehören auch die den Affect begleitenden Einstellungsinnervationen, die zu vermehrter oder verminderter Empfindlichkeit der Haut, unter Umständen zu hysterischer An- oder Hyperästhesie führen. —

Die überschüssige Energieausstrahlung der Ausdrucksinnervation geht auf Wegen vor sich, die durch einen genetisch-associativen Zusammenhang mit dem Verwerthungsäquivalent bestimmt sind. Es wird nämlich für einen Reizverwerthungsvorgang diejenige Bewegung als Ausdrucksbewegung gewählt, die phylogenetisch früher oder auch noch jetzt die Zielbewegung einer Erregungskette bildete, welche auf dasselbe Verwerthungsäquivalent gestimmt war, wie die vorliegende. Die Ausdrucksbewegung erscheint also als Ergebniß einer symbolischen Umdeutung in das unmittelbar Sinnliche, d. h. als ein ästhetisches Urphänomen.

Wenn ich z. B. vor Erstaunen Mund und Nase aufsperre, so thue ich etwas, was bei lauten Geräuschen als zweckmäßige Ziel-

[1] Vergl. L. Krehl, Ueber die Entstehung hysterischer Erscheinungen. Volkmann's Sammlung klinischer Vorträge. N. F. No. 330, 1902.

bewegung herbeigeführt wird, um den Ausgleich des Luftdrucks in der Paukenhöhle zu erleichtern. Der scharf nachdenkende Gesichtsausdruck unter Bildung senkrechter Stirnfalten und Verkleinerung der Lidspalte ist ebenso geeignet, den Lichteinfall ins Auge zu vermindern, wie es die zugehörige Absicht ist, Ablenkungen der Aufmerksamkeit abzuhalten. Bei der Schamröthe ist dieselbe Innervationsform auf ein anderes Gefäßgebiet abgeleitet, die sonst zur genitalen Erection führt. Der dyspeptische Gesichtsausdruck wehrt Gerüche ab und stellt die Zunge bereit, den Inhalt des Mundes wieder nach außen zu befördern. Der Widerwille „offenbart sich in rückläufigen und abwehrenden Bewegungen. Der Kopf, der Oberkörper weicht nach hinten“.[1] Das Auge blickt finster, zielend, die Entfernung abmessend, wie zum Pariren eines Angriffs, während der finstere Ausdruck in aggressiven Stimmungen einer Augenmuskeldeterminante entstammt, die auf die Körpermusculatur übertragen zu einer Ausfallsbewegung führt. –

Wir sehen das Verwerthungsäquivalent wieder in seiner wichtigen Function der associativen Verankerung zweier Reactionsformen, die nur den Gefühlston gemeinsam haben. Man könnte versucht sein, an die „haptophoren Gruppen“ Ehrlich's zu denken, deren speciell chemische Natur nur eine Hypothese ist. –

Die Ausdrucksbewegung tritt nicht nur für sich auf, sondern auch als Componente, die sich zu Zielbewegungen addirt zu dem Gesammtbild der Bewegungsform. Wir erkennen an der Art des Essens, ob der Esser Hunger hat, ob die Speise ihm schmeckt, ob er im Allgemeinen von gieriger, epikuräischer, resignirter, asketischer Natur ist. Aehnlich sind alle anderen Körperbewegungen zu analysiren, wenn sie nur ausgiebig und die Beobachter scharfsichtig und feinfühlend genug sind. Wir dürfen sagen, daß in jeder alltäglichen Bewegung von allen Ausdrucksbewegungen des Individuums Elemente enthalten sind, die zu der Summe der characteristischen Verwerthungsäquivalente in eindeutiger Beziehung stehen. Deshalb ist der Verfeinerung der Analyse eines Ganges, einer Physiognomie, einer Schrift gar keine Grenze gesetzt. Ebenso wie der Bewegung selbst die Ausdruckscomponente, so ist ihrer Determinante eine Ausdrucksdeterminante, gewissermaßen wie eine phonographische Klangfarbe beigegeben. –

[1] Man findet weiteres descriptives Material in dem eigenartigen Werk von H. Hughes, Die Mimik des Menschen auf Grund voluntarischer Psychologie. Frankfurt 1900.

Das Organ, mit dem wir die Bewegungen analysiren, ist der kinästhetische Sinn, mit welchem wir die Bewegungsform nachtasten, nachfühlen, sei es nun, daß wir dazu die Augenmuskeln, die Handmuskeln oder den Kopf mit seinem Vestibularapparat oder den Rumpf benutzen. Von diesem Eindruck bleibt eine kinästhetische Determinante zurück, deren Ausdruckscomponente uns unmittelbar sagt, zu welchen Verwerthungsäquivalenten (Gefühlstönen) ihre Elemente gehören. Ich kann bei meinen, übrigens ganz ungelernten, graphologischen Versuchen auf's Deutlichste beobachten, daß ich zu häufig recht passenden Ergebnissen gelange, in denen ich die Schriftformen mit den Augen- oder anderen Muskeln nachfühle, und daß sich zu diesen Muskelgefühlen diejenigen inneren Zustände bei mir associiren, deren Ausdrucksbewegungen den vorliegenden analog sind. Ich sehe in diesem Proceß das Urphänomen der Erfassung der kinästhetischen Kunstformen der Zeichnung und Plastik, was wenigstens für meine Person ohne jeden Zweifel gilt. – Auf dieser vorwiegend intuitiven Thätigkeit beruht alles tief eindringende Verständniß der Menschen untereinander, die Erfassung des Characteristischen durch den Künstler, dasjenige unter den Leistungen der Gedankenleser, was sie ihrer gesteigerten Beobachtungsgabe und ihrem Gedächtniß und nicht einfachem Schwindel verdanken.

Aus diesen vorwiegend ästhetischen Wahrnehmungen geht die merkwürdige und wichtige Thatsache hervor, daß sich bei jeder motorischen Innervationsform die Gesammtheit aller Determinanten des Individuums beteiligt. Jeder Innervationsrhythmus hat eine Klangfarbe, die sich aus all den verschiedenen Determinantentönen zusammensetzt. So erschließt die ästhetische Behandlung eine Einheit und Concentrirung der Organisation, die wir bisher für die Specialität einer Sonderfunction gehalten haben, nämlich des Keimplasmas. Ei und Samen enthalten in der That dieselbe Synthese des gesammten individuellen Determinantensystems, wie wir sie nun auch in jeder einzelnen Innervation verwirklicht sehen. Die Determinanten des Keimplasmas, d. h. die Vererbungsprobleme, verlieren also ihre Singularität und werden dadurch dem Verständniß um so viel näher gerückt, als dies geschieht, wenn ein besonderes uns überraschendes Unbekanntes auf eine uns vertraute Ordnung des Unbekannten reducirt wird. Und wenn wir gleich das Kunstwerk als eine Art der Ausdrucksbewegung kennen lernen werden, so wird uns seine Schöpfung als eine Zeugung

im eigentlichen Sinne erscheinen und die wirkliche Zeugung als das echteste Kunstwerk, dessen ein Mensch — so viel an ihm liegt — fähig ist. —

Erregungsketten ohne innervatorische Endglieder produciren nicht weniger Ausdrucksbewegungen als die innervatorischen Erregungsketten, entsprechend den Verwerthungsäquivalenten, die bei den Theilgliedern des Denkactes eine große Rolle spielen. So liefert das intellectuelle Leben seinen gewaltigen Beitrag zum Ausdrucksleben des Menschen, zur Physiognomik und zum Bewegungshabitus. —

Eine Ausdruckscomponente kommt gewiß nicht nur den sogenannten willkürlichen Bewegungen zu, sondern wahrscheinlich auch allen unbewußten Verrichtungen. Vermuthlich hat jede individuelle Herzaction gerade so ihre Besonderheiten, wie die Stimme oder die Nase. Daher kommt auch die unendliche Vielgestaltigkeit der Krankheitsbilder, von denen wohl nie eines dem anderen völlig gleicht. Ich habe eben Stimme und Nase absichtlich nebeneinander genannt, obgleich die Form der ersteren in der Zeit, die der letzteren im Raum ist. Aber gerade, wie der freie Fall als ebene Curve im Raume zureichend dargestellt werden kann, finden zeitliche ebenso wie räumliche Formen in der kinästhetischen Wahrnehmung, die eigentlich nur zeitlich ausgedehnt ist, eine mit einander commensurable Abbildung und gemeinsame Factoren. —

Betrachten wir beispielsweise die Handzeichnung einer Londoner Madonna von Lionardo da Vinci, deren Erinnerungsbild mir gerade vorschwebt, so folgt Auge und Hand dem Zuge der Conturen, besonders des Heiligenscheines, und es entsteht in uns als Rückstand des nachfahrenden Innervationscomplexes eine kinästhetische Determinante, eine kinästhetische Melodie, die offenbar derjenigen ungefähr gleich ist, aus welcher das Werk geboren wurde. Es ist nun ohne Weiteres klar, daß dasjenige, was an der Determinante im Gehirne Lionardo's für die Art des Kunstwerkes bestimmend war, ihre Ausdruckscomponente ist. Unzählige Madonnen sind gezeichnet worden, das ist die Bewegungsaufgabe; aber was die Eigenart dieser Madonna ausmacht, das ist, daß sie Lionardo's Verwerthungsäquivalente realisirt, in dem Augenblick, wo er sich die ihm gerade vorschwebende Madonna entwirft. Also aus einer Ausdrucksdeterminante wurde das Bild geboren, welche das ganze Determinantensystem des Künstlers

als Klangfarbe in sich enthält. Das Kunstwerk übt dann seine volle Wirkung aus, wenn die kunstschaffende Ausdrucksdeterminante im Zuschauer lebendig wird und in Folge dessen dieser die Seligkeit der künstlerischen Zeugung miterlebt. –

Aus dem so aufgefaßten Mechanismus der künstlerischen That lassen sich wesentliche Bedingungen, vielleicht darf man sagen, ästhetische Gesetze ableiten, die uns aus der Empire vertraut sind. Vor allem muß der Künstler reiche und starke Verwerthungsäquivalente besitzen, die nicht dem bewußten Geistesleben anzugehören brauchen. Aber sie müssen echt aus der Erregungskette entsprungen sein, so daß die Realisirung durch die Ausdrucksbewegung nothwendig und einzig möglich ist. Der Zusammenhang zwischen Verwerthungsäquivalent, Ausdrucksbewegung und Kunstwerk ist ein so inniger, daß eine Unechtheit den Einführungsproceß erschwert oder aufhebt und jedenfalls den Eindruck der Unechtheit hervorruft. Uebertriebene Ausdrucksmittel, zu denen eine spielend beherrschte Technik verleitet, haben keine strenge Beziehung zum Verwerthungsäquivalent und führen daher zu dem unsicheren, unbehaglichen Eindruck vieler Arbeiten der Barockzeit. –

Die für das Werk bestimmenden Determinanten müssen reich sein an Obertönen aus dem gesammten Determinantensystem des Künstlers. D. h. er muß eine insofern durchgebildete Persönlichkeit sein, als alle Determinanten in einer enthalten sind. Das durch die Determinanten bestimmte Werk darf gewisse formale Bedingungen nicht mißachten; denn es giebt immerhin Disharmonien, die einen zum ästhetischen Genuß geeigneten Zustand unter allen Umständen aufheben. –

Eine halb formale Bedingung der künstlerischen Arbeit ist die, daß Eindrücke in die Determinanten des speciellen Arbeitsgebietes des Künstlers leicht übersetzt werden können. So handelt es sich beim Plastiker darum, daß optisch-kinästhetische Determinanten in solche der Hand- und Armmuskulatur ohne Weiteres übergehen. Je schärfer, tiefer und last not least einfacher die Erfassung des Charakteristischen ist, um so reicher und symbolischer ist die Wirkung des Werkes. Das Wesentliche an einer symbolischen Wirkung (vgl. § 5) ist, daß die Symbole das Verwerthungsäquivalent gemeinsam haben mit dem Vorgang, dessen Symbol sie sind. Die symbolische Wirkung ist um so stärker,

je sinnenkräftiger sie ist, und je mehr sie einer anderen Sinnesmodalität oder wenigstens Qualität[1] angehört, als der symbolisirte Gegenstand.

Es giebt also wahre Symbolik und falsche, willkürliche, unphysiologische, unpsychologische Symbolistik. Echte Symbolik erkennen wir beispielsweise in Böklin's Schweigen im Walde, Klinger's An die Schönheit. Künstliche hingegen in Guido Reni's allverbreitetem Deckengemälde. Es gehört zu dem Mechanismus künstlerischer Verfallszeiten, daß sie die Symbole aus dem Zusammenhang ihrer Entstehung gerissen, wie eine gangbare Münze verwenden.

Wenn ein Kunstwerk überhaupt einen concreten Gegenstand besitzt, so muß sich zu diesem die Kunstform als sein Symbol verhalten oder wie die Ausdrucksbewegung zur Zielbewegung. Was von Stoff oder Fabel in einem Gemälde z. B. vorhanden ist, muß als Darstellungsmittel in die Musik des Kunstwerkes eingehen und auf jede Sonderexistenz verzichten. Statt weiterer Worte verweise ich auf „das Fest" in M. Klinger's Brahmsphantasie. In der künstlerischen oder symbolischen Organisirung und Belebung der stofflichen Aufgabe liegt ebenso das Künstlerische in der Architektur, was ich bei Lipps[2] sehr schön ausgedrückt finde: „Das kraftvolle Sichzusammenfassen und Aufrichten der dorischen Säule ist für mich erfreulich, wie das eigene kraftvolle Zusammenfassen und Aufrichten, dessen ich mich erinnere und wie das kraftvolle Zusammenfassen und Aufrichten, das ich an einem Anderen wahrnehme, mir erfreulich ist. Ich sympathisire mit dieser Weise der dorischen Säule sich zu verhalten oder eine innere Lebendigkeit zu bethätigen, weil ich darin eine naturgemäße und mich beglückende eigene Verhaltungsweise wiedererkenne. So ist alle Freude über räumliche Formen, und wir können hinzufügen, alle ästhetische Freude überhaupt, beglückendes Sympathiegefühl." Und dann: „die Formen bleiben trotz aller „Mechanik" Kunstformen, weil wir in sie unser Ich hineinlegen, um aus ihnen dies Ich, nicht so, wie wir es empirisch kennen,

---

[1] Verschiedene Modalität: blau — bitter.
Verschiedene Qualität: blau — roth. (Sprachgebrauch von Helmholtz l. c.) Analoge Qualitätsunterschiede darf man auch innerhalb der kinästhetischen Wahrnehmung statuiren.

[2] Th. Lipps, Raumästhetik und geometrisch-optische Täuschungen. Schriften der Gesellschaft für psycholog. Forschung. II. Sammlung, Heft 9/10. Leipzig, Joh. A. Barth, 1897.

sondern bereichert, ausgeweitet, erhöht, als ein grösseres, besseres, reineres, wiederum in uns zurückzunehmen." —

Meine so sich bestätigende Auffassung, daß die Kunstform eine Realisirung der Ausdrucksdeterminante ist, die in ihrer Zwecklosigkeit einen scharfen Gegensatz zur Bewegungsaufgabe bildet, traf zu meinem Erstaunen mit einem Satz Kant's zusammen, der ein constituirendes Princip seiner Aesthetik bildet: „Das Wohlgefallen, welches das Geschmacksurtheil bestimmt, ist ohne alles Interesse".[1] Dieser Gedanke ist bekanntlich von Schopenhauer viel weiter ausgeführt und verfeinert, aber leider mit seiner Metaphysik verschmolzen worden. Kant ist sich vollkommen klar darüber, daß der Versuch, durch den positiven Inhalt des Bildes an sich zu wirken, durchaus unkünstlerisch ist, welche Einsicht den auf ihren Gedankenreichthum so stolzen Schulen des vergangenen Jahrhunderts dann gänzlich abhanden gekommen ist. Das Kunstwerk kann der Erreger unendlicher Geistes- und Gefühlswerthe sein, wenn dem Künstler deren symbolische Umformung gelungen ist. Das Urbild der Venus von Milo, auf einem Stuhl sitzend photographirt, wäre uns ein vollkommenes Weib und ein Gegenstand des Begehrens, hätte aber gar nichts mit dem Kunstwerk gemein. Es ist principiell denkbar, daß dasselbe Hochgebirgsgefühl, wie durch eine Landschaft Segantini's durch Musik ausgelöst werden kann. Die Bergspitzen des Bildes sind ebenso Ausdrucksmittel, wie die Harmonien einer Composition. —

Daß die verschiedenen Kunstmodalitäten (vergl. Anm. S. 495) commensurabel sind, scheint daher zu rühren, daß sie alle einen gemeinsamen kinästhetischen Factor haben. Das ist für die kinästhetischen Künste, Zeichnung, Griffelkünste, Plastik ohne Weiteres klar. Aber auch die musikalischen Aequivalente bestehen zum sehr großen Theil aus kinästhetischen Componenten, die sich auf die gesangsmäßige Hervorbringung der Töne beziehen. Jeder Tonvorstellung ist eine ganz bestimmte Muskelvorstellung zugeordnet, die es dem geübten Sänger ermöglicht, gleich mit dem richtigen Ton einzusetzen, ehe also eine acustische Regulirung stattfinden kann (Hensen). [Es ist noch wenig beachtet worden, daß diese centripetalen Erregungen von den tonerzeugenden Muskeln aus wahrscheinlich wesentlich durch Cervicalnerven, Hinterstrang, mediale Schleife zu den Centralwindungen geleitet werden.] —

[1] J. Kant, Die Kritik der Urtheilskraft. Erster Theil. Kritik der ästhetischen Urtheilskraft. § 2. Herausgegeben von Karl Kehrbach.

Schwieriger ist es in dieser Hinsicht mit den rein optischen Eindrücken. Grelle Lichtreize rufen allerdings Abwehrreflexe der Augenringmuskeln, ja der Körpermuskulatur hervor, die mit den Abwehrbewegungen gegen grelle Töne durch eine symbolische Gleichung zusammengebracht werden könnten. Doch muß man schließen, daß auch nicht extreme Farbeneindrücke gesetzmäßig eine Action der quergestreiften und glatten Augenmuskulatur nach sich ziehen, deren zugehörige Determinanten mit den rein optischen eine associative Gemeinschaft bilden. Ich selbst habe bei der Vorstellung von blauen und gelben Flächen ganz charakteristische Muskelempfindungen im Auge und es wird niemand einen sehr hohen Ton mit einer anderen als der gelben Farbe vergleichen (audition colorée). Sehr leicht zu bemerken ist, daß die Geschmacks- und Geruchsempfindungen ihre kinästhetischen Supplemente haben. —

So wird man zu der Vorstellung berechtigt, daß ein- und dieselbe Determinantenmelodie in der Sehrinde zu einem Farbenbild führt, in der Hörrinde aber, die durch die ihr gewohnheitsmäßig zugetragenen acustischen Erregungen und wohl auch durch ihren feinsten Bau auf solche abgestimmt ist, zu einem Tonbild. Als eine Symphonie aller Sinnessphären, deren acustische Melodie sich eigentlich von selbst ergiebt, erschien mir immer Goethe's Mignonlied:

„Kennst du das Land, wo die Citronen blühn,
Im dunklen Laub die Goldorangen glühn,
Ein sanfter Wind vom blauen Himmel weht,
Die Myrthe still und hoch der Lorbeer steht?"

Einen sehr wesentlichen Bestandtheil der Ausdrucksbewegungen bilden die emotionellen Aenderungen in der Thätigkeit der Visceralorgane. Die entsprechenden Determinanten gehören zu den wichtigsten Componenten der kunstwerkschaffenden Ausdrucksdeterminanten, und bei der Einfühlung in das Kunstwerk werden dieselben Organempfindungen und Thätigkeitsänderungen der automatischen Verrichtungen wieder erzeugt. Man könnte die Aenderung der Athmungs- und Pulsform zu einem Gradmesser der specifisch ästhetischen Wirkung machen. Wir sehen wieder einmal, wie bei diesen höchst geistigen Lebensäußerungen bewußte und unbewußte Erregungsketten durcheinander spielen, mittönen, zusammenklingen. In den Erregungsketten, die keine innervatorischen Endglieder und keine motorischen Bewegungsaufgaben besitzen, also in der Denkthätigkeit treten neben den eigentlichen

Ausdrucksbewegungen, als deren Parallelphänomene, Aequivalenzwerthe von Bildern, Gleichnissen, Symbolen auf, die sich zu den Verwerthungsäquivalenten ebenso verhalten, wie die Ausdrucksbewegungen selbst. Diese collateralen Erregungen können auch als directe Analoga der Ausdrucksinnervation aufgefaßt werden, aber als solche, die sensorische Stationen durch Einstellungsinnervation erregen, während die Ausdrucksinnervation motorische Auslösungen verursacht. –

Eine Sculptur, die als vollendete Realisirung einer Ausdrucksdeterminante erscheint, ist dermaßen eine organische Einheit, daß ein Theil von ihr, ein antiker Torso, gerade so viel sagt, wie das Ganze sagen würde, und daß wir den Torso kaum anders wünschen, als wie wir ihn besitzen. Durch die Ausdruckskraft, die dem Theil anhaftet, kommt die symbolische Wirkungsfähigkeit des Werkes erst recht zum Ausdruck. In dem Torso ist das künstlerische Leben des Ganzen ebenso concentrirt, wie in der kunstschaffenden Ausdrucksdeterminante das ganze individuelle Determinantensystem. Der Torso ist ein Individuum und seine nachträgliche Ergänzung ist eine Unmöglichkeit. Deshalb ist der menschliche Körper die unerschöpfliche Fundgrube künstlerischer Schönheit, weil er der Inbegriff aller Ausdrucksbewegungen ist. –

Wenn wir Schönheit in der Natur genießen, so thun wir dasselbe, was der Künstler thut, wenn er das Naturobject in seinem künstlerischen Auffassungsprozeß zum Symbol derjenigen Gefühlszustände oder Verwerthungsäquivalente macht, die es in ihm erweckte. Je reicher wir das Symbol zu gestalten vermögen, in Folge der Tiefe des Eindrucks, den das Object uns machte und in Folge der bewußten und hauptsächlich unbewußten Verarbeitung des Objectes (vergl. § 5), um so weniger weit sind wir vom Künstler entfernt, um so lebhafter ist der Kunstgenuß, den wir von einer Landschaft, einem lebendigen Menschen haben. Wir empfinden im künstlerischen Wahrnehmungsproceß auch wirkliche Objecte als Ausdrucksbewegungen und sprechen daher von lachender Landschaft und Aehnlichem. Unser Einfühlungsvermögen ist wunderbar reich entwickelt. Potter empfindet mit der grasenden Kuh, Goethe mit dem liebenden und verzweifelten Grethchen. Das steht im Zusammenhang mit der engen Gesetzmäßigkeit, die Gefühlszustände und Ausdrucksbewegungen mit einander verbindet, so daß aus den letzteren um so mehr von

ersteren erschlossen werden kann, je vollkommener der Einfühlungsproceß durchgeführt wird (Vergl. § 8).

Wir haben bis jetzt empirische Gesetze der künstlerischen Bethätigung aus der Theorie der Erregungskette abzuleiten gesucht und sie mit derselben in gutem Einklang gefunden. Ueber ihre Ursache haben wir nur festgestellt, daß die Ausdrucksbewegung einer Art von energetischen Luxusproduction ihre Entstehung verdankt. Formell identisch ist die Kunstform, wie wir das Element des Kunstwerkes nennen, mit der Ausdrucksbewegung nur in der Musik, im Gesang. Im Uebrigen ist sie eine Art von objectiver Materialisation jener. Sie hat es mit der Ausdrucksbewegung gemeinsam, daß sie im Gegensatz zu anderen wesentlichen Thätigkeiten keinen vitalen Zweck verfolgt, sondern Selbstzweck ist. Dies Kriterium hat die Kunstbethätigung mit dem Spiel gemeinsam, das bei jungen Thieren und Kindern wesentlich eine Uebung primärer (instinctiver) Determinanten darstellt, die erst später in practischen Gebrauch treten. Die junge Katze hascht nach einem Ball, wie später nach der Maus. Das kleine Mädchen übt sich an ihren Puppen in Muttergefühlen. Der Knabe bereitet sich in der Prügelei mit den Kameraden auf den ernsten Lebenskampf vor. Die Kunstbethätigung ist das Spiel der Erwachsenen. Ein Ueberschuß an harmonischem Lebensgefühl führt zur harmonischen Materialisirung der Ausdrucksdeterminanten. So finden wir — im Einklang mit allem Vorangehenden — des Kunsttriebes energetisch-biologische Quelle. Wahrscheinlich ist die Bildung schöner organischer Tier- und Pflanzenformen, von einem allgemeinen Standpunkt betrachtet, dieselbe Erscheinung, das formative Analogon zum functionellen Kunsttrieb, die Ausdruckscomponente neben der vitalen Zweckerfüllung. Dann hätten auch die Keimesdeterminanten ihre Ausdruckscomponente, die vielleicht wesentlich zu derjenigen organischen Triebkraft beitragen, welche der Selection die Varianten zur Auslese bietet.[1] —

Der Kunsttrieb ist eine ganz primitive Eigenschaft nicht einmal allein des Menschengeschlechtes. Nahezu vollendete Kunstformen finden sich schon unter den Wandzeichnungen aus den paläolithischen Höhlen. Spuren einer großartigen künstlerisch-

[1] Von der Sprache, also auch den zugehörigen Organen, Kehlkopf und Broca'schem Centrum, wissen wir bestimmt, daß sie aus Ausdrucksbewegungen entstanden ist, was wir bei unseren Säuglingen in ontogenetischer Wiederholung täglich beobachten können.

symbolischen Kraft sind in alt-egyptischen Reliefs zu bemerken, von der großen Zeit der mykenischen Kunst ganz zu schweigen. Schwer zu erklären sind die Gefrierpunktsperioden der künstlerischen Temperatur, die ziemlich regelmäßig auftreten und von denen wir eine eben zu überwinden im Begriffe scheinen. Sie beruhen gewiß zum Theil darauf, daß das natürliche Kunstgefühl nicht mehr gegen den Zwang der mechanischen Regeln, gegen die überwuchernde gegenständliche Reflexion aufkam. Es konnte sich gegen die Versuchungen der sich mühelos darbietenden Technik nicht in seiner Echtheit bewahren und ließ Arbeiten unwahrer Großsprecherei entstehen. In unseren Tagen mag die Malträtirung der Großhirnrinde durch das gedächtnißmäßige Lernen mitgewirkt haben, durch welche das natürliche Spiel des Determinantenapparates gestört wurde, das ganz spontan Determinanten der Augenmuskeln in solche der Zeichenmuskeln umsetzt (§ 5). In der tiefen Naturbedingtheit des Kunsttriebes sah ich die Berechtigung und Aufforderung, die biologische Werthigkeit derselben in diese Betrachtung einzubeziehen. —

Wir haben es in der Einleitung als Aufgabe der practischen und wissenschaftlichen Orientirung im Raume erkannt, die objectiven, vom individuellen Standpunkt unabhängigen Beziehungen der Dinge festzustellen. Diese Arbeit ist das Ergebnis der fortgesetzten Verarbeitung der Sinneseindrücke durch die bewußte und unbewußte Verstandesthätigkeit der Individuen und Generationen. Im Gegensatz dazu ist es die Aufgabe der ästhetischen Betrachtung, die Sinneseindrücke möglichst rein in ihrer subjectiven Bedingtheit zu erfassen, die durch die physikalischen, physiologischen, psychologischen Eigenschaften des individuellen Aufnahmeapparates mit Nothwendigkeit bestimmt ist. Sie verhält sich zur objectiven Betrachtung, wie die perspectivische Zeichnung eines Hauses zu einem körperlichen Modell derselben. Die perspectivische Erscheinung des Hauses wechselt mit dem Standpunkt des Zeichners, sie ist eine eindeutige Folge des Verhältnisses der objectiven zu den subjectiven Bedingungen. Ebenso ist es mit allen anderen Qualitäten der Zeichnung, die sowohl mit den Varianten des Objects, als mit solchen des Subjects variiren. Das künstlerische Ergebniß ist also durch die Beziehungen der jeweiligen Zustände von Object und Subject eindeutig bestimmt. Auf dieser Naturbedingtheit der Eigenart des Kunstwerkes beruht die Möglichkeit des Verständnisses, die absolute Mittheil-

barkeit der *Kunstwirkung* an *denjenigen*, der *im Stande ist*, in *die subjectiven Bedingungen der Kunstschöpfung hineinversetzt zu werden.* Diese Naturbedingtheit ist die *künstlerische Wahrheit*, der echte Realismus, während das verkehrte Streben nach objectiver Correctheit im besten Falle zum Naturalismus führt. Die allgemeine Möglichkeit, in die subjectiven Bedingungen der Kunstschöpfung hineinversetzt zu werden, rührt daher, daß die Kunstform Ausdrucksbewegung, materialisirte Ausdrucksdeterminante ist und daß die Ausdrucksbewegung bei allen Menschen in der gleichen Beziehung zu den Verwerthungsäquivalenten, zum Gefühlsleben steht. So baut sich auf dieser biologischen Gesetzmäßigkeit die Nothwendigkeit der Kunstwirkung auf. Das Kunstwerk repräsentirt demnach eine Summe (Integral) qualitativer und quantitativer künstlerischer Zeugungskraft und Leistung, die von einem alles übersehenden Geiste objectiv festgestellt werden könnte. Diese Summe ist der Kunstwerth, ein durchaus objectiver Begriff. Der Grad des Gefallens schwankt hingegen mit dem Verständniß und dem zeitlich, historisch und andersartig bedingten Geschmack der Individuen. Der Grenzbegriff und das Ziel der Kunstbetrachtung und der Geschmacksbildung ist aber die möglichste Feststellung des Kunstwerthes, *des Schönen* κατ' ἐξοχήν. Darin dürfte eine Lösung des von Kant gestellten Problemes gegeben sein, der auf allen Feldern menschlicher Bethätigung nach Prinzipien suchte, welche ein Gebiet als ein durch Gesetze geordnetes und einheitlich zusammengefaßtes constituiren.[1] Kant hat mit dieser Kopernicanischen That, mit der er u. a. das Prinzip der wissenschaftlichen Oeconomie anticipirte, den menschlichen Geist zum allgemeinen Gesetzgeber proclamirt. Aber nicht als einen willkürlichen, denn auf keinem Gebiete sind widersprechende Gesetze auf die Dauer möglich. Die Nothwendigkeit und Einheitlichkeit der Gesetzgebung ist ein eindeutig bestimmtes Ergebnis der functionellen Anpassung. Das ästhetische Problem lautet nach § 7 der Kritik der Urteilskraft (l. c.): „Es wäre (gerade umgehrt) lächerlich, wenn jemand, der sich auf seinen Geschmack etwas einbildete, sich damit zu rechtfertigen gedächte, dieser Gegenstand, das Gebäude, was wir sehen, das Kleid, was jener trägt, das Concert, was wir hören, das Gedicht, welches zur Beurtheilung aufgestellt ist, ist für mich schön. Denn er muß es nicht schön

[1] Vergl. auch E. Kühnemann, Kant's und Schiller's Begründung der Aesthetik. München 1895, ein Werk, dem ich viel verdanke.

nennen, wenn es ihm bloß gefällt. Einen Reiz und Annehmlichkeit mag für ihn vieles haben. Darum bekümmert sich niemand; wenn er aber etwas für schön ausgiebt, so muthet er anderen eben dasselbe Wohlgefallen zu, er urtheilt nicht bloß für sich, sondern für jedermann und spricht alsdann von der Schönheit, als wäre sie eine Eigenschaft der Dinge. Er sagt daher, die Sache ist schön und rechnet nicht etwa darum auf anderer Einstimmung in sein Urtheil des Wohlgefallens, weil er sie mehrmalen mit dem seinigen einstimmig befunden hat, sondern fordert es von ihm. Er tadelt sie, wenn sie anders urtheilen und spricht ihnen den Geschmack ab, von dem er doch verlangt, daß sie ihn haben sollen; und sofern kann man nicht sagen: ein jeder hat seinen besonderen Geschmack. Dies würde so viel sagen als: es giebt gar keinen Geschmack, das ist: kein ästhetisches Urtheil, welches auf jedermanns Beistimmung rechtmäßigen Anspruch machen könnte." — Die von Kant geforderte Gesetzmäßigkeit beruht nach unseren Darlegungen auf dem eindeutigen Zusammenhang zwischen Gefühlszuständen und Ausdrucksbewegungen, der in derselben Weise auch das Thierreich weithin beherrscht. Die Mimik der von Darwin[1] abgebildeten Thiere ist uns ohne Weiteres verständlich, was nur auf nächster Verwandtschaft der Ausdrucksdeterminanten beruhen kann. Diese Verwandtschaft ist wunderbar weitgehend. Sie ermöglicht es, daß der Dichter Wesen anderer Gattung, anderer Rasse, anderen Geschlechts mit künstlerischer Wahrheit verständlich darstellen kann, daß Tolstoi den Tod schildert, so wie er sein muß, daß der Arzt den Zustand seiner Kranken gleichsam von innen heraus verstehen kann. —

Die Ausdrucksbewegungen und damit die Kunstformen sind Naturerzeugnisse, die sich unter gegebenen Verhältnissen mit Nothwendigkeit herausbilden. Die gleichen Naturbedingungen veranlassen auch verschiedene Arten zur Production der gleichen Formen. Die Lebewesen sind von einem „Princip der gleichmäßigen Reaction" beherrscht. Die Walfische erhalten unter dem Einfluß des Wasserlebens analoge Extremitäten wie die Fische. R. Burkhardt[2] sucht nachzuweisen, daß die verschiedenen Formen der flügellosen Riesenvögel nicht gemeinsamen

[1] Ueber den Ausdruck der Gemüthsbewegungen bei den Menschen und den Thieren. Uebersetzt von Carus. IV. Aufl. Stuttgart 1884.

[2] Das Problem des antarktischen Schöpfungscentrums vom Standpunkt der Ornithologie. Zoolog. Jahrbücher, Bd. 15, 6, 1902.

Ursprung besitzen, sondern sich unter dem Einfluß derselben insularen Lebensweise convergent entwickelt haben. Ebenso zeigen die Formen des geistigen Lebens, die wir ja ebenfalls als Körpereigenschaften, Determinanten aufzufassen gelernt haben, bei den entlegensten polyphyletisch entstandenen Rassen eine auffallende Convergenz in den Religionen, dem Familienleben, den moralischen Normen. So werden auch ihrem Kunstwerth nach gleiche Kunstideale in der Antike, der Renaissance, in Japan geboren. Die Verschiedenheiten der Kunstideale entspringen ebenso, wie die der Pflanzenformen, aus dem Wechsel der natürlichen Bedingungen, deren kunstbestimmender Einfluß in dem herrlichen Werke H. Taine's so überzeugend nachgewiesen wird.[1] Indem wir die Aesthetik als eine biologische Wissenschaft in Anspruch nehmen, sagen wir zugleich aus, daß die ästhetische Diätetik ein Gegenstand des Staatsinteresses sein muß, ebenso wie in den großen Tagen von Athen und von Florenz die Kunst das wunderbarste Mittel zur Beglückung der Völker gewesen ist. Sie kann es auch heute sein und wird es hoffentlich werden. —

§ 9. Zusammenfassung.

1. Aus der Summe der Sinneseindrücke, deren reine Erfassung Aufgabe der ästhetischen Betrachtung ist, entsteht durch zweckmäßige Verarbeitung (selective Reizverwerthung!) ein vom subjectiven Standpunkt unabhängiges System der Vorstellungen, die reale Welt. Ihr wichtigster Baustein sind die kinästhetischen Vorstellungen.

2. Diejenige Function des Integrals der zu Bewußtseinsphänomenen führenden Erregungsvorgänge, welche der Intensität des Bewußtseinselementes direct proportional ist und die Dimension der Energiemenge besitzt, ist der psycho-physische Aequivalenzwerth oder die Aequivalenzarbeit, die über- oder unterschwelligen Werth haben kann.

3. Die allgemeinste Form der vitalen Reaction ist nicht der Reflex, sondern die Erregungskette. Ihre energetischen Endglieder sind a) innervatorische, b) Remanenz- c) Aequivalenzarbeit.

4. Aequivalenzarbeit tritt fast immer mit Remanenzarbeit gleichzeitig auf, doch kommt die letztere in weitem Umfange auch ohne

[1] „Philosophie der Kunst" in der adäquaten Uebersetzung von Ernst Hardt, verlegt bei Eugen Diederichs in Leipzig 1902/1903.

die erstere vor. Die Einführung des Aequivalenzbegriffes ermöglicht eine einheitliche naturwissenschaftliche Beschreibung der Erregungsketten einschließlich der seelischen Vorgänge und emancipirt von dem physiologisch-psychologischen Dualismus.

5. Die Erregungsketten mit und ohne innervatorische Endglieder stehen unter einer Gleichgewichtsbedingung, deren naturwissenschaftliche Dignität derjenigen der physikalisch-chemischen Gleichgewichtsbedingungen analog ist. Die vitale Gleichgewichtsbedingung ist die der optimalen Reizverwerthung.

6. Jede Reizverwerthung führt u. a. zu einem (über- oder unterschwelligen) Aequivalenzwerth, welcher einem Lust- *oder* Unlustgefühl entspricht und von uns als positives oder negatives Verwerthungsäquivalent bezeichnet wird. Die Art des Verwerthungsäquivalentes ist charakteristisch für den Sinn der Reizverwerthung.

7. In innigster und eindeutiger Beziehung zum Verwerthungsäquivalent steht die Ausdrucksbewegung, deren Objectivirung das Urphänomen der künstlerischen Erzeugung ist.

8. Structurdeterminanten sind die Summe von structurellen Bedingungen, die dafür maßgebend sind, daß der Energiewandel in jedem bestimmten Falle sich in einer bestimmten Richtung *und* in bestimmtem Umfang vollzieht. Determinantenarbeit ist die zu dauernden Structuränderungen an den Neuronübergängen *aufgewandte* Remanenzarbeit. — Determinanten sind Structuren und können durch Gehirnläsion zerstört werden. —

9. Die Reizverwerthung bedeutet jedesmal eine generelle Verarbeitung des Reizes, eine Generalisation. Die aus ihr hervorgehende Determinante ist der structurelle Repräsentant eines Begriffes, eines Gesetzes.

10. Das mit begriffsbildenden Erregungsketten einhergehende Verwerthungsäquivalent entspricht dem „Geltungsgefühl“ von v. Kries und ist charakteristisch für die Vorgänge der Urteilsbildung, Apperception etc.

11. Auch bei jeder Association, die schon an sich als Reizverwerthungsvorgang aufzufassen ist, kommt dem Verwerthungsäquivalent eine bestimmende Stellung zu.

12. Beim Ueben, Lernen, Nachdenken werden Bewegungs- bezw. Denkdeterminanten neugebildet. Solche Erregungsketten sind als Fall vom Kampf der Theile im Organismus aufzufassen, in welchem die Reizverwerthung jedesmal das auslesende Moment darstellt.

13. Die Neu- und Umbildung von Determinanten ist ein Ergebniß functioneller Anpassung.

14. So entstehen die mathematischen und Naturgesetze als nothwendige Producte functioneller Anpassung und charakterisiren sich dadurch als synthetische Urtheile a priori im Sinne Kant's.

15. Im Prinzip kommen alle diese Verrichtungen allen Theilen des Nervensystems und auch schon einzelligen Organismen zu. Das Großhirn der Menschen zeichnet sich dadurch aus, daß es vorzugsweise Ort der Bildung von Denkdeterminanten, überschwelligen Aequivalenzwerthen und von solchen Erregungsketten ist, in denen die innervatorischen Endglieder relativ zurücktreten.

Ueber Erklärungshypothesen und Erklären überhaupt.

Von

Wolfgang Ostwald.

Im ersten Bande dieser Annalen hat G. Heymans einen Aufsatz unter dem Titel: Ueber Erklärungshypothesen und Erklären überhaupt veröffentlicht, in welchem einige Bedenken erörtert werden, welche der Verfasser gegen die Meinung Wilhelm Ostwald's über die Zulässigkeit naturwissenschaftlicher Hypothesen im Allgemeinen und mechanischer Hypothesen für nichtmechanische Dinge insbesondere hat. Ich glaube nun, daß sich ein Theil dieser Bedenken durch eine Arbeit von mir in demselben Hefte, die aber vor meiner Bekanntschaft mit der Heymans'schen Abhandlung gedruckt war, erledigt haben. Immerhin aber lassen mir mehrere Gründe, nicht zuletzt die ziemlich beträchtliche Complicirtheit und Wichtigkeit der in Rede stehenden Probleme es als zweckmäßig erscheinen, jene in meiner vorigen Arbeit als Fortführung Wilh. Ostwald'scher Gedanken gewonnenen Resultate den Einwänden Heymans gegenüberzustellen resp. die ersteren zur erfolgreicheren Klärung der zweifelhaften Punkte zu erweitern.

Der erste Theil der Auseinandersetzungen Heymans' beschäftigt sich mit der wissenschaftlichen Berechtigung resp. Nichtberechtigung von Hypothesen, ferner im Speziellen mit den Unterschieden, welche z. B. zwischen den physikalischen und chemischen Molekularhypothesen einerseits und den Theorien von Darwin, Kant-Laplace etc. andererseits bestehen. Dabei sollen sich die Erörterungen Heymans nur auf die logischen und erkenntnißtheoretischen Grundlagen, also auf die Frage nach der Zulässigkeit naturwissenschaftlicher im Allgemeinen und „mechanischer Hypothesen für nichtmechanische Dinge“ insbesondere erstrecken. „Die andere Frage, ob und inwiefern die zur Zeit

gangbaren mechanischen Hypothesen ihrer Aufgabe gewachsen sind", betrachtet Heymans „als eine innere Angelegenheit der Naturwissenschaft, in welche sich die Philosophie nicht zu mischen hat". Auch hier soll dementsprechend nur auf die Erörterung der „logischen und erkenntnißtheoretischen" oder, wie meines Erachtens noch zweckmäßiger zu sagen ist, der „formalen" Eigenschaften der in Frage kommenden wissenschaftlichen Gedankenbildungen eingegangen werden.

Es wird sich von Vortheil erweisen, wenn wir zunächst bei der Besprechung dieser Probleme etwas weiter ausholen. Wie ich in meiner citirten Arbeit zu zeigen versucht habe, lassen sich die allgemeinen Ergebnisse einzelwissenschaftlicher[1] speziell auch naturwissenschaftlicher Forschung in formaler Beziehung einordnen unter 4 Typen: Definition, Gesetz, Theorie und Hypothese. Wenn wir von gewissen Unterschieden des zusammenzufassenden Materials, welche z. B. zu der Unterscheidung von Definitionen und Gesetzen führen, absehen, so liegt das charakterisirende Merkmal der genannten allgemeinen Begriffe in der Verschiedenheit der Prüfbarkeit derselben. Ich werde nun wie in meiner vorigen Arbeit zu zeigen versuchen, daß insbesondere dieser Begriff der Prüfbarkeit resp. eine weitere Analyse desselben uns die Mittel in die Hand giebt, scharfe formale Grenzen zwischen den einzelnen allgemeineren naturwissenschaftlichen Zusammenfassungen, wie sie uns in den verschiedenen, oben durch Beispiele illustrirten Hypothesen entgegentreten, zu ziehen.

Im Allgemeinen und für gewöhnlich versteht man unter der Prüfbarkeit derartiger allgemeiner wissenschaftlicher Zusammenfassungen diejenige Eigenschaft oder Fähigkeit derselben, welche uns die Voraussicht eines speziellen Falles der Erscheinungen, welche durch den betreffenden allgemeinen Begriff eben zusammengefaßt werden, ermöglicht, mit anderen Worten, die Deducirbarkeit derselben. Auch wir werden uns mit einem gewissen, gleich zu erörternden Vorbehalt dieser Definition anschließen können. Trotz der scheinbaren Selbstverständlichkeit aber des Vorhandenseins der genannten Eigenschaft bei solchen wissenschaftlichen Gebilden, welche ja auch zuweilen Abstraktionen genannt werden, ist die Wichtigkeit gerade dieser Eigenschaft der Deducirbarkeit erstens als formales Hilfsmittel zur Unter-

[1] Einzelwissenschaftlich im bekannten Gegensatz zu philosophisch.

suchung der Berechtigung resp. Nichtberechtigung mancher wissenschaftlicher Zusammenfassungen und zweitens auch innerhalb der Einzelwissenschaften selbst bei der Aufstellung derartiger allgemeiner Zusammenfassungen keineswegs immer berücksichtigt worden.

Betrachtet man nämlich die Eigenschaft der Prüfbarkeit oder Deducirbarkeit nach ihrer formalen Seite hin, so findet man, daß die Prüfbarkeit allgemein eines Oberbegriffes, wie Definition, Gesetz, Theorie und Hypothese ja solche vorstellen sollen, in dem Nachweis besteht, daß alle Eigenschaften oder Bestandtheile des Oberbegriffes auch in den Unterbegriffen, d. h. in den einzureihenden Erscheinungen vorhanden sind. Dies ist die formale Definition der Prüfbarkeit oder Deducirbarkeit wissenschaftlicher Begriffe.

Der Nachdruck liegt nun in diesem Satze auf dem Wort „alle", indem eine Zusammenfassung in der That nur bei einem Vorhandensein aller Bestandtheile und Elemente des Oberbegriffes in den Unterbegriffen eine wirkliche Abstraktion ist, eine Ueberlegung, deren Richtigkeit sich besonders deutlich bei der Betrachtung des Abstraktionsverfahrens im Einzelfalle selbst ergiebt. Daß aber die wichtigeren und „sicheren" allgemeinen Ergebnisse der Naturwissenschaft wie aller anderer Einzelwissenschaften in derartigen Abstraktionen thatsächlich bestehen, und daß es das Ziel der Wissenschaften ist, diesese Abstraktionen an Inhalt zu bereichern, neue und möglichst eng an- oder übereinanderschließende aufzustellen, dürfte seit den grundlegenden Untersuchungen Mach's und seiner Nachfolger außer Frage stehen. Hieraus folgt aber wieder ein Kriterium für den Werth wissenschaftlicher Zusammenfassungen, indem man prüfbar oder deducirbar auch solche wissenschaftliche Begriffe nennen kann, deren Entstehung eine rein abstraktive war. Beide Definitionen, die Deducirbarkeit und die abstraktive Entstehungsart, drücken also dieselbe Thatsache aus.

Im Speziellen machen sich indessen noch folgende Bemerkungen nöthig. Sind bei einem solchen wissenschaftlichen Oberbegriff alle Bestandtheile oder Eigenschaften thatsächlich bei den Einzelfällen oder Einzelerscheinungen, deren Complex eben der Oberbegriff darstellt, wieder aufgefunden worden, so nennen wir, wie dies schon in meiner citirten Arbeit geschah, diese allgemeinen Begriffe zweckmäßiger Weise Definitionen und Gesetze. Dabei heißen Definitionen rein abstraktive Zusammen-

fassungen von Erscheinungen mit nur geringem Zeitfaktor, also allgemeine Zusammenfassungen von Dingen und Eigenschaften, Gesetze dagegen analoge Zusammenstellungen von Geschehnissen. So besteht z. B. die Prüfung der Definition Wirbelthier in dem Nachweis, daß jedes Thier, welches wir unter diesen Begriff einordnen wollen oder schon eingeordnet haben, ein inneres, gegliedertes, kalkhaltiges etc. Skelettsystem besitzt. Findet sich dies Verhalten bei näherer Untersuchung bestätigt, so ist die Definition hiermit positiv geprüft. Besitzt aber ein Organismus, z. B. ein Krebs, zwar ein gegliedertes, kalkhaltiges etc. aber nicht inneres Skelettsystem, so erweist es sich, daß die obige Definition nicht in einem solchen Umfange gilt, als daß, wie im ersten Moment beim Vergleich der einzelnen Eigenschaften des Oberbegriffes mit denen der Einzelerscheinung zu erwarten ist, ein Krebs in sie hineingehörte. Auf der anderen Seite versteht man unter der Prüfung eines Naturgesetzes z. B. des, welches besagt, daß alle undurchsichtigen Körper bei einseitiger Beleuchtung einen Schatten werfen, die Untersuchung, ob thatsächlich ganz beliebige Körper, welche aber neben anderen Eigenschaften die der Undurchsichtigkeit haben und einseitig beleuchtet werden, dies in dem Naturgesetz versprochene Resultat ergeben. Ist dies der Fall, so ist das Naturgesetz positiv geprüft. Fehlt aber nur ein Bestandtheil des Oberbegriffes, z. B. hier die Undurchsichtigkeit der Einzelerscheinung, dem Körper, so gilt trotz des Vorhandenseins anderer gemeinsamer Eigenschaften von Ober- und Unterbegriff das Naturgesetz nicht in dem vorher zu vermuthenden Umfange. — Sowohl bei Definitionen als auch bei Naturgesetzen zeigt es sich also, daß die Prüfbarkeit derselben in dem Vorhandensein aller Bestandtheile des Oberbegriffes in den einzelnen untergeordneten Erscheinungen besteht.

Ein neues Moment tritt nun hinzu, wenn bei der Herstellung von wissenschaftlichen Zusammenfassungen das Verfahren des Analogieschlusses benutzt wird; dieses letztere gründet sich bekanntlich auf die Erfahrung, daß Erscheinungen, wenn sie in gewissen, speziell sogenannten wesentlichen, d. h. einem relativ engen Oberbegriff angehörigen Eigenschaften übereinstimmen, dies auch in Betreff der übrigen Eigenschaften thun. Obgleich Definitionen und Naturgesetze vollständig nur durch Aufsuchen, Beschreiben, Zusammenstellen und Zusammenfassen von Erscheinungen gebildet werden können, so findet doch auch schon bei

diesen allgemeineren wissenschaftlichen Begriffen der Zeit- und Müheersparniß halber der Analogieschluß Verwendung. In dem letzteren Falle nun tritt häufig der Umstand auf, daß zur Zeit eine Prüfung in dem oben beschriebenen Sinne, also ein Nachweis des Vorhandenseins aller Bestandtheile des Oberbegriffes in den Einzelerscheinungen, nicht möglich ist. Und zwar kann man in solchen Fällen ganz allgemein von technischen Schwierigkeiten sprechen. „Diese technischen Schwierigkeiten lassen sich eintheilen in zeitliche, räumliche und energetische. Um Beispiele anzuführen: Abstraktionen, welche betreffs ihrer vollständigen Prüfung vorwiegend zeitliche Schwierigkeiten haben, sind eine große Anzahl von Entwickelungstheorien, eine solche mit räumlichen z. B. die Vorstellung von dem Aufbau unseres Planetensystems, endlich eine mit energetischen oder technischen Schwierigkeiten im engeren Sinne die Entstehungstheorie des Diamanten. Bei allen diesen Schwierigkeiten ist es sehr wahrscheinlich, aber wahrscheinlich überhaupt, daß, falls wir eben die erforderlichen Hilfsmittel, deren Art und Umfang wir aber (ungefähr) zu bestimmen wissen müssen, wir die betreffenden (mit Hilfe von Analogieschlüssen gemachten) Abstraktionen prüfen könnten. Da nun die technische Vervollkommnung im allgemeinsten Sinne, wie die Erfahrung lehrt, nur eine Frage der Zeit ist, so wollen wir — schon aus diesem Grunde — alle Fälle, bei denen eine Prüfung nur durch Analogieschlüsse einstweilen stattfinden kann, auch prinzipiell prüfbar nennen."[1] Mit anderen Worten, wenn also auch noch nicht zur Zeit das Vorhandensein aller Bestandtheile des Oberbegriffes in den Einzelerscheinungen direkt nachgewiesen worden sind, so wird doch in den Fällen, welche thatsächlich nur Abstraktionen mit Analogieschlüssen sind, wenigstens die Hoffnung vorhanden sein, die bestehenden Lücken einmal auszufüllen. Derartige wissenschaftliche Zusammenfassungen, bei denen einstweilen nur das Vorhandensein eines Theiles der Elemente des Oberbegriffes in den Einzelerscheinungen nachgewiesen worden ist, deren vollständige Deducirbarkeit aber erhofft werden kann und durch den Fortschritt der Erkenntniß auch ununterbrochen gefördert wird und welche insbesondere Denkmöglichkeiten darstellen, habe ich als Theorien bezeichnet.

Endlich muß noch auf einen Punkt eingegangen werden, dessen Klarlegung wahrscheinlich auch dem Nachweis von der

[1] Wo. Ostwald, loc. cit. p. 388 ff.

Zweckmäßigkeit der Unterscheidung resp. dem Verhältniß von Theorien zu den gleich näher zu erörternden sogenannten Hypothesen zu gute kommen wird. Es handelt sich dabei um die gegenseitige Stellung der Begriffe Deducirbarkeit und Herstellbarkeit, resp. allgemeiner gefaßt, der Begriffe Erklärbarkeit und Herstellbarkeit. Es liegt nämlich nahe und ist mir im Gespräche auch häufig entgegengetreten, daß unter dem Begriff der Prüfbarkeit die Herstellbarkeit der in dem betreffenden Begriff zusammengefaßten Erscheinungen verstanden wird, so daß also Deducirbarkeit und Herstellbarkeit für identisch gehalten werden. Daß diese beiden Begriffe aber vollständig unabhängig von einander sind, läßt sich so zeigen.

Es ist unzweifelhaft, daß zunächst alle Gesetze, Theorien etc. die Einzelerscheinungen erklären, d. h., wie wir später noch genau sehen werden, in einen möglichst reichhaltigen und lückenlosen begrifflichen Zusammenhang untereinander bringen sollen. Es ergiebt sich daraus weiter, daß die Erklärung einer Einzelerscheinung niemals eine vollständige, definitive oder absolute sein kann, da sich bis jetzt bei jeder noch so bekannten Erscheinung mit der Zeit doch noch neue Eigenschaften und Zusammenhänge ergeben haben, ein Umstand, der bei unbefangener Betrachtung der Angelegenheit ja ohne weiteres zu erwarten ist. Diesem thatsächlichen Verhalten kommt auch der wissenschaftliche Sprachgebrauch entgegen, indem man sehr häufig z. B. von einer besseren und schlechteren Erklärung spricht. Unterwegs nun, bei irgend einer Stufe der Erklärung tritt manchmal die Herstellbarkeit der Erscheinung ein, jedoch keineswegs immer und mit Nothwendigkeit. So wird Niemand bezweifeln, daß uns die Astronomie den Wechsel von Tag und Nacht recht gut erklärt hat, obgleich diese Wissenschaft niemals im Stande gewesen ist und sein wird, die Erde stillstehen zu lassen und willkürlich Tag und Nacht hervorzurufen; trotz des Erklärtseins der Erscheinung können wir sie in diesem Falle nicht herstellen. Umgekehrt aber giebt es eine sehr grosse Menge von Erscheinungen, welche wir sehr wohl willkürlich hervorbringen können, ohne daß wir sie darum erklärt nennen. So können wir z. B. durch Aenderungen der äußeren Faktoren: Wärme, Licht, chemische Beschaffenheit etc. eine sehr große Anzahl von Erscheinungen an Organismen hervorrufen, die wir keineswegs als erklärt ansehen. Aus diesen Erörterungen erhellt also die vollständige Unabhängigkeit der Be-

griffe Erklären und Herstellen resp. Prüfbarkeit und Herstellbarkeit. Insbesondere darf, wie ich schon früher betont habe,[1] die Herstellbarkeit einer Erscheinung nicht als Kriterium ihrer Erklärbarkeit verwendet werden, oder mit Betonung einer anderen Seite derselben Angelegenheit, es werden Theorien und Gesetze zunächst nicht zum Zwecke der Herstellung, sondern zum Zwecke der Erklärung von Erscheinungen, d. h. zu einer begrifflichen Verbindung derselben aufgestellt. Der Aufweis eines derartigen Zusammenhanges kann sehr wohl geschehen, ohne daß wir technisch im Stande sind, die Erscheinung nach Belieben herzustellen. Das Kennzeichen aber aller wirklichen Theorien ist, daß sie Denkmöglichkeiten sind, welche mit dem Fortschritt der Wissenschaft immer wahrscheinlicher[2] gemacht werden können, so daß sie zum Schluß die Sicherheit von Naturgesetzen erlangen, wie dies z. B. an der Theorie oder Erklärung von Tag und Nacht zu ersehen ist. –

Den beiden bisher besprochenen Formen wissenschaftlicher Zusammenfassung stehen nun drittens Gedankenbildungen gegenüber, welche wir Hypothesen nennen wollen, und welche thatsächlich durch ein scharf definirbares formales Kennzeichen von den eben besprochenen Formen, insbesondere den Theorien, zu unterscheiden sind. Wir nähern uns hiermit dem Kernpunkt unserer Untersuchungen resp. dem Theil desselben, welcher speziell für die Ausführungen von Heymans in Betacht kommt.

Unter Hypothesen verstehen wir wissenschaftliche Zusammenfassungen, deren Oberbegriffe Bestandtheile enthalten, welche sicher nicht in den Einzelerscheinungen vorhanden sind. Solche Hypothesen sind insbesondere

[1] Wo. Ostwald, Biolog. Centralblatt 1901, p. .

[2] Es ist vielleicht zweckmäßig, darauf hinzuweisen, daß der Begriff der „Wahrscheinlichkeit" ja auch bei Naturgesetzen insofern eine Rolle spielt, als in einem Naturgesetz im Grunde ja nur ausgedrückt werden kann, daß alle Fälle bisher, welche man geprüft oder „formal" auf das Vorhandensein sämmtlicher Oberbegriffselemente in den Einzelerscheinungen untersucht hat, den in dem Naturgesetz ausgedrückten Erwartungen entsprochen haben. Läßt man aber, wie es häufig geschieht und dem Zwecke aller wissenschaftlichen Thätigkeit auch voll entspricht, das „bisher" weg und denkt insbesondere dabei auch an die Einzelfälle, welche wir zukünftig einmal prüfen werden, so sprechen wir ebenfalls je nach der Menge der schon geprüften Fälle von einem mehr oder weniger sicherem Naturgesetz. Also zeigen sich auch nach dieser Hinsicht nicht unwichtige Uebereinstimmungen zwischen den Begriffen Theorie und Gesetz.

die Atom- und Molekularhypothesen der Chemie und Physik sowie die entsprechenden, ihnen nachgebildeten Theilchenhypothesen der Biologie, ferner die Phlogistonhypothese, die Emissions- und Schwingungshypothesen des Lichts etc. etc. Untersuchen wir nun einzelne dieser Gedankenbildungen auf das ausgesprochene formale Kriterium. Wie es bei derartigen formalen Analysen sich wohl immer am praktischsten erweist, wollen wir mit einem geschichtlichen Beispiel, etwa der Wärmestoffhypothese, beginnen. Diese Hypothese nahm an, daß die Wärme in einem Stoffe bestände. Der zur Einreihung benutzte, zusammenfassende Oberbegriff ist hier „Stoff"; die Einzelerscheinungen sind die Wärmevorgänge. Nun gehört zu den Bestandtheilen des Oberbegriffes „Stoff" unter anderen Eigenschaften auch „Masse" und „Gewicht"; d. h. nur diejenigen Erscheinungen, welche z. B. diese bezeichneten Eigenschaften aufweisen, haben wir Stoffe genannt. Diese beiden Eigenschaften sind aber nachweisbar nicht bei Wärmevorgängen vorhanden, d. h. mit anderen Worten, der Oberbegriff besitzt Bestandtheile, welche nicht in den Einzelerscheinungen enthalten sind; es ist keine rein abstraktive wissenschaftliche Zusammenfassung, sondern eine Hypothese.

Gehen wir nun gleich zur Analyse der wichtigsten naturwissenschaftlichen Hypothesen, der Atom- und Molekularhypothesen über. Auch hier sei wieder bemerkt, daß diese Analyse sich nur auf die „formalen" oder nach Heymans „logischen" oder sehr allgemeinen Eigenschaften dieser Hypothesen erstrecken soll. Zwar ergiebt sich aus der Definition resp. der Gleichheit von „formal" und „sehr allgemein", daß die so bezeichneten Eigenschaften der in Frage kommenden Gedankenbildungen unter Umständen Uebergangsformen sein können zu solchen Eigenschaften, welche man als in das Betrachtungsgebiet der Einzelwissenschaften gehörig bezeichnen kann; doch lassen sich immerhin deutlich bei der Beurtheilung oder Analyse derartiger Hypothesen zwei Operationsrichtungen unterscheiden. Die eine Richtung geht direkt von den Einzelwissenschaften aus, und erweist durch die Darlegung, daß einerseits Einzelthatsachen dem allgemeinen hypothetischen Oberbegriff widersprechen, andererseits aber durch einen anderen theoretischen Oberbegriff leichter und reichhaltiger zusammengefaßt werden können, den hypothetischen Charakter der Gedankenbildung. Die andere Richtung dagegen nimmt von einem Theil der Wissenschaftslehre ihren

Anfangspunkt und beweist dadurch, daß sehr allgemeine Eigenschaften der fraglichen wissenschaftlichen Zusammenfassung nicht übereinstimmen mit entprechenden Eigenschaften früherer, nachweislich erfolgreicher und zweckmäßiger Gedankenbildungen, oder, positiv ausgedrückt, dadurch, daß sich deutlich Uebereinstimmungen mit erwiesenermaßen vergänglichen und unzweckmäßigen Gedankenbildungen haben zeigen lassen, den wissenschaftlichen Unwerth der Hypothese. Natürlich berühren sich beide Verfahren am Ende und nur der Ausgangspunkt beider ist als verschieden zu bezeichnen. Für uns handelt es sich also hier um den zweiten Analysenweg bei der Betrachtung der Atom- und Molekularhypothese, ein Weg, der besonders auch von Wilh. Ostwald bei seinen kritischen Studien über diese Gedankenbildungen eingeschlagen worden ist; von Forschern, welche von der anderen Seite, also von einzelwissenschaftlichen Gesichtspunkten aus, an der Bloßlegung des hypothetischen Charakters des Atombegriffes etc. arbeiten, ist besonders F. Wald zu nennen, der durch den Nachweis einiger chemischer Denkfehler in der bisherigen Betrachtungsweise und durch den Ersatz atomistischer etc. durch nichthypothetische und darum zweckmäßigere Begriffe in der bezeichneten Richtung arbeitet. —

Fragen wir zunächst nach der Definition des Begriffes Atom, so bekommen wir zur Antwort, daß dasselbe ein außerordentlich kleines Körperchen sei, welches aber infolge dieser ausgezeichneten Beschaffenheit ganz besondere Eigenschaften besitzt. Insbesondere gehört zu diesen Eigenschaften die minimale Größe, das Differentialgewicht und -volum des Atoms. Nun ist aber durchaus kein Unterschied einzusehen, warum die chemischen Reaktionen kleiner resp. sehr kleiner Stoffmengen oder -volumina anders, d. h. hier insbesondere leichter zu erklären sein sollen, als die Vorgänge in größerem Maßstabe. Vielmehr spricht alle Wahrscheinlichkeit oder alle Erfahrung genau für das Gegentheil, indem nämlich sicher an sehr kleinen Objekten Eigenschaften, welche zur Erklärung dienen könnten, viel eher übersehen werden, als an größeren. Hierauf werden die Atomistiker erwidern, daß dies von ihnen auch gar nicht bestritten werde, daß aber die Reaktionen dieser kleinsten Theilchen eben nicht mehr chemische sondern physikalische, und zwar genauer: mechanische Vorgänge, z. B. Bewegungs- und Anlagerungsgeschehnisse, Aenderungen der räumlichen Orientirung, der Be-

wegungsgeschwindigkeit etc. etc. sind. Nun tritt uns hier die bekannte, allerdings nur scheinbare Schwierigkeit entgegen, festzustellen, welche Vorgänge chemischer und welche physikalischer Natur sind. Scheinbar ist diese Schwierigkeit aber nur deshalb, weil es sich hier wie so oft nur um eine Definitionsfrage handelt, indem es einfach in unserem Belieben liegt, die in Frage kommenden Eigenschaften und Geschehnisse in physikalische oder chemische Vorgänge etc. zu sortiren. Ungeachtet mancher Zweifel in der Zweckmäßigkeit der Zurechnung dieses oder jenes Vorganges in das eine oder das andere Gebiet, giebt es doch eine große Anzahl von Geschehnissen, welche mit außerordentlich großer Definitions- und Verwendungsconstanz diese oder jene Bezeichnung führen. An derartige Haupteigenschaften wollen wir uns im Folgenden nun auch halten.

Die Annahme, daß die sogenannten chemischen Reaktionen derartig kleiner Körper, wie die Atome es sein sollen, mechanische Vorgänge sind, ist zunächst eine Theorie, die wie eine jede derartige Gedankenbildung gewisse berechtigte Anfangs- oder Stützpunkte hat. In der That giebt es chemische Erscheinungen, die sich sehr gut auf diese Weise erklären lassen, z. B. die Erhaltung der Gewichtssumme bei chemischen Reaktionen. Aber schon hier ist ein wichtiger Einwand zu erheben, indem es nämlich durchaus gleichgültig ist, ob wir z. B. der Atomtheorie entsprechend schreiben

2 Differential- oder Atomgewichte H plus 1 Diffg. $O = 3$ Diffg. H_2O,

oder ob wir diese Gleichung mit einem beliebigen Faktor multiplizieren und bilden

2 Gewichtstheile H plus 1 Gewichtstheil $O = 3$ Gewichtstheile H_2O.

Für die Erklärung dieser wichtigen chemischen Erscheinungen erweist sich also der Differential- oder Atombegriff als vollständig unnöthig, da der Begriff Gewichtstheil nicht nur genau dasselbe für das Verständniß der in Frage kommenden Thatsachen leistet, sondern noch ganz besonders darum vorzuziehen ist, weil er der allgemeinere und in der Natur überhaupt allein vorkommende Fall ist, ein Gegensatz zu der außerordentlich weitgehenden Abstraktion des Differentialgewichtes. Dasselbe, was für das minimale absolute Atomgewicht gilt, erstreckt sich natürlich mutatis

mutandis auch auf das Differentialvolum. Wenn bei der chemischen Verbindung zweier Stoffe eine merkwürdige Volumveränderung stattfindet, so ist sie ebenso erklärlich oder unerklärlich, wenn sie zwischen sehr kleinen Stoffmengen oder -volumina oder zwischen großen stattfindet. Diese beiden wichtigen körperlichen Eigenschaften des Körperchens Atom erweisen sich also zunächst, da sie durchaus nichts Neues für die Erklärung der betreffenden Erscheinungen leisten, als unnöthig und damit als unzweckmäßig und wissenschaftlich unberechtigt.

Dann aber giebt es eine sehr große Menge von mechanischen, d. h. mit Hilfe von Atomen gemachten Erklärungen, welche dem erörterten Atombegriff direkt widersprechen, indem nämlich wirklich derartige sehr kleine Körperchen physikalisch nicht im Stande sind, den zu dieser sogenannten Erklärung nothwendigen Bedingungen zu genügen, vielmehr denselben genau widersprechen. So kann z. B. durch das einfache mechanische Aneinanderlagern von farblosen Körperchen nie und nimmer ein farbiges entstehen resp. umgekehrt, wie es z. B. durch Verbindung von zwei Sauerstoffatomen mit einem Stickstoffatom geschieht, und ebenso wenig kann dieselbe Anzahl von Körperchen, je nachdem sie im Raume orientirt ist, mehrerlei Mischfarben, mehrerlei spezifische Gewichte, Viscositäten, Gerüche, insbesondere auch Energieinhalte, Verbrennungswärmen etc. etc. ergeben. Denn z. B. in einem Haufen vollständig gemischter verschiedenfarbiger sehr kleiner Körperchen ist es sicher, erstens, daß alle oder doch sehr viele räumliche Orientirungsweisen der einzelnen Körperchen untereinander vorhanden sind, ohne daß darum die Mischfarbe zugleich erscheint, das spezifische Gewicht an verschiedenen Stellen verschieden ist etc. etc., und zweitens, daß alle eventuellen Verschiedenheiten um so geringer werden, je kleiner die betreffenden Körperchen sind. Nun wird von den Atomistikern an dieser Stelle wieder eingewendet werden, daß allerdings Körperchen von zugänglichen Dimensionen dies nicht thun können, wohl aber solche von den minimalen Eigenschaften, wie die Atome es sind. Hierzu ist zu sagen, daß alle bisherigen Gesetze und Analogieschlüsse dagegen sprechen, indem nämlich vielmehr im Gegentheil statt der sprungweisen Veränderung der Eigenschaften, wie eine solche das Hauptcharakteristikum der chemischen Erscheinungen bildet, eine um so allmählichere Veränderung der Eigenschaften von Vereinigungen unveränderlicher Körperchen statt-

findet, je kleiner dieselben sind. Noch allgemeiner gefaßt, können wir sagen, daß durch eine räumliche Trennung, Vereinigung, Lagerung etc. die hierdurch hervorgebrachten Aenderungen in den einzelnen Eigenschaften des Gemisches immer nur Durchschnittsänderungen sein können, oder daß die neuen Eigenschaften immer nur zwischen zwei extremen Werthen der Eigenschaften der Bestandtheile variiren können. Unmöglich, oder vielmehr aller Erfahrung genau widersprechend aber ist das Auftreten von plötzlichen Variationen der Eigenschaften, solcher Variationen, welche keine Uebergangsformen zu den Eigenschaften der Bestandtheile besitzen, ein Verhalten, welches indessen von der Atomhypothese gefordert wird. Hier zeigen sich also Eigenschaften des Körperchenbegriffes, welche nicht nur zur Erklärung der chemischen Erscheinungen unnütz, weil nichts Neues leistend sind, sondern welche den bisher an derartigen kleinen Gebilden gemachten Erfahrungen direkt widersprechen, mit anderen Worten der Definition dieser Gebilde nicht entsprechen, anders ausgedrückt, Eigenschaften, welche per definitionem sicher nicht in dem zur Einreihung benutzten Oberbegriff enthalten sind.[1] Hieraus ergiebt sich, daß der Atombegriff ein Gemisch ist aus theilweise für die Erklärung der betreffenden Erscheinungen unnützen Eigenschaften, theilweise aber auch aus Bestandtheilen, welche in dem Oberbegriff „Körperchen“ sicher nicht enthalten sind, sondern ihm widersprechen. Für den ganzen Begriff Atom im letztbesprochenen Sinne folgt aber hieraus, unserer obigen formalen Definition entsprechend, ebenfalls der hypothetische Charakter derselben.

Es sei an dieser Stelle noch bemerkt, daß, falls wir eine andere Formulirung derselben Thatsache vornehmen, wir auch sagen können, daß wohl sämmtliche Hypothesen auf Definitionsfehler in zweierlei Sinn herauslaufen, indem nämlich

---

[1] Einzelstudien und Einzelwissenschaften muß eine derartige eingehendere und umfassendere Analyse überlassen werden. Es ist dabei zu beachten, daß eine derartige Vollständigkeit in der Behandlung zwar außerordentlich wichtig, namentlich wieder in einzelwissenschaftlicher Beziehung ist, indessen auf die „formale“ oder „logische“ Würdigung der in Rede stehenden Gedankenbildungen doch nur einen beschränkten Einfluß auszuüben im Stande sein wird. Denn das Vorhandensein nur eines einzigen deutlich hypothetischen Bestandtheiles entscheidet definitionsgemäß den Werth des ganzen Begriffes, und die Bildung „brauner Schimmel“ ist durchaus eine Hypothese, obgleich auch hier nur eine einzige Eigenschaft dem Oberbegriff widerspricht.

1. der zur Zusammenfassung gewählte sogenannte Oberbegriff oder Erklärungsbegriff keine wirkliche Abstraktion ist, wie er per definitionem sein soll, und

2. indem dieser fehlerhafte vermeintliche Oberbegriff in fast allen Fällen eine Zusammenfassung von zeitlosen Dingen, also eine Definition in unserem obigen Sinne ist, ein Verhalten, das durch ein Vergegenwärtigen etwa der Begriffe Atom, Molekel, Biont etc. etc. leicht zu bestätigen ist. Es scheinen dagegen Hypothesen, bei denen der unrichtige Oberbegriff in Geschehnissen resp. Naturgesetzen besteht, selten zu sein, so daß ich bis jetzt noch kein eklatantes Beispiel für diese Form habe finden können. Ein construirtes Beispiel wäre etwa der Satz, daß alle Wirbelthiere vivipar sind. Natürlich kann man auch jede Definition in Naturgesetze verwandeln, indem man z. B. sagt: Alle Metalle besitzen relative Masse, spezifisches Gewicht, sind undurchsichtig, durch Wärme erweichbar, geben mit Säureresten Salze etc. etc. Es ist indessen charakteristisch, daß bei Hypothesen so gut wie nie eine derartige Schilderung des vermeintlichen Oberbegriffes in naturgesetzlicher, theoretischer oder allgemein in Geschehnißform, sondern mit großer Regelmäßigkeit eine falsche Definition, also eine beabsichtigte Abstraktion zeitloser Dinge gegeben wird.

Endlich soll nicht unterlassen werden, auch an dieser Stelle nochmals zu betonen, daß Hypothesen immer auf Grund von Theorien oder Theoriekernen entstehen und daß in einem derartigen Gesammtgebilde, welches wir Hypothese nennen, immer zugleich auch ein Theil vorhanden ist, der als theoretischer mit den normalen, rein abstraktiven Formen wissenschaftlicher Begriffsbildung übereinstimmt. Ich glaube in meiner ersten Arbeit auf die Entstehungsweise von Hypothesen genügend eingegangen zu sein, so daß ich mir hier die ausführliche Wiederholung sparen kann. Eine wesentliche Eigenschaft jeder Hypothese soll hier nur noch berührt werden, das ist nämlich der Umstand, daß eine Hypothese niemals zu einer Theorie oder einem Naturgesetz werden kann, sondern nach kürzerer oder längerer Zeit weggeworfen und durch eine neue ersetzt werden muß. Diese Eigenschaft ist von den Männern der Wissenschaft wohl erkannt worden und hat insbesondere zu pessimistischen Anschauungen über den Werth wissenschaftlicher allgemeinerer Erkenntniß überhaupt ge-

---

[1] Wilh. Ostwald: Vorlesungen über Naturphilosophie, p. 207 ff.

führt, Anschauungen, welche aber in der That, so weit sie sich nämlich auf hypothetische Theile der Wissenschaft bezogen, vollständig berechtigt waren. Im Uebrigen ist ja schon von Wilh. Ostwald ausführlicher auf diese Vergänglichkeit jeder Hypothese im Unterschied zu dem Schicksal der anderen normalen wissenschaftlichen Begriffsbildungen eingegangen worden. –

Gehen wir nun nach diesen allgemeinen Ausführungen etwas näher auf die speziellen Einwände Heymans ein. Zunächst vermißt Heymans eine Definition des Begriffes Hypothese; zu bemerken ist hierzu, daß sich auch in seiner Arbeit keine derartige Begriffsbestimmung findet. Ich habe den Begriff Hypothese definirt als scheinbare wissenschaftliche Zusammenfassung, deren Oberbegriff Elemente enthält, welche sicher nicht in den Einzelerscheinungen vorhanden sind. Dann aber vermag Heymans insbesondere keine principiellen oder formalen Unterschiede zwischen Hypothesen, z. B. der Atom- und Molekularhypothese einerseits und Theorien wie die von Kant-Laplace, Darwin etc., zu constatiren. „Ich finde .... thatsächlich keinen einzigen Grund, um anzunehmen, daß die Beweisverfahren, auf welche die astronomischen und biologischen Hypothesen sich stützen, im Princip nicht ebensowohl zur Begründung der Hypothesen der mechanischen Naturwissenschaft zu verwenden wären.“ Ich glaube, daß diese von Heymans nicht anerkannten oder gefundenen principiellen Unterschiede durch die obige Definition der Begriffe „Theorie“ und „Hypothese“ in ihrer Existenz außer Zweifel gehoben worden sind. Mit der Anerkennung aber dieses principiellen oder formalen Unterschiedes stehen und fallen die einzelnen Einwände Heymans. Denn alle Erörterungen des ersten Theiles der Heymans'schen Arbeit beziehen sich darauf, derartige principielle Unterschiede aufzufinden, indessen immer mit negativem Erfolg, und es ist durchaus nicht die strenge Logik dieser Ausführungen anzugreifen. Nur aber sind diejenigen Eigenschaften von Theorien und Hypothesen, welche Heymans untersucht, eben nicht die diese Gedankenbildungen thatsächlich trennenden und charakterisirenden, sondern eben gemäß Heymans' Resultaten nur die gemeinsamen Eigenschaften beider Begriffe. Auf eine Ausführung Heymans indessen will ich hier noch etwas näher eingehen, da der Verfasser scheinbar besonderes Gewicht auf dieselbe legt. Heymans bespricht die Erörterungen Wilh. Ostwald's betreffs der hypothetischen

Beschaffenheit der mechanischen Gastheorie, deren Berechtigung Heymans indessen nicht anerkennt, und fährt fort: „Nehmen wir einmal an, daß unsere Sinne noch etwas stumpfer wären, als sie thatsächlich sind, daß wir also die Bewegung einer („jener" Heymans) schwingenden Saite oder Stimmgabel nicht mehr als solche wahrnehmen könnten. Dann müßte Ostwald folgerichtig eine eigene Schallenergie annehmen, und jedem Versuche, dieselbe auf Bewegungsenergie zurückzuführen, mit gleicher Strenge entgegentreten, wie jetzt den mechanischen Theorien der Wärme oder des Lichts. Dennoch brauchte selbstverständlich mit jener Abstumpfung unserer Sinnesorgane in der sonstigen Natur nichts verändert zu sein, und die mechanische Schalltheorie, welche Ostwald dann als bloßes Bild ohne jeden Erkenntnißwerth und ohne jede Aussicht, jemals den Erscheinungen gerecht zu werden, würde bekämpfen müssen, behielte nach wie vor ihre ganze Richtigkeit. Es liegt nahe, zu vermuthen, daß umgekehrt eine gehörige Verfeinerung unserer Sinnesorgane manche Theorie der mechanischen Naturwissenschaft, welche jetzt nicht besser steht, als im gesetzten Falle die mechanische Schalltheorie gestanden hatte, zur direkten Bestätigung verhelfen würde; jedenfalls ist nicht einzusehen, warum die dort vorliegenden Verhältnisse hier unmöglich sein sollten." Heymans meint also, daß für den Fall, unsere Sinnesorgane ließen uns den Schall nicht als einen mechanischen Vorgang erkennen, die Annahme, der Schall bestände aus mechanischen Geschehnissen, durchaus gleichwerthig wäre mit der jetzigen Annahme, daß die Wärme eine Art von Bewegung sei. Soweit ist in der That kein Unterschied zwischen beiden Begriffsbildungen vorhanden; beide Annahmen sind Theorien und bei beiden lassen sich mit mechanischen Vorgängen gemeinsame Eigenschaften aufweisen, ein Umstand, der ja überhaupt erst zu dieser Annahme, der Theorie, Anlaß gegeben hat. Der Unterschied tritt aber sofort ein, wenn, wie es die vorläufige, durch einen Analogieschluß gewonnene Annahme eines Oberbegriffes als Verpflichtung mit sich bringt, die Erscheinungen auf das Vorhandensein der übrigen Elemente dieses Oberbegriffes geprüft werden. Die Schallerscheinungen halten diese Prüfung vollständig aus; in der That bestehen sie aus unzweifelhaft der Definition entsprechenden mechanischen Vorgängen, aus Bewegungen nämlich von Körpern aller drei Formarten. Bei den Wärmevorgängen hingegen ist diese Prüfung nicht durchzuführen; die mechanische Gastheorie

nimmt an, daß die Wärmeerscheinungen durch das elastische An- und Abprallen sehr kleiner Körperchen, der Molekule, hervorgerufen werden. Dem gegenüber ist einzuwenden, daß sämmtliche derartige, auf Elasticität sich zurückführende Bewegungsvorgänge, so weit unsere Erfahrung reicht, mit der Zeit, und meist ziemlich bald, sich verändern, d. h. insbesondere langsamer werden. Diesem Gesetz über die Bewegungen elastischer Körper widerspricht aber direkt der Umstand, daß es uns relativ leicht gelingt, constante Temperaturen auf beliebig lange Zeit hindurch zu erhalten. Infolgedessen können die Wärmevorgänge nicht aus elastischen Bewegungen bestehen, sondern die Bedingungen und Sondereigenschaften, welche die kinetische Wärmetheorie den vermeintlichen Bewegungsvorgängen zuschreibt, widersprechen der Definition elastischer Bewegungen. Von diesem Augenblick an, von der Erkenntniß des Vorhandenseins, von dem Oberbegriff widersprechender resp. nicht in ihm vorhandener Bestandtheile in den Einzelerscheinungen und der diese Thatsachen unberücksichtigenden Beibehaltung des falschen Oberbegriffes wird die im Anfang durchaus berechtigte und reine Theorie zur unberechtigten Hypothese. Bei dem citirten Vergleich also dieser beiden Gedankenbildungen berücksichtigt Heymans nur den Anfang der Begriffsbildung, der, was die Entstehungsgeschichte der Hypothesen lehrt, in der That bei beiden Formen gleich, nämlich theoretischer Natur ist.

Der zweite Theil der Heymans'schen Arbeit beschäftigt sich mit dem Begriffe des „Erklärens“. Nach einigen allgemeinen mißbilligenden Bemerkungen über die Unsicherheit der bisherigen Definitionen dieses Begriffes sowie über die Aufsteller derselben, welche die ersteren „meistens ohne absichtliche Durchmusterung der Erscheinungen des Denkens, auf welche eine solche Definition sich stützen müßte“, aufstellen, wendet sich Heymans zu einer Kritik einiger bisheriger „Definitionsversuche“.

Zunächst untersucht er die Definition des Erklärens, der sich auch Wilh. Ostwald anschließt und welche im Wesentlichen darin besteht, daß „Unbekanntes auf Bekanntes zurückgeführt wird“. Heymans meint nun, daß durch diese Definition nicht der „wesentliche Charakter der erklärenden Wissenschaft .... richtig dargestellt worden ist. Zur Begründung dieser Meinung führt er unter anderem auch als Beispiel die „Erklärung der

Wärme aus Bewegung“ an; „denn die Erscheinungen der Bewegung sind uns kaum, und die Erscheinungen der molekularen Bewegung sicher nicht besser bekannt als diejenigen der Wärme.“ Abgesehen nun davon, daß der erste Theil dieser Behauptung, welcher besagt, daß die Bewegungserscheinungen uns „kaum“ bekannter sind als die Wärmeerscheinungen, stark u. a. mit entwickelungspsychologischen etc. Gründen bestritten werden kann, ist hier zu sagen, daß in dem angeführten Falle eine Uebereinstimmung dieser Denkthätigkeit der mechanischen Verbildlichung nicht mechanischer Vorgänge mit der *normalen* Definition des Erklärens *gar nicht zu erwarten ist*. Wäre nämlich die Zurückführung der Wärmevorgänge auf definitionsgemäße, also nicht „molekulare“ Bewegungsvorgänge möglich, so hätte damit in der That eine Zurückführung unbekannter Dinge auf bekanntere stattgefunden. Da dies wegen der hypothetischen Beschaffenheit dieser Gedankenbildung *nicht* der Fall ist, darum entspricht dieser Denkvorgang nicht der, Hypothesen selbstverständfich ausschließenden Erklärungsdefinition *Wilh. Ostwald's*. In allen Fällen *normaler*, d. h. definitionsgemäßer, naturgesetzlicher und theoretischer Erklärung läßt sich an dem Erklärungsvorgang die Zurückführung der unbekannten, erklärungsbedürftigen Erscheinung auf bekanntere feststellen.

Als zweite, etwas genauere Definition des Erklärens, betrachtet *Heymans* die Ansicht, daß Erklären gleichbedeutend ist mit *Verallgemeinern*, eine Definition, welche „also annimmt, daß eine Thatsache oder ein Gesetz erklärt sei, wenn man sie als Spezialfälle eines (allgemeineren) Gesetzes erkannt hat. Dem so bestimmten Begriff scheinen in der That manche, vielleicht die meisten vorliegenden Erklärungsversuche sich ohne Mühe unterzuordnen; daß aber der Kern der Sache damit noch nicht getroffen ist, geht wohl am deutlichsten daraus hervor, daß es thatsächlich Verhältnisse giebt, von welchen man stets instinctiv gefühlt hat, daß sie einer Erklärung *bedürfen*, und andere, wo man von einem solchen Bedürfniß nicht mehr das Geringste spürt. Als Beispiel für den ersteren Fall mag das Gravitationsgesetz, als Beispiel für den zweiten das Trägheitsgesetz angeführt werden: beide gehören zu den umfassendsten Generalisationen der Wissenschaft, in Bezug auf das Eine hat aber die Wissenschaft stets wieder eine Erklärung gefordert und gesucht, während das andere, sobald es entdeckt worden war, ohne weiteres als abschließend,

allen Forderungen des Denkens genügend, und keiner hypothetischen Ergänzung bedürftig anerkannt wurde.“ Zunächst führt hier Heymans ein Moment ein, welches mit der formalen Definition des Erklärungsbegriffes durchaus nichts zu thun hat, dies ist der psychologische Faktor des „Erklärungsbedürfnisses“. Weiter muß hierbei zugegeben werden, daß dieses Bedürfniß ein individuell stark schwankendes ist, indem z. B. eine ganze Anzahl von Männern der Wissenschaft, von Newton bis auf Wilh. Ostwald, nichts von einem „Räthsel der Schwerkraft“ empfunden haben, sondern sich mit der Summe der festgestellten Beziehungen — wenn nicht zufrieden gegeben, so doch nur einen Zuwachs gleichartiger Erklärungsbestandtheile erwartet haben. Lassen wir aber diesen psychologischen Faktor bei Seite, so läßt sich der von Heymans constatirte Unterschied von Erklärungen, welche doch beide Verallgemeinerungen sind, formal sehr einfach so ausdrücken, daß es verschieden genaue oder vollständige Erklärungen giebt. Diesen formalen Schluß zieht Heymans indessen nicht, da er im Widerspruch endlich zu seiner Definition des Erklärens steht. Dieses „scharf bestimmte Ziel des Erklärens aber, welches erreicht oder nicht erreicht, vielleicht auch angenähert, aber nicht mehr oder weniger erreicht werden kann“, ist „nichts anderes, als empirisch gegebene Zusammenhänge logisch zu durchleuchten, d. h. also: die Möglichkeit und Nothwendigkeit desjenigen nachzuweisen, welches sich, so wie es gegeben ist, als unmöglich oder unwahrscheinlich darbietet. Eine solche Unwahrscheinlichkeit liegt z. B. in jeder regelmäßigen oder das Maß des nach der Probabilitätslehre zu Erwartenden erheblich übersteigenden Verbindung anscheinend selbstständiger Thatsachen, also in jedem empirischen Causalgesetz; endgültig läßt sich ein solches nur dadurch erklären, daß jene anscheinend selbstständigen Thatsachen als logisch zusammenhängende, also in letzter Instanz als verschiedene Seiten einer einzigen Thatsache nachgewiesen werden.“ Als Beispiel einer derartigen Zurückführung von „causalen Verhältnissen auf logische“ führt Heymans Folgendes an: „Für die Chemiker aus der Phlogistonzeit war die regelmäßige Beziehung zwischen Verbrennung und Gewichtszunahme eine causale Beziehung, welche als solche der Erklärung bedurfte und zu erklären versucht wurde; für die neuere Chemie, welche die Verbrennung als eine Verbindung mit Sauerstoff deutet, erscheint es als selbstverständlich,

daß die Verbindung zweier wägbarer Stoffe soviel Gewicht hat wie die einzelnen Stoffe zusammen; eben deshalb werden aber auch die beiden Seiten des Processes nicht mehr als Ursache und Wirkung unterschieden. Aehnlich verhält es sich überall sonst: nur die Beziehung zwischen nicht als logisch verbunden erkannten Thatsachen wird als eine causale bezeichnet; gelingt es, das logische Band aufzufinden, so tritt die causale Betrachtung zurück.“ — Nun ist aber für die neuere Chemie sowohl als für die alte die Gewichtserhaltung bei der chemischen Verbindung zweier Stoffe auch nur ein Naturgesetz, d. h. eine Zusammenfassung von gleichartigen Thatsachen. Ja diese „nur“ naturgesetzliche Beschaffenheit jener vermeintlichen logischen Nothwendigkeit oder Denknothwendigkeit der Gewichtserhaltung bei der Verbindung zweier Stoffe wird gerade in diesem Falle auf das Schönste deutlich gemacht dadurch, daß neuerdings experimentell begründete Zweifel an der Angemessenheit dieses so allgemeinen und in der That scheinbar selbstverständlichen Gesetzes aufgetaucht sind (durch Untersuchungen von H. Landolt). Auch in diesem Falle besteht also die Erklärung nicht in dem Nachweis einer Denknothwendigkeit, sondern in der Einreihung unter ein Naturgesetz. Umgekehrt wie in dem ersten Abschnitt der Heymans'schen Arbeit vermag ich hier keinen Unterschied zwischen Heymans' logischer und seiner causalen Erklärung zu sehen. Außerdem aber lassen sich in seinen eigenen Worten Aeußerungen nachweisen, welche die vollständige formale Gleichheit seiner logischen und causalen Erklärung selbst bezeugen. So wurde oben schon citirt, daß nach Heymans die logische Erklärung einzelstehender Thatsachen dann gegeben ist, wenn dieselben „in letzter Instanz als verschiedene Seiten einer einzigen Thatsache nachgewiesen werden“. Es lassen sich nun z. B. eine große Anzahl physikalisch-chemischer Erscheinungen nur auf das Vorhandensein einer minimalen Spur gewisser Stoffe zurückführen, ohne daß darum diese katalytischen Vorgänge, welche sich also als Varianten ein und derselben Thatsache erweisen, weder von den Physikochemikern noch von Heymans als logisch erklärt bezeichnet werden würden. Andererseits aber läßt sich in der That keine wissenschaftliche Erklärung finden, bei welcher nicht die Einreihung der unbekannten Erscheinung unter einen allgemeineren Begriff stattfindet. Daraus ergiebt sich, daß Heymans' logische Erklärung in principieller oder formaler Hinsicht in nichts von der gemein-

hin als causal bezeichneten Erklärung verschieden ist, höchstens, daß ihr noch die unsichere Auszeichnung zukommt, die zur Zeit vollständigsten und genauesten Erklärungen unter sich zu begreifen.

Schließlich bleibt es uns noch übrig, zu entscheiden, welches denn nun die „thatsächliche“ oder wirkliche Definition des Erklärens ist. Da jede Begriffsbildung eine Zweckmäßigkeitsfrage ist, so ist „wirklich“ hier gleichbedeutend mit „zweckmäßigst“. Die zweckmäßigste Definition wird aber die sein, welche einem Maximum von wissenschaftlichen Einzelerklärungen entspricht (siehe Heymans' Arbeit S. 481). Gemäß dem gewöhnlichen Abstraktionsverfahren wollen wir nun insbesondere die schon gegebenen Definitionen des Erklärens, welche ja alle, wie auch Heymans zugiebt, Richtiges enthalten, wenn schon nicht durchaus richtig oder vollständig sind, zusammenstellen und aus ihnen das Gemeinsame nehmen.

Nehmen wir diese Arbeit in Gedanken vor, so finden wir als das allgemeinste Resultat, daß jedes Erklären einer Einzelerscheinung in dem Einreihen unter einen Oberbegriff besteht. Dieser Definition entspricht sowohl die Fixirung des Erklärungsbegriffes: Unbekanntes auf Bekanntes zurückzuführen, ferner: Als Einzelfall eines allgemeineren Gesetzes oder als einzelne Seite einer allgemeineren Thatsache nachweisen etc., endlich auch nach dem obigen Nachweis der Identität mit der zweitgenannten Definition der Heymans'sche Erklärungsbegriff. Nun ist aber mit dem oben gegebenen Charakteristikum die Definition des Erklärens keineswegs erschöpft. Wir können eine Erscheinung z. B. unter den Begriff Körper einreihen, ohne daß wir im Allgemeinen nur mit dieser Einordnung die betreffende Erscheinung für erklärt halten werden; umgekehrt nennen wir z. B. die Erkenntniß: dies ist ein katalytischer Vorgang, welche also in der Einreihung der Einzelerscheinung unter dem Begriff Katalyse besteht, ebenfalls nicht eine Erklärung des Vorganges. Mit anderen Worten, die Begriffe, unter welche wir die Einzelerscheinungen einreihen, können sehr verschieden, nämlich verschieden eng oder weit sein. Man kann ja auch ein und dieselbe Erscheinung gleichzeitig unter zwei verschiedene Begriffe einordnen, von denen der eine sehr weit und der andere sehr eng ist; in beiden Fällen werden wir nicht von einer Erklärung der Erscheinung sprechen. Es ergiebt sich aber bei näherem Zu-

sehen, daß die Einordnung unter Oberbegriffe um so mehr sich dem nähert, was wir Erklären nennen, je enger und lückenloser die verschiedenen zur Einordnung benutzten Oberbegriffe aufeinander folgen, d. h. je reichhaltiger und sicherer der Zusammenhang mit anderen zu Naturgesetzen etc. verdichteten Erscheinungen aufgedeckt wird. Will man für dies Verhalten einen einfachen, zusammenfassenden Namen haben, so gelangen wir zu der Mach-schen Definition des Erklärens, welche, trotzdem sie fast die wichtigste ist, merkwürdiger Weise von Heymans vergessen worden ist und welche das Erklären als ein wissenschaftlich-ökonomisches Beschreiben bezeichnet. Während das Wort „ökonomisch" hier dem Einreihen unter Oberbegriffe entspricht, ist in dem Worte „wissenschaftlich" die Reichhaltigkeit und möglichst enge, lückenlose Aufeinanderfolge der Oberbegriffe ausgedrückt. Unter diese, wie ich besonders betonen möchte, rein formale Definition lassen sich aber ebenfalls alle genannten Erklärungsbegriffe ohne Weiteres subsummiren. –

Wie oben gesagt, sind in dieser Arbeit wie in der von Heymans nur principielle oder formale Erörterungen gegeben worden und auf formalem Wege zunächst die Kriterien für wissenschaftlich leistungsfähige, d. h. abstraktive Begriffsbildungen und für Hypothesen aufgestellt – sowie ferner der Begriff der wissenschaftlichen Erklärung etwas näher analysirt worden. Gleich Heymans scheint es auch mir auf eine derartige allgemeine Kritik mehr anzukommen, als auf eine spezielle Untersuchung der Begriffsbildung der Einzelwissenschaften, schon aus dem Grunde, weil man mit dem eventuellen Besitz eines allgemeinen Kriteriums für die Zweckmäßigkeit resp. Unzweckmäßigkeit wissenschaftlicher Begriffe die Beurtheilung der einzelwissenschaftlichen Gedankengänge schneller und leichter vollziehen kann. Folgt aber aus einer derartigen allgemeinen Untersuchung in der That die Nichtberechtigung gewisser Gebilde, so hat sich die Forschung zu einem Theile, nämlich soweit sie hypothetischer Natur ist, in der That, um mit einem Heymans'schen Worte zu schließen, „in der Zukunft auf ganz andere Ziele zu richten, als ihr bis dahin allgemein als die erstrebenswerthesten erschienen sind".

Neue Bücher.

Die Weltanschauung der modernen Physik von E. von Hartmann. X und 266 S. Leipzig, H. Haacke 1902. Preis M. 6.50

Nicht durch seine Schuld kommt der Berichterstatter erst jetzt in die Lage, das vorliegende Werk anzuzeigen, und nicht mit Freude unterzieht er sich dieser Arbeit. Denn er befindet sich dem Buche gegenüber in dem Doppelverhältnisse des Berichterstatters und des Angegriffenen, und der in einer solchen Anzeige gebotene Raum gestattet weder eine ausreichende Auseinandersetzung bezüglich der Differenzpunkte, noch eine ausreichende Begründung der Objektivität einer ausgesprochenen Kritik. So wird der Leser das, was in der Folge zu sagen ist, auf Treu und Glauben annehmen müssen, und es soll von vornherein zugegeben werden, daß durch den eben angedeuteten Gegensatz dem Referenten die etwaigen Fehler des Buches lebhafter ins Bewußtsein getreten sind, als seine Vorzüge.

Eine Uebersicht der Kapitelüberschriften wird zunächst erkennen lassen, worüber der Verfasser sich äußert. Wir finden: Die konstante Energie und ihr Umsatz; die Entwerthung der Energie; die Entropie; die Principien der Mechanik; die Imponderabilien und die Theorie der elastischen Wellenbewegung; der Aether und die elektromagnetische Wellentheorie; Fernwirkung und Nahwirkung; die Gravitatio; die Constitution der Materie; das bewegliche Reale; der methodologische und erkenntnißtheoretische Standpunkt der modernen Physik.

Es handelt sich also, wie man sieht, um die Prinzipien der Physik (unter Ausschluß der Chemie). In ihrer Erörterung läßt der Verfasser ein ungemein reiches und ausgedehntes Studium und eine weitgehende Fähigkeit erkennen, die leitenden Gedanken aus dem vorhandenen Material herauszusuchen. Somit erweist sich denn auch thatsächlich sein Urtheil in vielen Stücken weit zutreffender und gesunder, als wir es auch noch heute seitens mancher Fachphilosophen vorgetragen finden. Grobe Schnitzer, wie z. B. der, daß der gesteigerte Blutdruck bei geistiger Arbeit ein Beweis dafür sei, daß hierbei keine Energie verbraucht würde, sind glücklich vermieden. Aber freilich kann man das nur von solchen augenfälligen Fehlern sagen. Studirt man die entwickelten Ansichten im Einzelnen, so macht es sich doch überall anschaulich geltend, daß ein noch so gewissenhaftes Studium physikalischer Schriften die Erfahrungen nicht zu ersetzen vermag, welche die Anwendung der allgemeinen Principien im Gebiete des Unbekannten, d. h. die wirkliche Forschungsarbeit erst zu gewinnen ermöglicht. Wenn z. B. S. 146 von den Ionen in Lösung gesagt wird, daß sie sich genau so bewegen, wie sie sich als Gasmoleküle im leeren Raume bewegen würden, und daraus der Schluß gezogen wird, daß sie durch das Vorhandensein der Moleküle des Lösungsmittels

so wenig behindert würden, als ob diese keinen Raum einnehmen, so liegt hier eine folgenreiche Verwechselung zwischen Thatsache und Hypothese vor, und wenn S. 108 von der Energie der Lage gesagt wird, daß sie eigentlich noch gar nicht Energie ist, sondern nur das Vermögen, solche zu werden, so ist gar auf das Gesetz von der Erhaltung verzichtet, denn wo ist die Energie geblieben, die zur Hebung des schweren Gegenstandes verbraucht worden ist? S. 46 ist die Definition eines Kreisprocesses mit der eines adiabatischen verwechselt, S. 118 wird ohne ersichtlichen Grund als einzig mögliche Energiequelle der Radiumstrahlen die strahlende Energie angegeben. S. 2 wird behauptet, daß alle Energiearten in actueller wie in potentieller Form vorkommen können. So ließe sich noch eine lange Liste von Aeußerungen aufzählen, in Bezug auf welche der Physiker protestiren muß.

Aber man wird gern auf den Umstand Rücksicht nehmen, daß der Philosoph eben nicht alle Wissenschaften aus eigener Erfahrung kennen kann, mit denen er sich beschäftigt, wenn man in seinen allgemeinen Betrachtungen eine Führung für das eigene Denken findet. In dieser Beziehung kann der Berichterstatter nur Negatives sagen. Thatsächlich ist ihm keine Ansicht oder Auffassung entgegengetreten, welche zu einer bestimmteren Fragestellung der Erfahrung gegenüber geführt hätte, und welche daher einen wirklichen Fortschritt der Wissenschaft vermitteln könnte. Vielmehr ist der Gedanke, der dem Werke zu Grunde liegt: daß man nämlich das der Erfahrung Unzugängliche durch metaphysische Construction ergänzen könne und müsse, erfahrungsmäßig eines der wirksamsten Hindernisse für die Entwickelung der Wissenschaft gewesen. W. O.

Göttliche Nothwendigkeits-Weltanschauung, Teleologie, mechanische Naturansicht und Gottesidee mit besonderer Berücksichtigung von Häckel, Wundt, Lotze und Fechner von A. Rüscher. 94 S. Zürich, A. Müller 1902. Preis M. 1.60

Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, nachzuweisen, daß nicht nur die teleologische Weltanschauung sich mit der Annahme eines göttlichen Lenkers der Welt verträgt, sondern auch die mechanistische, welche alles Geschehen als nothwendig und vorbestimmt auffaßt. In der That paßt der Gedanke einer vorbestimmten Nothwendigkeit, wie schon der heilige Augustinus eingesehen hat, viel besser mit der Gottesidee zusammen, als der der menschlichen Willkür, und so hat der Verfasser es nicht schwer, seine These zu beweisen. W. O.

Etudes sur la nature humaine. Essai de philosophie optimiste par E. Metchnikoff. 399 S. Paris, Masson & Cie. 1903. Preis M. 5.—

Dies ist ein Buch, dessen Studium man ohne Rückhalt dringend empfehlen kann. Der Verfasser beginnt mit einer Untersuchung der Mängel und Unangemessenheiten der menschlichen Organisation, die er in keiner Weise verkleinert oder als nebensächlich hinzustellen versucht. Er zeigt, daß es solche Unzulänglichkeiten nicht nur bei Menschen, sondern bei Organismen aller Art giebt, und führt sie allgemein auf

den Umstand zurück, dass die Anpassung an die vorhandenen Existenzbedingungen je nach der Schnelligkeit, mit welcher diese letzteren eingetreten waren, und je nach der Anpassungsfähigkeit oder Nachgiebigkeit der Organisation verzögert und verschoben ist. Unnütz gewordene Theile verschwinden nicht alsbald in dem Augenblicke, in welchem sie überflüssig geworden sind, nöthig gewordene sind zur Zeit ihres Bedarfes noch nicht da, sondern bilden sich erst langsam aus. Solche Widersprüche werden besonders auffällig auftreten, wenn die Bildung der neuen Species plötzlich, durch Mutation im Sinne von de Vries, erfolgt ist. Dies hat vermutlich gerade beim Menschen stattgefunden, der aus seinen affenähnlichen Vorfahren als eine Art Mißgeburt mit einseitig entwickeltem Gehirn entstanden zu sein scheint. So sind allerlei Disharmonieen entstanden, die der Verfasser uns einzeln vorführt; solche im Verdauungsapparat, in den Reproductionsorganen (mit entsprechenden Störungen im Familien- und sozialen Instinct), im Erhaltungstrieb.

In einem zweiten Theile erörtert der Verfasser die bisherigen Versuche der Menschheit, diese Widersprüche zu beseitigen. Als erste derartige Unternehmung sind die Religionen anzusehen, die sich indessen als unfähig zur Erfüllung dieser Aufgabe erwiesen haben und daher meist den Schwerpunkt auf ein hypothetisches künftiges, von diesen Widersprüchen freies Leben zu legen bemüht sind. Nicht weniger unfruchtbar sind die entsprechenden Bemühungen der Philosophen gewesen. Insbesondere wird dargestellt, wie die Anerkennung und einseitige Hervorhebung des Uebels in der wirklichen Welt durch den Pessimismus logischerweise zu der „Philosophie der Erlösung" von Mainländer führt, welcher nach der Anerkennung des Trügerischen im „Willen zum Leben" im Sinne Schopenhauer's den „Willen zum Tode" als das einzige Mittel dagegen erkannte und sich nach Vollendung seines Buches im Alter von 35 Jahren selbst den Tod gab.

Während diese beiden Wege nicht zum Ziele geführt haben, führt der dritte, der der Wissenschaft, zwar nicht alsbald zu diesem hin, aber ihm doch unzweifelhaft näher. Von den drei großen Uebeln der Menschheit, Krankheit, Alter und Tod, lehrt sie uns die erste bekämpfen, ihre Dauer und Wirkung abkürzen, ihre Schmerzen vermindern oder ganz aufheben. Ebenso erleichtert die Wissenschaft durch hygienische Vorschriften die Bürde des Alters und gewährt uns die Aussicht auf einen letzten Lebensabschnitt, der nicht mehr, wie meist bisher, nutzlos und lästig für die Umgebung und uns selbst zur Plage abläuft, sondern in dem sich die erworbene Erfahrung zur Leitung der Geschicke der Allgemeinheit werthvoll anwenden läßt.

Sehr eingehend beschäftigt sich der Verfasser mit dem dritten Uebel, dem Tode. Auf die Frage, ob der anscheinenden physiologischen Unsterblichkeit der niedersten Organismen gegenüber die Sterblichkeit des Menschen als eine natürliche Erscheinung anzusehen sei, antwortet er bejahend, indem er auf die Existenz zahlreicher anderer Organismen hinweist, bei denen ein physiologischer Tod unzweifelhaft innerhalb der Organisation liegt. Dies gilt beispielsweise für die Eintagsfliegen,

welche im Zustande der Imago nicht mit Freß- und Verdauungswerkzeugen ausgerüstet und daher auch auf keine längere Existenz, als die von ihnen thatsächlich erlebten wenigen Stunden angelegt sind. Ist also auch beim Menschen der Tod als eine physiologische Erscheinung anzusehen, so besteht in der thatsächlich vorhandenen Todesfurcht auch bei alten Menschen ein Widerspruch. Die Lösung desselben wird darin gesucht, daß bei einigen sehr alten Menschen ohne bestimmte Krankheit gesicherte Fälle von Sehnsucht nach dem Tode constatirt worden sind; diese haben die hier auftretenden Empfindungen als vergleichbar mit dem Bedürfniß nach Schlaf bei starker Ermüdung bezeichnet. So nimmt der Verfasser an, daß nur der vor der normalen Zeit eintretende Tod als ein Uebel empfunden, daß aber, wenn wir das Alter der Patriarchen in gesundem Zustande erreichten, wir wie diese „lebenssatt“ und also gern sterben würden.

Hiermit glaubt der Berichterstatter genug mitgetheilt zu haben, um das eingangs gefällte Urtheil zu rechtfertigen.[1] W. O.

Ausgewählte Werke von P. J. Möbius. Bd. I: J. J. Rousseau. XXIV und 311 S. Leipzig, J. A. Barth 1903. Preis M. 3.–

Das Buch, welches hier in zweiter Auflage vorliegt, nachdem die 1899 erschienene erste trotz glänzender Kritiken von maßgebender Seite, wie Kräpelin und Edinger, nur in 300 Exemplaren abgesetzt worden war, hat dies schlechte Schicksal, über das der Verfasser in seiner Vorrede mit liebenswürdiger Heiterkeit berichtet, wahrlich nicht verdient. Denn es ist nicht nur gut, sondern auch im höchsten Maaße interessant. Es stellt sich die Aufgabe, das Verhalten Rousseau's namentlich in seiner späteren Zeit psychologisch zu analysiren, und führt zu dem Ergebniß, daß der große und liebenswerthe Mann in der zweiten Hälfte seines Lebens an combinatorischem Verfolgungswahn litt.

Die Rechtfertigung einer derartigen Untersuchung findet der Verfasser sachgemäß darin, daß zur Kenntniß und Beurtheilung der Leistungen eines jeden hervorragenden Mannes, insbesondere seiner Schriften, die Kenntniß seiner psychologischen Eigenthümlichkeiten eine nothwendige Voraussetzung ist. Die gewöhnlichen Biographieen bieten in solcher Hinsicht meist außerordentlich wenig und dies Wenige ist zudem fast immer durch den Wunsch, den Geschilderten in möglichst günstigem Lichte erscheinen zu lassen, einseitig entstellt. Abgesehen davon, pflegen dem Biographen die Kenntnisse in der klinischen Psychiatrie abzugehen, die für die Beurtheilung abnormer Zustände erforderlich sind. So hält der Verfasser die Mitwirkung der Sachverständigen bei derartiger Arbeit für ebenso nothwendig, wie der Richter Sachverständige braucht, um das angemessene Urtheil zu irgend einem vorhandenen Thatbestande zu finden, für dessen Verständniß Fachkenntnisse erforderlich sind.

Man wird diesem überall nicht nur zustimmen, sondern man wird auch mit beständig lebhafter werdendem Interesse der vorliegenden Untersuchung folgen, die um so sympathischer wirkt, als der Verfasser bei

[1] Eine deutsche Ausgabe erscheint demnächst im Verlage von Veit & Comp. in Leipzig.

seiner Arbeit überall von einer warmen Verehrung Rousseau's getragen wird, und das Seine dazu thut, die schiefen Urtheile über ihn zu berichtigen, die bis auf den heutigen Tag im Umlaufe sind. So darf die Hoffnung ausgesprochen werden, daß die zweite Auflage dieser Studie zahlreichere Käufer finden wird, als die erste, und daß dem Verfasser neben der Freude des Schaffens auch noch die des Durchdringens, der Bewältigung der trägen Masse, zu Theil werde. W. O.

Die Weltanschauung eines modernen Naturforschers. Ein nicht kritisches Referat über Mach's „Analyse der Empfindungen" von Th. Beer, Privatdocent für vergleichende Physiologie a. d. Univ. Wien. 116 S. Dresden und Leipzig, C. Reissner 1903.

Das Büchlein enthält eine für weitere Kreise geschriebene Würdigung der grundlegenden Gedanken, mit denen Mach die Erkenntnißtheorie und andere Seiten der Wissenschaft bereichert hat. Wenn man mit dem Verfasser auch von Herzen in der Bewunderung des großen Mannes übereinstimmt, dem sein Werk gilt, so empfindet man doch eine gewisse Stilwidrigkeit zwischen der auf den Leserkreis des Feuilletons der „Neuen Freien Presse" berechneten Darstellungsform und der Beschaffenheit des Gegenstandes. Und wer gar das Glück gehabt hat, in persönliche Beziehungen zu Mach zu treten, dem wird dieser Gegensatz noch auffallender. So erklärt sich wohl die auf der letzten Seite mitgetheilte Bitte Mach's um Dämpfung des Tones, die für diesen wahren Philosophen so charakteristisch ist.

Heutzutage indessen, wo mehr als je das ahnungsvolle Wort des Königs Salomo gilt: des Bücherschreibens ist kein Ende! ist es vielleicht den weiteren Kreisen gegenüber, an die sich der Verfasser wendet, nothwendig, die Aufmerksamkeit durch stärkere Mittel zu fesseln, als wir sie noch vor einigen Jahrzehnten anzuwenden gewohnt waren. Und wenn auch nur einige wenige Leser veranlaßt werden, sich eingehender mit Mach zu beschäftigen, so ist ja schon ein positives Ergebniß erzielt.

W. O.

Bewegung! Grundlage einer neuen Weltanschauung von Max Zerbst. 60 S. Dresden, K. Lingner 1902. Preis Mk. 2.–

Wenn man eine glühende Kohle im Kreise schwingt, so erscheint wegen der Nachbilder dem Auge ein leuchtender Kreis; denkt man sie auf der Oberfläche einer Kugel schwingend, so erscheint eine leuchtende Kugel. Der Verfasser ist auf den Gedanken gekommen, daß ähnliche Ursachen möglicherweise auch für das Zustandekommen der Erfahrungen maßgebend sein könnten, welche von uns unter den Begriffen Raum und Substanz zusammengefaßt werden. Aus dem Gedanken einer solchen Möglichkeit ist ihm dann unversehens die Ueberzeugung von der Wirklichkeit dieses Verhältnisses entstanden, und er verkündet in den höchsten Tönen die Wichtigkeit dieses Einfalles, indem er in seinem Buch den „Keim zu einer neuen Welt" erblickt.

Dem Leser wird sich natürlich zu allererst die Frage aufdrängen, was sich denn im Sinne des Verfassers eigentlich bewegt, oder wessen

Bewegung unsere tägliche Erfahrung hervorbringt. Die Antwort findet sich S. 28: „Es giebt eine kleinste Wahrnehmungsthatsache, die uns als Vorstellungswerth der „Einheit“ bekannt ist. Dieses kleinste punktuelle wiederum nur durch Bewegung erzeugte Bewegungsmoment ist das Element aller Wahrnehmungsthatsächlichkeit und Wahrnehmungsmöglichkeit überhaupt. Die Bewegung konstatirt da gleichsam durch ihren Scheingegensatz, d. h. durch scheinbare Nichtbewegung sich selbst und zugleich diesen Scheingegensatz. — Es ist dies die Möglichkeitsform, in der die Bewegung sich gleichsam ihrer selbst bewußt wird, d. h. zur Form des Bewußtseins gelangt“. So geht es noch einige Zeit fort, bis schließlich die ganze Welt des Sein zu einer Wirklichkeitswelt zweiten Grades geworden ist, welcher die Bewegung als eine ersten Grades zu Grunde liegt. —

Die Frage, welchen Nutzen diese Auffassungsweise gegenüber der gebräuchlichen hat, scheint sich der Verfasser ebensowenig vorgelegt zu haben, wie er eine ernsthafte Durchführung seines Gedankens in einem bestimmten Falle versucht hat.

Wozu denn der Bericht über diese mißglückte Unternehmung an dieser Stelle? Weil wiederum an einem charakteristischen Beispiel die erkenntnißtheoretische Verwilderung zu Tage tritt, welcher unsere wissenschaftliche Jugend (ich schätze den Verfasser dem zwanzigsten Lebensjahre näher, als dem dreißigsten) durch den ungeregelten Gebrauch hypothetischer Bilder seitens ihrer Lehrer verfällt. Wenn man in der Vorstellung erzogen ist, daß die Ausarbeitung von Bildern, wie die Dinge möglicherweise sein könnten, eine wichtig wissenschaftliche Thätigkeit ist, so ist es erklärlich, daß die Erzeugung eines solchen Productes seinen Schöpfer mit lebhaftester Bewunderung für beide erfüllt.

W. O.

Berichtigung.

Auf S. 413 dieses Bandes muß es in der 2. Zeile von unten statt „Bedeutung“ „Entwicklung“ und statt 1883 1886 heißen. Außerdem ist mittlerweile noch eine neue Publikation desselben Autors über das gleiche Thema erschienen: „Das Inertialsystem vor dem Forum der Naturforschung. Kritisches und Antikritisches“ (Wundtfestschrift, XX. Bd. der Phil. Stud.), die neben sehr ausführlicher Literaturangabe eine kritische Uebersicht über alle einschlägigen Arbeiten giebt.

Hans Kleinpeter.


GENERAL LIBRARY - U.C. BERKELEY
B000570120


567675
Q3
A6
v. 2
UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY

